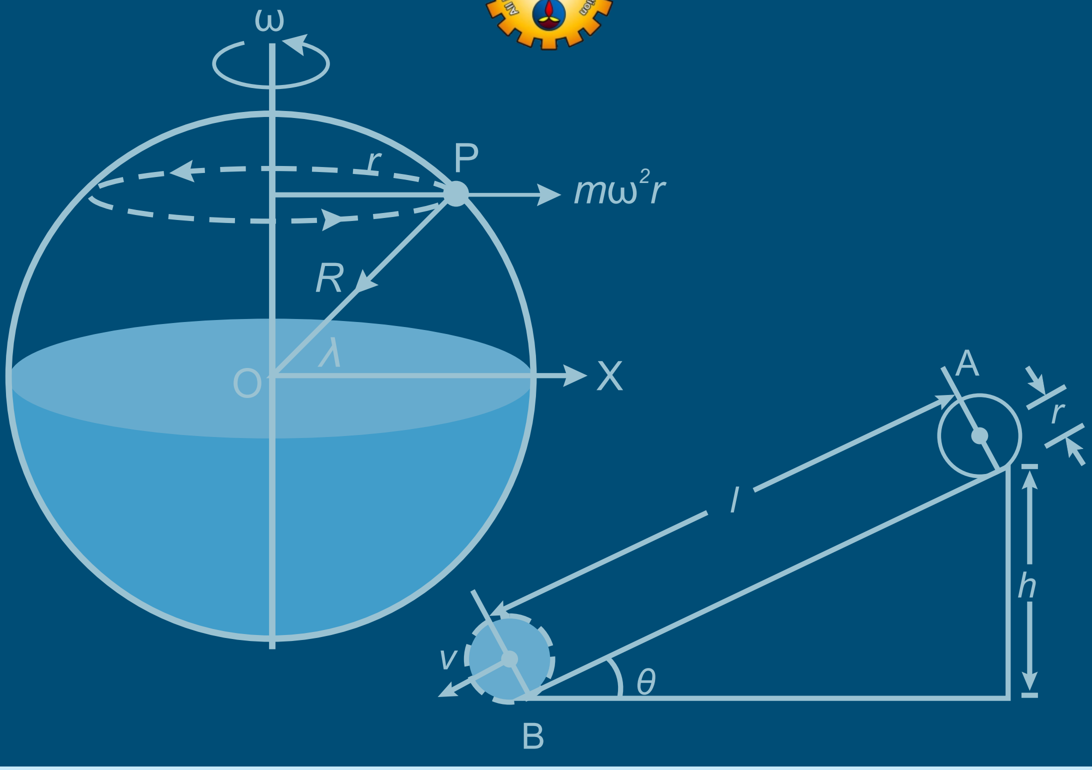
AICTE ଅନୁମୋଦିତ ମଡେଲ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଅନୁସାରେ

ପରିଣାମ ଆଧାରିତ ଶିକ୍ଷା ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ

ଜାତୀୟ ଶିକ୍ଷାନୀତି -୨୦୨୦



ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ

ଯନ୍ତ୍ର ବିଜ୍ଞାନର ପରିଚୟ

ପ୍ରୟୋଗଶାଳା ନିୟମାବଳି ସହିତ

UNDERGRADUATE COURSE BOOK

ମୂଳ ଇଂରାଜୀ ରଚନା

ଏ. ବି. ଭଟ୍ଟାଚାର୍ଯ୍ୟ | ଅତନୁ ନାଗ

ଓଡିଆ ଅନୁବାଦ

ପଦ୍ମଜା ପଟ୍ଟନାୟକ | ତପନ କୁମାର ପଟ୍ଟନାୟକ

UNDERGRADUATE COURSE BOOK
ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ
ଯନ୍ତ୍ର ବିଜ୍ଞାନର ପରିଚୟ

ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ

ଯନ୍ତ୍ର ବିଜ୍ଞାନର ପରିଚୟ

ମୂଳ ଇଂରାଜୀ ରଚନା:

ଏବି ଭଟ୍ଟାଚାର୍ଯ୍ୟ | ଅତନୁ ନାଗ

ଓଡ଼ିଆ ଅନୁବାଦ:

ପଦ୍ମଜା ପଟ୍ଟନାୟକ

ତପନ କୁମାର ପଟ୍ଟନାୟକ

Published by:

Institute of Odia Studies and Research.

3R9, BJB Nagar, Bhubaneswar, Odisha

ISBN: 978-93-91638-15-3

Book Code: UG007OD

[English Edition]

Physics (Introduction to Mechanics)
by A. B. Bhattacharya, Atanu Nag

Odia Edition]

Padartha Bigyana (Jantra Bigyana Parichaya)
Dr. Padmaja Pattanayak,
Dr. Tapan Kumar Patnalk

First Edition: 2022

Published by:
Institute of Odia Studies and Research.
3 R 9, BJB Nagar, Bhubaneswar, Odisha
Email: iosrodishaaicte@gmail.com
Phone: 0674-3574404, Mob: 9090465758

ଓଡିଆ ଅନୁବାଦ:
ଡକ୍ଟର ପଦ୍ମଜା ପଟ୍ଟନାୟକ
ସହଯୋଗୀ ଅଧ୍ୟାପକ, ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ବିଭାଗ
ସେଞ୍ଚୁରୀୟନ ୟୁନିଭର୍ସିଟି ଅଫ ଟେକ୍ନୋଲୋଜି ଏଣ୍ଡ ମ୍ୟାନେଜମେଣ୍ଟ,ଖୋର୍ଦ୍ଧା

ଡକ୍ଟର ତପନ କୁମାର ପଟ୍ଟନାୟକ
ସହଯୋଗୀ ଅଧ୍ୟାପକ, ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ବିଭାଗ
ଜିଂ.ଆଇ.ଇ.ଟି ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ, ଗୁଣୁପୁର, ରାୟଗଡ଼ା, ଓଡ଼ିଶା

ଓଡିଆ ଭାଷା ବିଶେଷଜ୍ଞ:
ଡକ୍ଟର ନଟବର ଶତପଥୀ
ପ୍ରାକ୍ତନ ବିଭାଗୀୟ ମୁଖ୍ୟ, ସ୍ନାତକୋତ୍ତର ଓଡିଆ ବିଭାଗ,
ରେଭେନ୍ସା ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ, କଟକ ଓଡିଶା

ବିଷୟ ସମୀକ୍ଷକ:
ପ୍ରଫେସର ଡକ୍ଟର ସୁସ୍ମିତା କର
ଶ୍ରୀରାମଚନ୍ଦ୍ର ଭଂଜ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ, ବାରିପଦା, ମୟୁରଭଂଜ, ଓଡ଼ିଶା

ଓଡିଆ ଭାଷା ସମୀକ୍ଷକ:
ସୁପ୍ରିୟା ମଲ୍ଲିକ
ପ୍ରାକ୍ତନ ଜିଲ୍ଲା ଶିକ୍ଷାଧିକାରୀ, ନୟାଗଡ, ଓଡ଼ିଶା

Printed in India by: BK Publications, Pvt. Ltd, Bhubaneswar,

Copyright © Reserved by AICTE

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise without prior permission of the publisher.

This book is sold subject to the condition that it shall not, by way of trade, be lent, re-sold, hired out or otherwise disposed of without the publisher's consent, in any form of binding or cover other than that in which it is published.

Disclaimer: The website links provided by the author in this book are placed for informational, educational & reference purpose only. The Publisher do not endorse these website links or the views of the speaker/ content of the said weblinks. In case of any dispute, all legal matters to be settled under New Delhi Jurisdiction only.

ISBN 978-93-91638-15-3
9 789391 638153

प्रो. अनिल डी. सहस्रबुद्धे
अध्यक्ष
Prof. Anil D. Sahasrabudhe
Chairman

सत्यमेव जयते

अखिल भारतीय तकनीकी शिक्षा परिषद्
(भारत सरकार का एक सांविधिक निकाय)
(शिक्षा मंत्रालय, भारत सरकार)
नेल्सन मंडेला मार्ग, वसंत कुंज, नई दिल्ली–110070
दूरभाष : 011–26131498
ई–मेल : chairman@aicte-india.org

ALL INDIA COUNCIL FOR TECHNICAL EDUCATION
(A STATUTORY BODY OF THE GOVT. OF INDIA)
(Ministry of Education, Govt. of India)
Nelson Mandela Marg, Vasant Kunj, New Delhi-110070
Phone : 011-26131498
E-mail : chairman@aicte-india.org

ପ୍ରାକ୍‌କଥନ

ଶହଶହ ବର୍ଷ ଧରି ମାନବଜାତି ଓ ସମାଜର ଅଗ୍ରଗତି ଏବଂ ବିସ୍ତାରରେ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିଛି। ଭାରତୀୟ ଉପମହାଦେଶରେ ସୃଷ୍ଟ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଚିନ୍ତାଧାରା ଜଗତ ଉପରେ ଏକ ଚିନ୍ତାଶୀଳ ପ୍ରଭାବ ପକାଇଛି।

ଅଖିଳ ଭାରତୀୟ ବୈଷୟିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ [All India Council for technical Education (AICTE)] 1987ରେ ଆରମ୍ଭ ହେବା ପରଠାରୁ ବୈଷୟିକ ଶିକ୍ଷାର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିବାରେ ସର୍ବଦା ଅଗ୍ରଣୀ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରି ଆସିଛି। AICTEର ଲକ୍ଷ୍ୟ ହେଉଛି ଗୁଣାତ୍ମକ ବୈଷୟିକ ଶିକ୍ଷାକୁ ପ୍ରୋତ୍ସାହିତ କରିବା ଏବଂ ଏହା ମାଧ୍ୟମରେ ଶିଳ୍ପ ଜଗତକୁ ଶୀର୍ଷ ସ୍ଥାନରେ ପହଞ୍ଚାଇବା। ସର୍ବୋପରି ଆମର ପ୍ରିୟ ମାତୃଭୂମି ଭାରତକୁ ଏକ ଆଧୁନିକ ବିକଶିତ ରାଷ୍ଟ୍ରରେ ପରିଣତ କରିବା। ଏଠାରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରିବା ଅନୁଚିତ ହେବ ନାହିଁ ଯେ ଯନ୍ତ୍ରୀମାନେ ଆଧୁନିକ ସମାଜର ମେରୁଦଣ୍ଡ। ଉତ୍ତମ ଯନ୍ତ୍ରୀ ଅର୍ଥାତ୍ ଉତ୍ତମ ଶିଳ୍ପ ଏବଂ ଉତ୍ତମ ରାଷ୍ଟ୍ର।

ଜାତୀୟ ଶିକ୍ଷାନୀତି-୨୦୨୦ର ପରିକଳ୍ପନା ହେଉଛି ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଭାରତର ସାମ୍ବିଧାନିକ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅନୁଯାୟୀ ନିଜ ଭାଷାରେ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରଦାନ କରିବା, ଯାହାଦ୍ୱାରା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ଜ୍ଞାନାର୍ଜ୍ଜନରେ ଯଥେଷ୍ଟ ସମର୍ଥ ଓ ଦକ୍ଷ ହୋଇପାରିବେ ଏବଂ ଜାତୀୟ ଅଭିବୃଦ୍ଧି ତଥା ବିକାଶ ଦିଗରେ ସହଯୋଗ କରିପାରିବେ।

ଗତ କିଛି ବର୍ଷରୁ AICTE ନିରନ୍ତର ଭାବରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା କ୍ଷେତ୍ରଗୁଡିକ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଏହାର ସମସ୍ତ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଭାରତୀୟ ଭାଷାରେ ଉଚ୍ଚମାନ ତଥା ଉଚିତ ମୂଲ୍ୟର ଆନ୍ତର୍ଜାତୀୟ ପୁସ୍ତକ ପ୍ରଦାନ କରିବା। ଏହି ପୁସ୍ତକଗୁଡ଼ିକ କେବଳ ସହଜ ଭାଷା, ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ସମ୍ବଳିତ ଉଦାହରଣ, ସମୃଦ୍ଧ ବିଷୟବସ୍ତୁକୁ ଧ୍ୟାନରେ ରଖି ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇନାହିଁ ବରଂ ଏହି ନିତିଦିନିଆ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ଦୁନିଆରେ ଶିଳ୍ପର ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ମଧ୍ୟ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖାଯାଇ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଛି। ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଏବଂ ଟେକ୍ନୋଲୋଜି- 2018ର AICTE ମଡେଲ୍ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଅନୁଯାୟୀ ଏହି ପୁସ୍ତକଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହୋଇଛି।

ବହୁ ଜ୍ଞାନ ଏବଂ ଅଭିଜ୍ଞତା ଥିବା ସମଗ୍ର ଭାରତବର୍ଷର କୋଣ ଅନୁକୋଣର ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଫେସରମାନେ ଶିକ୍ଷାବ୍ୟବସ୍ଥାର ସୁଲଭତା ଓ ସୁଗମତାପାଇଁ ଏହି ପୁସ୍ତକଗୁଡ଼ିକ ଲେଖିଛନ୍ତି। AICTE ନିଶ୍ଚିତ ଯେ ସମୃଦ୍ଧ ବିଷୟବସ୍ତୁ ସହିତ ଏହି ପୁସ୍ତକଗୁଡ଼ିକ ବୈଷୟିକ ଶିକ୍ଷାର ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ସହଜରେ ଗୁଣାତ୍ମକ ଜ୍ଞାନ ପ୍ରଦାନରେ ସହାୟକ ହେବ।

ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକୁ ଅଧିକ ପ୍ରାଞ୍ଜଳ କରିବାରେ ପ୍ରୟାସ କରିଥିବା ମୂଳ ଲେଖକ, ସଂଯୋଜକ ଏବଂ ଅନୁବାଦକଙ୍କ କଠିନ ପରିଶ୍ରମକୁ AICTE ପ୍ରଶଂସା କରୁଛି।

(Anil D. Sahasrabudhe)

ଅନୁବାଦକଙ୍କ କଲମରୁ...

ଭାରତରେ "ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ (ଯନ୍ତ୍ର ବିଜ୍ଞାନର ପରିଚୟ)" ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସମସ୍ତ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ବିଭାଗର ପ୍ରଥମ ବର୍ଷରେ ପ୍ରଚଳିତ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ କାରଣ ଆମ ସମସ୍ତଙ୍କର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ମୌଳିକ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ଆବଶ୍ୟକତା ରହିଛି । ଆମେ ସମସ୍ତେ ଅବଗତ ଯେ, **ଜାତୀୟ ଶିକ୍ଷାନୀତି-୨୦୨୦**ରେ ଆଞ୍ଚଳିକ ଭାଷାର ଶିକ୍ଷାଦାନକୁ ଅଧିକ ଗୁରୁତ୍ୱ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି। ସେଥିପାଇଁ ସମସ୍ତ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ପୁସ୍ତକକୁ ଭାରତୀୟ ଭାଷାର ଅନୁବାଦ କରିବାପାଇଁ **ଅଖିଳ ଭାରତୀୟ ବୈଷୟିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ**ର ଅଭିନବ ପ୍ରୟାସ ପ୍ରଶଂସନୀୟ। ଏହି ବିଷୟର ଓଡ଼ିଆ ଭାଷାରେ ଅନୁବାଦ କରିବାପାଇଁ ଆମକୁ ସୁଯୋଗ ଦେଇଥିବାରୁ ଆମେ ଓଡ଼ିଆ ଅଧ୍ୟୟନ ଓ ଗବେଷଣା ସଂସ୍ଥାକୁ ଅଶେଷ ଧନ୍ୟବାଦ ଜ୍ଞାପନ କରୁଛୁ। ବିଶେଷ କରି ଅଖିଳ ଭାରତୀୟ ବୈଷୟିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦର ଅଧ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଫେସର ଅନିଲ ଡି. ସହସ୍ରବୁଦ୍ଧେ, ଉପାଧ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଫେସର ଏମ୍. ପି. ପୁନିଆ, ସଦସ୍ୟ-ସଚିବ ପ୍ରଫେସର ରାଜୀବ କୁମାର, ମୁଖ୍ୟ ସମନ୍ୱୟ ଅଧିକାରୀ ବୁଦ୍ଧ ଚନ୍ଦ୍ରଶେଖର, ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ଡକ୍ଟର ଅମିତ ଶ୍ରୀବାସ୍ତବ, ପ୍ରାକ୍ତନ ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ କର୍ଣ୍ଣେଲ ବି ଭେଙ୍କଟ ଏବଂ ଓଡ଼ିଆ ଅଧ୍ୟୟନ ଓ ଗବେଷଣା ସଂସ୍ଥାର ଅଧ୍ୟକ୍ଷ ଆମ୍ବାସଡର ଅବସର ବେଉରିଆ, ଉପାଧ୍ୟକ୍ଷ ନଟବର ଶତପଥୀ (ଶିକ୍ଷା ଓ ଗବେଷଣା), ଉପାଧ୍ୟକ୍ଷା ଡକ୍ଟର ସିପ୍ରା ମଲ୍ଲିକ (ପରିଚାଳନା), ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ପ୍ରଫେସର ବ୍ରଜେନ୍ଦ୍ର ପ୍ରସାଦ ଦାସ ଏବଂ ସଦସ୍ୟ ସଚିବ ଡକ୍ଟର ସୁବ୍ରତ କୁମାର ପୃଷ୍ଟିଙ୍କୁ ଆମେ ହାର୍ଦ୍ଦିକ କୃତଜ୍ଞତା ଜଣାଉଛୁ।

ମୂଳ ଇଂରାଜୀ ପୁସ୍ତକର ଓଡ଼ିଆ ଅନୁବାଦପାଇଁ **ଓଡ଼ିଆ ଅଧ୍ୟୟନ ଓ ଗବେଷଣା ସଂସ୍ଥା** ପକ୍ଷରୁ ଆୟୋଜିତ ସାକ୍ଷାତକାରଦ୍ୱାରା ମନୋନୀତ ହେବା ପରେ ଏହି ପୁସ୍ତକକୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟସୀମା ଭିତରେ ଓଡ଼ିଆ ଭାଷାରେ ଅନୁବାଦ କରିବା ଆମପାଇଁ ଏକ ଆହ୍ୱାନ ଥିଲା। ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟକୁ ଭଲ ଭାବରେ ବୁଝିବା ସହିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାକ୍ୟ ଯେମିତି ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅର୍ଥକୁ ପ୍ରତିପାଦନ କରିବ, ସେଥିପାଇଁ ଅଧିକ ଯତ୍ନବାନ ହେବା ନିତାନ୍ତ ଆବଶ୍ୟକ ଥିଲା। ଏଭଳି ସ୍ଥିତିରେ ଏହି ଗୁରୁଦାୟିତ୍ୱକୁ ସଫଳତାର ସହିତ ଯଥା ସମୟରେ ସମ୍ପାଦନ କରିପାରିଛୁ। ଓଡ଼ିଆ ଅଧ୍ୟୟନ ଓ ଗବେଷଣା ସଂସ୍ଥାର ସଦସ୍ୟ-ସଚିବ ଡକ୍ଟର ସୁବ୍ରତ କୁମାର ପୃଷ୍ଟିଙ୍କ ଉଚିତ୍ ମାର୍ଗଦର୍ଶନ ଏବଂ ବିଷୟ ସମୀକ୍ଷକ ଶ୍ରୀ ରାମଚନ୍ଦ୍ର ଭଂଜ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟର ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ବିଭାଗ ପ୍ରଫେସର ଡକ୍ଟର ସୁସ୍ମିତା କର ଏବଂ ଭାଷା ସମୀକ୍ଷକ ବିଶିଷ୍ଟ ଲେଖିକା ସୁପ୍ରିୟା ମଲ୍ଲିକଙ୍କ ଉଚ୍ଚକୋଟୀର ସମୀକ୍ଷା ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଏହି ଅନୁବାଦ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଋଦ୍ଧିମନ୍ତ ଏବଂ ସୁଚାରୁ ରୂପେ ସମ୍ପାଦନ କରିବାରେ ବିଶେଷ ସହାୟକ ହୋଇଛି। ସେଥିପାଇଁ ଆମେ ସେମାନଙ୍କ ନିକଟରେ କୃତଜ୍ଞ । ଏଥି ସହିତ ଆମର କର୍ମକ୍ଷେତ୍ର ଥିବା ସେଞ୍ଚୁରିଅନ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ ଏବଂ ଜି.ଆଇ.ଇ.ଟି ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ କର୍ତ୍ତୃପକ୍ଷଙ୍କ ସହଯୋଗପାଇଁ ସେମାନଙ୍କ ନିକଟରେ ଚିର ଋଣୀ। ଏହି କାର୍ଯ୍ୟର ସଫଳ ରୂପାୟନପାଇଁ ପରିବାରବର୍ଗଙ୍କ ଅଯାଚିତ ଏବଂ ଅକୁଣ୍ଠ ସମର୍ଥନକୁ ଭୁଲି ହେବନାହିଁ। ତେଣୁ ଆମେ ଆମର ପରିବାର ପ୍ରତି ବିଶେଷ କୃତଜ୍ଞତା ଜ୍ଞାପନ କରୁଛୁ ।

ଅନୁବାଦ କାର୍ଯ୍ୟ ସହିତ ଏହାର ଅକ୍ଷର ସଜ୍ଜିକରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓଡ଼ିଆ ଅଧ୍ୟୟନ ଓ ଗବେଷ ଣା ସଂସ୍ଥା ପକ୍ଷରୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ଓ ପ୍ରଦତ୍ତ 'ପଥିସୂତ୍ର' ସଫ୍ଟୱେର ସାହାଯ୍ୟରେ କରାଯାଇଛି। ଅନୁବାଦ କରିବା ସମୟରେ ବିଷୟକୁ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ଅନୁକୂଳ, ସୁବୋଧ ଏବଂ ସୁଗମ କରିବାପାଇଁ ଆମେ ସମସ୍ତ ଉଦ୍ୟମ କରିଛୁ। ଏଥିପାଇଁ ଭାଷା ବିଶେଷଜ୍ଞ ଭାବରେ ପ୍ରଫେସର ନଟବର ଶତପଥିଙ୍କ ଅବଦାନ ଅତୁଳନୀୟ। ଆମର ଆଶା ଓ ବିଶ୍ୱାସ ଯେ **"ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ (ଯନ୍ତ୍ର ବିଜ୍ଞାନର ପରିଚୟ)"** ପାଠ୍ୟକ୍ରମର ଏହି ଅନୁବାଦ ପୁସ୍ତକ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ଏବଂ ଶିକ୍ଷକଙ୍କଦ୍ୱାରା ଅଧିକ ଆଦୃତ ହେବା ସହିତ ଏହାର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ପୂରଣ କରିବ।

ଅନୁବାଦକୁ ତ୍ରୁଟି ବିହୀନ କରିବାପାଇଁ ଏଠାରେ ବିଶେଷ ଦୃଷ୍ଟି ଦିଆଯାଇଛି। ତଥାପି ଯଦି ପାଠକଙ୍କଦ୍ୱାରା କିଛି ତ୍ରୁଟି ପରିଲକ୍ଷିତ ହୁଏ ତା'ହେଲେ ଅନୁବାଦକଙ୍କ ଦୃଷ୍ଟି ଆକର୍ଷଣ ଏକାନ୍ତ କାମ୍ୟ। ଏହି ଅନୁବାଦିତ ପୁସ୍ତକର ଉନ୍ନତିପାଇଁ ଆପଣଙ୍କ ପରାମର୍ଶ ଅତ୍ୟନ୍ତ ସ୍ୱାଗତଯୋଗ୍ୟ।

ଡକ୍ଟର ପଙ୍କଜା ପଟ୍ଟନାୟକ

ଡକ୍ଟର ତପନ କୁମାର ପଟ୍ଟନାୟକ

କୃତଜ୍ଞତା

ଅଖିଳ ଭାରତୀୟ ବୈଷୟିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ(AICTE)ର କର୍ତ୍ତୃପକ୍ଷ, ବିଶେଷ କରି ଅଧ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଫେସର ଅନିଲ ଡି ସହସ୍ରବୁଧେ, ଉପାଧ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଫେସର ମହାବୀର ପ୍ରସାଦ ପୁନିଆ, ସଦସ୍ୟ-ସଚିବ ପ୍ରଫେସର ରାଜୀବ କୁମାର, ଏବଂ ଅଧ୍ୟାପକ ବିକାଶ ସେଲର ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ କର୍ଣ୍ଣେଲ ବି ଭେଙ୍କଟଙ୍କୁ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଏବଂ ପ୍ରଦ୍ୟୋଗିକ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କପାଇଁ 'ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ' ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ବୈଷୟିକ ପୁସ୍ତକ ଅତି ଯତ୍ନଶୀଳ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାକୁ ଯୋଜନା ଏବଂ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରିଥିବା ଯୋଗୁଁ ଲେଖକବୃନ୍ଦ ସେମାନଙ୍କର କୃତଜ୍ଞତା ପ୍ରକାଶ କରୁଛୁ। ଏହାକୁ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କ ସହଜସାଧ୍ୟ କରିବା ଏବଂ କଳାତ୍ମକ ଢଙ୍ଗରେ ଏକ ଉତ୍ତମ ରୂପ ଦେବାପାଇଁ ଆମେ ପୁସ୍ତକର ସମୀକ୍ଷକ ପ୍ରଫେସର ଆର.ପି.ଡାହିଆ, ଆଡଜଣ୍ଟ ପ୍ରଫେସର, ଏନଏସୟୁଟି; ପୂର୍ବତନ ପ୍ରଫେସର, ଆଇଆଇଟି ଦିଲ୍ଲୀ; ଏମଏନଆଇଟିର ପୂର୍ବତନ ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ଏବଂ ପୂର୍ବତନ କୁଳପତି, ସିଡିଏଲ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ ଏବଂ ଡିସିଆର ବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ପ୍ରଯୁକ୍ତି ବିଦ୍ୟା ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟଙ୍କ, ମୂଲ୍ୟବାନ ଅବଦାନକୁ ଆନ୍ତରିକତାର ସହ ସ୍ୱୀକାର କରୁଛୁ । ବାସ୍ତବରେ, ସେ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନର ଚାରୋଟି ପୁସ୍ତକର ସମୀକ୍ଷକ ଭାବରେ ଆରମ୍ଭରୁ ଆମକୁ ମାର୍ଗଦର୍ଶନ କରିଥିଲେ, ଯେଉଁଠାରେ ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ ସେଠାରେ ଅନେକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପରାମର୍ଶ ପ୍ରଦାନ କରିଥିଲେ ଏବଂ ତାଙ୍କର ସମାଲୋଚନାମୂଳକ ମନ୍ତବ୍ୟ ମଧ୍ୟ ସର୍ବତ୍ର ଦେଇଥିଲେ। ଏହି ପୁସ୍ତକଟି ଏଆଇସିଟିଇର ସଦସ୍ୟ, ବିଶେଷଜ୍ଞ ଏବଂ ଲେଖକଙ୍କ ବିଭିନ୍ନ ପରାମର୍ଶର ଫଳାଫଳ। ସେମାନେ ଆମ ଦେଶରେ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଶିକ୍ଷାକୁ ଆହୁରି ବିକଶିତ କରିବାକୁ ସେମାନଙ୍କର ସୁଚିନ୍ତିତ ମତାମତ ରଖିଥିଲେ। ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଯୋଗଦାନକାରୀ ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ କର୍ମୀମାନଙ୍କପାଇଁ ସ୍ୱୀକୃତି ଦିଆଯାଇଛି ଯାହାର ପ୍ରକାଶିତ ପୁସ୍ତକ, ସମୀକ୍ଷା ପ୍ରବନ୍ଧ, ପତ୍ରିକା, ଫଟୋଗ୍ରାଫ୍, ଟିପ୍ପଣୀ, ରେଫରେନ୍ସ ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ମୂଲ୍ୟବାନ ସୂଚନା, ଯାହା ପୁସ୍ତକ ଲେଖିବା ସମୟରେ ଆମକୁ ସମୃଦ୍ଧ କରିଥିଲା। ଶେଷରେ, ଆମେ ନୂଆଦିଲ୍ଲୀସ୍ଥିତ ଖାନ୍ନା ପବ୍ଲିସିଂ ହାଉସର ପ୍ରକାଶକ ଶ୍ରୀ ମୁକୁଲ ସେଠଙ୍କୁ ଆନ୍ତରିକତାର ସହ ଧନ୍ୟବାଦ ଜଣାଇବାକୁ ଚାହୁଁଛୁ, ଯାହାର କର୍ମୀମାନେ ପ୍ରକାଶନର ସମସ୍ତ ଦିଗରେ ସହଯୋଗ କରିବାକୁ ସର୍ବଦା ପ୍ରସ୍ତୁତ ଥିଲେ। ଏହା ଏକ ଅବିସ୍ମରଣୀୟ ଅଭିଜ୍ଞତା ଅଟେ।

ଲେଖକ

ଅସିତ ବି ଭଟ୍ଟାଚାର୍ଯ୍ୟ, ଅତନୁ ନାଗ

ମୁଖବନ୍ଧ

"ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ - ଯନ୍ତ୍ର ବିଜ୍ଞାନର ପରିଚୟ" ଶୀର୍ଷକ ପୁସ୍ତକଟି ମୌଳିକ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ପାଠ୍ୟକ୍ରମର ଆମର ଶିକ୍ଷାଦାନର ସମୃଦ୍ଧ ଅଭିଜ୍ଞତାର ଏକ ଫଳାଫଳ। ଏହି ପୁସ୍ତକ ଲେଖିବାର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହେଉଛି ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ମୌଳିକ ବିଜ୍ଞାନ, ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନର ମୌଳିକତାକୁ ଉନ୍ମୋଚନ କରିବା ସହିତ ସେମାନଙ୍କୁ ବିଷୟର ଅନ୍ତର୍ଦୃଷ୍ଟି ପାଇବାକୁ ସକ୍ଷମ କରିବା। ବ୍ୟାପକ ଅର୍ନ୍ତଭୁକ୍ତର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖି ତଥା ଅତ୍ୟାବଶ୍ୟକ ଅନୁପୁରକ ସୂଚନା ପ୍ରଦାନ କରିବା ସହିତ, ଆମେ ଏଆଇସିଟିଇ(AICTE)ଦ୍ୱାରା ସୁପାରିଶ କରାଯାଇଥିବା ବିଷୟଗୁଡ଼ିକୁ ପୁସ୍ତକରେ ଅତ୍ୟନ୍ତ ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ଏବଂ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ଢଙ୍ଗରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରିଛୁ। ବିଷୟର ମୌଳିକ ଧାରଣାଗୁଡିକୁ ଯେତେ ସମ୍ଭବ ସରଳ ଉପାୟରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାକୁ ପ୍ରୟାସ କରାଯାଇଛି।

ଏହି ପାଣ୍ଡୁଲିପି ପ୍ରସ୍ତୁତି ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମୟରେ, ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ମାନଦଣ୍ଡର ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକ ଉପରେ ବିଚାର କରିଛୁ ଏବଂ ସେହି ଅନୁଯାୟୀ ଆମେ ସମାନଲୋଚନାତ୍ମକ ପ୍ରଶ୍ନ, ସମାଧାନ ଏବଂ ଅନୁପୂରକ ସମସ୍ୟା ଇତ୍ୟାଦି ପରି ବିଭାଗମାନ ବିକଶିତ କରିଛୁ। ବିଭିନ୍ନ ବିଭାଗ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ସମୟରେ, ସଂଜ୍ଞା ଏବଂ ନିୟମାବଳୀ ଏବଂ ମୌଳିକ ନୀତିଗୁଡ଼ିକର ଶୀଘ୍ର ପୁନରାବୃତ୍ତିପାଇଁ ସୂତ୍ରର ବ୍ୟାପକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ବିବରଣୀ ଉପରେ ମଧ୍ୟ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଛି। ଏହି ପୁସ୍ତକ ସମସ୍ତ ପ୍ରକାରର ମାଧ୍ୟମ ଏବଂ ଉନ୍ନତ ସ୍ତରର ସମସ୍ୟାକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରେ ଏବଂ ଏଗୁଡିକ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଏବଂ ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ଢଙ୍ଗରେ ଉପସ୍ଥାପିତ କରାଯାଇଛି। ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ ଅନେକ ବର୍ଷ ଧରି ଶିକ୍ଷାଦାନ ଉପରେ, ସେହି ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଅନୁକ୍ରମ ପରୀକ୍ଷା କରାଯାଇଛି।

ଆବଶ୍ୟକ ଅନୁଯାୟୀ ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତ ଏବଂ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟତୀତ, ଆମେ ସଂପୃକ୍ତ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ସଠିକ୍ ବୁଝାମଣାପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ୟୁନିଟରେ ବହୁ ସଂଖ୍ୟକ ସମାଧାନ ହୋଇଥିବା ସମସ୍ୟା ସହିତ ପୁସ୍ତକକୁ ସମୃଦ୍ଧ କରିଛୁ। ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷକ "ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ" ଅଧୀନରେ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂରେ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନର ବିଭିନ୍ନ ଦିଗ ଏବଂ ପ୍ରୟୋଗକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରି ଚାରୋଟି ପୁସ୍ତକର ଏକ ସେଟ୍ ଅଛି। ସେଥି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମଟି ହେଉଛି ବୈଦ୍ୟୁତିକ-ଚୁମ୍ବକୀୟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତର ପରିଚୟ, ଦ୍ୱିତୀୟଟି ଯାନ୍ତ୍ରିକବିଜ୍ଞାନ ପରିଚୟ, ତୃତୀୟଟି ଇଞ୍ଜିନିୟରମାନଙ୍କପାଇଁ କ୍ୱାଣ୍ଟମ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ଚତୁର୍ଥଟି ଦୋଳନ, ତରଙ୍ଗ ଏବଂ ଆଲୋକ ବିଜ୍ଞାନ ଉପରେ ଆଧାରିତ। ଏଠାରେ ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଯେ ସମସ୍ତ ପୁସ୍ତକରେ ଆମେ ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ପରୀକ୍ଷାଗାର ବ୍ୟବହାରକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରିଛୁ। ଆହୁରି ମଧ୍ୟ, ହା ବ୍ୟତୀତ, "ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ" ଶୀର୍ଷକରେ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଙ୍କପାଇଁ କିଛି ଅତ୍ୟାବଶ୍ୟକ ସୂଚନା ବ୍ୟତୀତ ଆମେ ଆନୁଷଙ୍ଗିକ ଏବଂ ସଂଲଗ୍ନ (appendix and annexure) ବିଭାଗରେ କିଛି ଅତ୍ୟାବଶ୍ୟକ ମୌଳିକ ସୂଚନା ସ୍ପଷ୍ଟ କରିଛୁ।

ବର୍ତ୍ତମାନର ପୁସ୍ତକ ବିଷୟ, "ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ - ଯାନ୍ତ୍ରିକବିଜ୍ଞାନର ପରିଚୟ" ର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହେଉଛି ବିଷୟବସ୍ତୁ ଉପରେ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନର ଏକ ପୁଙ୍ଖାନୁପୁଙ୍ଖ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରଦାନ କରିବା। ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ପୁସ୍ତକର ଏହି ଅଂଶ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ ଏକବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀ ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଚ୍ୟାଲେଞ୍ଜର ମୁକାବିଲା ଏବଂ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଜାଗ୍ରତ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନପାଇଁ ଯାନ୍ତ୍ରିକବିଜ୍ଞାନର ଜ୍ଞାନ ପ୍ରୟୋଗ କରିବାକୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବ। ବିଷୟବସ୍ତୁଗୁଡିକୁ ଗଠନମୂଳକ ଢଙ୍ଗରେ ଉପସ୍ଥାପିତ କରାଯାଇଛି, ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଡିଗ୍ରୀ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ ବିଭିନ୍ନ କ୍ଷେତ୍ରରେ କିମ୍ବା ଆଧୁନିକ ପ୍ରଯୁକ୍ତିବିଦ୍ୟାରେ ଅଗ୍ରଣୀ ଜାତୀୟ ପରୀକ୍ଷାଗାରରେ କାମ କରିବାକୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରେ।

ଆମେ ଆଶା କରୁଛୁ ଯେ ଏହି ପୁସ୍ତକ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନର ମୌଳିକ ନୀତି ପଛରେ ଥିବା ଚିନ୍ତାଧାରା ଶିଖିବାକୁ ଏବଂ ଆଲୋଚନା କରିବାକୁ ପ୍ରେରଣା ଦେବ ଏବଂ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ବିଷୟଟିର ଏକ ଦୃଢ ମୂଳଦୁଆ ବିକାଶକ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଦାନ କରିବ। ଆମେ ସମସ୍ତ ହିତକର ମନ୍ତବ୍ୟ ଏବଂ ପରାମର୍ଶପାଇଁ ଧନ୍ୟବାଦ ଜ୍ଞାପନ କରୁଛୁ, ଯାହା ପୁସ୍ତକର ଭବିଷ୍ୟତ ସଂସ୍କରଣର ଉନ୍ନତିରେ ଯୋଗଦାନ କରିବ। ଏହି ପୁସ୍ତକକୁ ଶିକ୍ଷକ ଏବଂ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କ ହାତରେ ରଖିବା, ଆମକୁ ଅତ୍ୟନ୍ତ ତୃପ୍ତି ଦେଇଥାଏ। ପୁସ୍ତକରେ ବିଭିନ୍ନ ଦିଗ ଉପରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହୋଇଥିବା କାମ କରିବାକୁ, ପ୍ରକୃତରେ ଏହା ଏକ ବଡ଼ ଆନନ୍ଦ ଥିଲା।

ଅସିତ ବି ଭଟ୍ଟାଚାର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ ଅତନୁ ନାଗ

ଲେଖକ

ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ଶିକ୍ଷା

ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ଶିକ୍ଷା(outcome based education)ର କାର୍ଯ୍ୟକାରିତାପାଇଁ ପ୍ରାଥମିକ ଆବଶ୍ୟକତା ହେଉଛି, ଏକ ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ(outcome based curriculum) ବିକଶିତ କରିବା ଏବଂ ଶିକ୍ଷା ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ଏକ ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ(outcome based assessment) ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରିବା। ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନେ ନିଶ୍ଚିତ ମାନକ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ଏବଂ ପରିମାପଯୋଗ୍ୟ ଫଳାଫଳ ହାସଲ କରିଛନ୍ତି କି ନାହିଁ, ତାହା ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ ମାଧମରେ ଜଣାପଡିବ। ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ଶିକ୍ଷାର ଉପଯୁକ୍ତ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତୀକରଣ ସହିତ କୌଣସି ସ୍ତରରେ ବୁଝାମଣା ନ କରି, ସମସ୍ତ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କପାଇଁ ସର୍ବନିମ୍ନ ମାନକ ହାସଲ କରିବାକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପ୍ରତିବଦ୍ଧତା ରହିବ। ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ଶିକ୍ଷା ସହାୟତାରେ ଚାଲୁଥିବା କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଶେଷରେ, ଜଣେ ଛାତ୍ର ନିମ୍ନଲିଖିତ ଫଳାଫଳରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ସକ୍ଷମ ହେବ:

PO-1: ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଜ୍ଞାନ(Engineering knowledge): ଜଟିଳ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନପାଇଁ ଗଣିତ, ବିଜ୍ଞାନ, ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ମୌଳିକତା ଏବଂ ଏକ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ବିଶେଷତା ବିଷୟରେ ଜ୍ଞାନ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା।

PO-2: ସମସ୍ୟା ବିଶ୍ଳେଷଣ(Problem analysis): ଗଣିତ, ପ୍ରାକୃତିକ ବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ବିଜ୍ଞାନର ପ୍ରଥମ ନୀତି ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରମାଣିତ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିବାପାଇଁ ଚିହ୍ନଟ, ସୂତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତି, ଅନୁସନ୍ଧାନ ସହିତ ସମୀକ୍ଷା ଏବଂ ଜଟିଳ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ।

PO-3: ସମାଧାନର ପରିକଳ୍ପନା / ବିକାଶ(Design/development of solutions): ଜଟିଳ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନପାଇଁ ସିଷ୍ଟମ୍ ଉପାଦାନ ଏବଂ ପ୍ରକ୍ରିୟା ର ପରିକଳ୍ପନା, ଯାହା ଜନସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ ଓ ନିରାପତ୍ତା ଏବଂ ସାଂସ୍କୃତିକ, ସାମାଜିକ ଏବଂ ପରିବେଶ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଆବଶ୍ୟକତାର ପରିପୂରଣ କରିପାରିବ ।

PO-4: ଜଟିଳ ସମସ୍ୟାର ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା(Conduct investigations of complex problems): ବିଧିମାନ୍ୟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ପ୍ରଦାନ କରିବାପାଇଁ, ପରୀକ୍ଷଣର ପରିକଳ୍ପନା, ବ୍ୟାଖ୍ୟା, ଡାଟା ବିଶ୍ଳେଷଣ ଏବଂ ସୂଚନା ସଂଶ୍ଳେଷଣ ସହିତ ଗବେଷଣା-ଆଧାରିତ ଜ୍ଞାନ ଏବଂ ଗବେଷଣା ପଦ୍ଧତିର ବ୍ୟବହାର।

PO-5: ଆଧୁନିକ ଉପକରଣ ବ୍ୟବହାର(Modern tool usage): ସୀମିତତାର ବୁଝାମଣା ସହିତ, ଜଟିଳ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପଗୁଡିକୁ ପ୍ରାକ୍ ଉକ୍ତି ଏବଂ ପ୍ରତିରୂପାୟଣ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରି, ଉପଯୁକ୍ତ କୌଶଳ, ଉତ୍ସ, ଏବଂ ଆଧୁନିକ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଏବଂ ଆଇଟି ଉପକରଣର ସୃଷ୍ଟି, ଚୟନ ଏବଂ ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବ।

PO-6 : ଇଞ୍ଜିନିୟର ଏବଂ ସମାଜ(The engineer and society): ସାମାଜିକ ସ୍ୱାସ୍ଥ୍ୟ, ନିରାପତ୍ତା, ଆଇନଗତ ଏବଂ ସାଂସ୍କୃତିକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବାପାଇଁ ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ଜ୍ଞାନ ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବ।

PO-7: ପରିବେଶ ଏବଂ ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱ(Environment and sustainability): ସାମାଜିକ ଏବଂ ପରିବେଶ ପ୍ରସଙ୍ଗରେ ବୃତ୍ତିଗତ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ସମାଧାନର ପ୍ରଭାବକୁ ବୁଝିବ ଏବଂ ଜ୍ଞାନର ଏବଂ ନିରନ୍ତର ବିକାଶର ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିବ ।

PO-8 : ନୈତିକତା(Ethics): ନୈତିକତା ପ୍ରୟୋଗ କରିବ ଏବଂ ବୃତ୍ତିଗତ ଦାୟିତ୍ୱ ଏବଂ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଅଭ୍ୟାସର ମାନଦଣ୍ଡ ପ୍ରତି ପ୍ରତିବଦ୍ଧ ରହିବ ।

PO-9: ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଏବଂ ଦଳଗତ କାର୍ଯ୍ୟ(Individual and team work): ବିବିଧ ଦଳରେ ଏବଂ ବହୁମୁଖୀ ପୃଷ୍ଠଭୂମିରେ ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଭାବରେ ଏବଂ ସଦସ୍ୟ ଭାବରେ କିମ୍ବା ମୁଖ୍ୟ ଭାବରେ ପ୍ରଭାବପକାଇ ପାରିବ।

PO-10: ଯୋଗାଯୋଗ(Communication): ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ସମ୍ପ୍ରଦାୟ ଏବଂ ସମାଜ ସହିତ ଜଟିଳ ପ୍ରଶ୍ନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପ୍ରଭାବିତ କରିବ। ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ବିବୃତି ଏବଂ ଦସ୍ତାବିଜର ରୂପରେଖ କରିବା ଏବଂ ବୁଝିବାରେ ସକ୍ଷମ ହେବା, ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ଉପସ୍ଥାପନା କରିବା, ଏବଂ ସ୍ୱଷ୍ଟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ ଦେବା ଏବଂ ଗ୍ରହଣ କରିବା।

PO-11 : ପ୍ରକଳ୍ପ ପରିଚାଳନା ଏବଂ ଅର୍ଥ(Project management and finance): ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଏବଂ ପରିଚାଳନା ନୀତିବିଷୟରେ ଜ୍ଞାନ ଓ ବିଚାର ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିବ। ନିଜ କାର୍ଯ୍ୟରେ, ପ୍ରକଳ୍ପ ପରିଚାଳନାରେ ଏବଂ ବହୁମୁଖୀ ପରିବେଶରେ ଦଳର ସଦସ୍ୟଭାବେ ଏବଂ ମୁଖ୍ୟଭାବେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବ ।

PO-12: ଜୀବନବ୍ୟାପୀ ଶିକ୍ଷା(Life-long learning): ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ଚିହ୍ନଟ ଏବଂ ବୈଷୟିକ ପରିବର୍ତ୍ତନର ବ୍ୟାପକ ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ସ୍ୱାଧୀନଭାବେ ଏବଂ ଜୀବନବ୍ୟାପୀ ଶିକ୍ଷାରେ ଜଡିତ ହେବାର ପ୍ରସ୍ତୁତି ଏବଂ ଦକ୍ଷତା ଅର୍ଜନ କରିବ ।

ପାଠ୍ୟକ୍ରମ

ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଏବଂ ଟେକ୍ନୋଲୋଜିରେ ପ୍ରଥମ ବର୍ଷର ସ୍ନାତକ ଡିଗ୍ରୀ ପାଠ୍ୟକ୍ରମପାଇଁ ଏଆଇସିଟିଇ ମଡେଲ୍ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ

<table>
<tr><td>କୋର୍ସ କୋଡ୍</td><td colspan="5">ବିଏସସି101</td></tr>
<tr><td>ବର୍ଗ</td><td colspan="5">ମୌଳିକ ବିଜ୍ଞାନ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ</td></tr>
<tr><td>ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଶୀର୍ଷକ</td><td colspan="5">ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ (ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଏବଂ ପରୀକ୍ଷାଗାର)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">ଯୋଜନା ଏବଂ କ୍ରେଡିଟ୍</td><td>L</td><td>T</td><td>P</td><td>କ୍ରେଡିଟ୍</td><td rowspan="2">ସେମିଷ୍ଟାର-୧</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="5">ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନରେ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ବିଷୟବସ୍ତୁ
ଯନ୍ତ୍ର ବିଜ୍ଞାନର ପରିଚୟ</td></tr>
</table>

ବିସ୍ତୃତ ବିଷୟବସ୍ତୁ:

ୟୁନିଟ୍ 1: (8 ବକ୍ତୃତା)

ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଅଧୀନରେ ଆଦିଶ ଏବଂ ସଦିଶର ପରିବର୍ତ୍ତନ; ପ୍ରକୃତିରେ ବଳ; ବସ୍ତୁର ଗତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାରେ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମାବଳୀ ଏବଂ ଏହାର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣତା; ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମର ଅପରିବର୍ତ୍ତିତାର ଗଠନ କରିବା; ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଗତିର ସମୀକରଣ ସମାଧାନ; ପ୍ରତିବନ୍ଧକ ଏବଂ ଘର୍ଷଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ୟା; ସ୍ତମ୍ଭାକାର ଏବଂ ଗୋଲୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ସମ୍ପ୍ରସାରଣ।

ୟୁନିଟ୍ 2: (7 ବକ୍ତୃତା)

ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ଫଳନ; F = - Grad V, ସମ ସ୍ଥିତିଜଶକ୍ତି ପୃଷ୍ଠ ଏବଂ ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟର ଅର୍ଥ; ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ଏବଂ ଅଣ-ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ, ଏକ ବଳକ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଲ; କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ; କୋଣୀୟଗତିର ସଂରକ୍ଷଣ; ଶକ୍ତି ସମୀକରଣ ଏବଂ ଶକ୍ତି ଚିତ୍ର; ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ, ପରିବଳୟାକାର, ଅତିପରିବଳୟାକାର କକ୍ଷପଥ; କେପଲର ସମସ୍ୟା; ପ୍ରୟୋଗ: ଉପଗ୍ରହ କୌଶଳ।

ୟୁନିଟ୍ 3: (5 ବକ୍ତୃତା)

ଅଣ-ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍; ଘୂର୍ଣ୍ଣୟମାନ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ: ପାଞ୍ଚ-ପଦ ତ୍ୱରଣ ସୂତ୍ର, କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ଏବଂ କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣ; ପ୍ରୟୋଗ: ପାଣିପାଗ ପ୍ରଣାଳୀ, ଫୁକଲ୍ଟ ଦୋଳକ।

ୟୁନିଟ୍ 4: (6 ବକ୍ତୃତା)

ସଂନାଦୀ ଦୋଳନ; ଅବମନ୍ଦିତ ସଂନାଦୀ ଗତି - ଅଧିକ ଅବମନ୍ଦିତ , କ୍ରାନ୍ତିକ ଅବମନ୍ଦିତ ଏବଂ ସ୍ୱଳ୍ପ-ଅବମନ୍ଦିତ ଦୋଳକ; ପ୍ରଣୋଦିତ ଦୋଳନ ଏବଂ ଅନୁନାଦ।

ୟୁନିଟ୍ 5: **(5 ବକ୍ତୃତା)**

ସମତଳରେ ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ସଂଜ୍ଞା ଏବଂ ଗତି; ସମତଳରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ; ସମତଳରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଏବଂ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ କରୁଥିବା ଏକ ସମନ୍ୱୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଶୁଦ୍ଧଗତିବିଜ୍ଞାନ; ସମତଳ ଗତିରେ ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କୋଣୀୟ ଗତି; ୟୁଲରଙ୍କ ଗତିନିୟମ, ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମରୁ ସେମାନଙ୍କର ଅନିର୍ଭରତା, ଏବଂ କଠୋର ବସ୍ତୁର ଗତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାରେ ସେମାନଙ୍କର ଆବଶ୍ୟକତା; ଉଦାହରଣ।

ୟୁନିଟ୍ 6: **(7 ବକ୍ତୃତା)**

ତ୍ରି-ବିମିୟରେ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିର ପରିଚୟ - (କ) କୋଣୀୟ ବେଗ ସଦିଶ, ଏବଂ ଏହାର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହାର ଏବଂ (ଖ) ଜଡ଼ତ୍ୱ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ପ୍ରଦିଶ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଦୁଇ-ବିମିୟ ଗତିର ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ଆଲୋକପାତ; ତ୍ରି-ବିମିୟ ଗତିରେ ଏକ ବସ୍ତୁ ଯାହାର ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଗତି କରେ: ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଛଡର ସ୍ଥିରକେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସହିତ ଶାଙ୍କବୀୟ(conical) ଗତି କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରିବା - କେବଳ ଦେଖାଇବା ଆବଶ୍ୟକ ଯେ, ଏହି ଗତି ଦୁଇ-ବିମିୟ ଦେଖାଯାଏ କିନ୍ତୁ ତ୍ରି-ବିମିୟ ଅଟେ, ଏବଂ ଦୁଇ-ବିମିୟ ପ୍ରଦର୍ଶନ ବିଫଳ ହୁଏ।

ପରୀକ୍ଷାଗାର: ଯାନ୍ତ୍ରିକବିଜ୍ଞାନର ପରିଚୟ [L : 0; T : 0 ; P : 3 (1.5 କ୍ରେଡିଟ୍)]

ପରୀକ୍ଷଣଗୁଡିକର ପ୍ରସ୍ତାବିତ ତାଲିକା:

ଯୁଗ୍ମ ଦୋଳକ;

ଏକ ଏୟାର-ଟ୍ରାକରେ ପରୀକ୍ଷଣ;

ଜଡ଼ତ୍ୱ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ମାପ ପରୀକ୍ଷଣ,

ଗାଇରୋସ୍କୋପ୍ ସହିତ ପରୀକ୍ଷଣ;

ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଦୋଳନରେ ଅନୁନାଦ ପ୍ରକ୍ରିୟା ।

କେତେକ ୟୁନିଟରେ କିଛି ଅତିରିକ୍ତ ପରୀକ୍ଷଣ ମଧ୍ୟ ପରାମର୍ଶ କରାଯାଇଛି ।

ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଫଳାଫଳ

ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସମାପ୍ତ ହେବା ପରେ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ବିଷୟ ଶିକ୍ଷାରେ ସକ୍ଷମ ହେବେ:

CO-1: ସ୍ଥିର ବିଦ୍ୟୁତ୍-ଚୁମ୍ବକୀୟ କ୍ଷେତ୍ରର ବିଭିନ୍ନ ଭୌତିକ ଧାରଣା ବର୍ଣ୍ଣନା।

CO-2: ବୈଦ୍ୟୁତିକ କ୍ଷେତ୍ର ଏବଂ ସମ୍ଭାବନାପାଇଁ ସୀମା ସ୍ଥିତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାକୁ ସ୍ଥିର ବିଦ୍ୟୁତ ଏବଂ ଚୁମ୍ବକର ନୀତି ବ୍ୟାଖ୍ୟା ।

CO-3: ଫାରାଡେଙ୍କ ବିଦ୍ୟୁତ୍-ଚୁମ୍ବକୀୟ ଇଣ୍ଡକ୍ସନ୍ ନିୟମ ସହିତ ଜଡିତ ଧାରଣା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା।

CO-4: ବିଦ୍ୟୁତ୍-ଚୁମ୍ବକୀୟ କ୍ଷେତ୍ର ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ତରଙ୍ଗର ପ୍ରଚାର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନପାଇଁ ମ୍ୟାକ୍ସୱେଲଙ୍କ ସମୀକରଣ ପ୍ରୟୋଗ।

CO-5: ଚୁମ୍ବକୀୟ ପଦାର୍ଥର ବିଭିନ୍ନ ଗୁଣ ବିଶ୍ଳେଷଣ।

CO-6: ବିଭିନ୍ନ ଗଣମାଧ୍ୟମରେ ବିଦ୍ୟୁତ୍ ଚୁମ୍ବକୀୟ ତରଙ୍ଗର ପ୍ରଚାରକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ।

ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଫଳାଫଳ (CO)	ପ୍ରୋଗ୍ରାମ୍ ଫଳାଫଳଗୁଡିକ (PO) ସହ ଆଶା କରାଯାଉଥିବା ମ୍ୟାପିଂ (1- ଦୁର୍ବଳ ସହବନ୍ଧନ; 2- ମଧ୍ୟମ ସହବନ୍ଧନ; 3- ଦୃଢ ସହବନ୍ଧନ)											
	PO-1	**PO-2**	**PO-3**	**PO-4**	**PO-5**	**PO-6**	**PO-7**	**PO-8**	**PO-9**	**PO-10**	**PO-11**	**PO-12**
CO-1	3	2	2	2	1	-	-	-	-	-	-	-
CO-2	3	1	2	1	-	-	-	-	-	-	-	-
CO-3	3	3	2	1	-	-	-	-	-	-	-	-
CO-4	3	3	3	2	1	-	-	-	-	-	-	-
CO-5	3	3	2	1	1	-	-	-	-	-	-	-
CO-6	3	3	3	2	1	-	-	-	-	-	-	-

ସଂକ୍ଷେପଣ ଓ ପ୍ରତୀକ

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ନାମର ତାଲିକା

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ନାମ	ବିସ୍ତୃତ ନାମ	ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ନାମ	ବିସ୍ତୃତ ନାମ
CO	(Course Outcome) ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଫଳାଫଳ	LCR	ଇଣ୍ଡକ୍ଟର କାପାସିଟର ରେଜିଷ୍ଟର
CG	(Centre of Gravity) ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ କେନ୍ଦ୍ର	MI	ଜଡ଼ତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ
CM	(Centre of Mass) ବସ୍ତୁତ୍ୱ କେନ୍ଦ୍ର	PE	ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି
Div	(Divergence) ଅପସରଣ	PO	କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଫଳାଫଳ
Grad	(Gradient)ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ	SHM	ସରଳ ସଂନାଦୀ ଗତି
KE	(Kinetic Energy) ଗତିଜ ଶକ୍ତି	UO	ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳ

ପ୍ରତୀକଗୁଡ଼ିକର ତାଲିକା

ପ୍ରତୀକ	ବର୍ଣ୍ଣନା	ପ୍ରତୀକ	ବର୍ଣ୍ଣନା
Hz	ହର୍ଟଜ୍	$\mu\sigma$	ସ୍ଥିତିଜ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ
I	ଜଡ଼ତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ	$\mu\kappa$	ଗତିଜ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ
K	ବିଘୂର୍ଣ୍ଣନର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ	A	କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ
T	ସମୟ ଅବଧି	θ	କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ
S	ଅନୁନାଦର ତୀକ୍ଷ୍ଣତା	$\wedge$	ଅକ୍ଷାଂଶ
G	ସର୍ବବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ସ୍ଥିରାଙ୍କ	M	ସମାନୀତ ବସ୍ତୁତ୍ୱ
U	ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି	ε	ଉତକେନ୍ଦ୍ରତା
K	ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ଗତିଜ ଶକ୍ତି	T	ଟର୍କ୍/ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ
Fc	କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ	δ ଜିରା	କ୍ରୋନେକର୍ ଡେଲ୍ଟା
Fg	କେନ୍ଦ୍ରପ୍ରସାରୀ ବଳ	$\vec{A}.\vec{B}$	$\vec{A}$ ବିନ୍ଦୁ $\vec{B}$
$\vec{L}$	କୋଣୀୟ ସଂବେଗ	$\vec{A}\times\vec{B}$	$\vec{A}$. କ୍ରସ୍ $\vec{B}$
$\vec{I}$	ଜଡ଼ତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରଦିଶ	$\vec{\nabla}$	ଡେଲ୍ ଅପରେଟର୍
G	ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଜନିତ ତ୍ୱରଣ	$\vec{\nabla}V$	ଗ୍ରେଡ୍ V
K	ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ସ୍ଥିରାଙ୍କ	$\vec{\nabla}.\vec{A}$	ଡାଇଭର୍ଜନ୍ସ $\vec{A}$.
fc	କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ	$\vec{\nabla}\times\vec{A}$	କର୍ଲ $\vec{A}$
$\vec{\omega}$	କୋଣୀୟ ପରିବେଗ	$\nabla^2\varphi$	ଲାପ୍ଲାସିଆନ୍ φ

ଚିତ୍ର ସୂଚୀ

ୟୁନିଟ୍ 1 ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଯନ୍ତ୍ର ବିଜ୍ଞାନ

ଚିତ୍ର . 1.1: ଏକ ସଦିଶର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ 3
ଚିତ୍ର 1.2: ତ୍ରି ବିମିୟରେ ଏକ ସଦିଶର ସଂପ୍ରସାରଣ 4
ଚିତ୍ର . 1.3: ସଦିଶ ଯୋଗର ରୈଖିକ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ 6
ଚିତ୍ର . 1.4: ସଦିଶ ବିନ୍ଦୁ ଗୁଣନ 6
ଚିତ୍ର . 1.5: ଏକ ଆଦିଶ ଫଳନର ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ 12
ଚିତ୍ର . 1.6: ଫ୍ଲକ୍ସ ରେଖା 12
ଚିତ୍ର . 1.7: କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ 13
ଚିତ୍ର . 1.8: ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ 16
ଚିତ୍ର . 1.9: ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ ଅବକଳ ଆୟତନର ଉପାଦାନ 17
ଚିତ୍ର . 1.10: ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ 17
ଚିତ୍ର . 1.11: ଗୋଲୀୟ ସମନ୍ୱୟରେ ଅବକଳ ଆୟତନ 21
ଚିତ୍ର . 1.12: ବନ୍ଧୁକର ପଛୁଆ ଗତି 22
ଚିତ୍ର . 1.13: ଅପ୍ରସାରିତ ହାଲୁକା ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଦ୍ୱାରା ସଂଯୁକ୍ତ ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଗତି 22
ଚିତ୍ର . 1.14: ଅପ୍ରସାରଣ କ୍ଷମ ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଦ୍ୱାରା ସଂଯୁକ୍ତ ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଭୂଲମ୍ବ ଗତି 24
ଚିତ୍ର . 1.15: ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁର ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି 25
ଚିତ୍ର . 1.16: ଗଡାଣି ଯାଗାରେ ତଳକୁ ଖସୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁର ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି 26
ଚିତ୍ର . 1.17: ଘର୍ଷଣର କୋଣ 26
ଚିତ୍ର . 1.18: ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠରେ ଘର୍ଷଣ ହେତୁ ଶକ୍ତିର କ୍ଷୟ 28
ଚିତ୍ର . 1.19: ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ 31

ୟୁନିଟ୍ 2 ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତି (Conservation Principles)

ଚିତ୍ର 2.1 : ରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳକ୍ଷେତ୍ରରେ ବଳର ପଥ ସମାକଳ 55
ଚିତ୍ର 2.2 : କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ 63
ଚିତ୍ର 2.3 : କ୍ଷତ୍ରିୟ ପରିବେଗ 64
ଚିତ୍ର 2.4 : ଦୁଇ-ବସ୍ତୁ ସମସ୍ୟା 67
ଚିତ୍ର .2.5: ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ସମାନୀତ ବସ୍ତୁର ଗତି 69
ଚିତ୍ର .2.6: ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତିର ଭିନ୍ନତା 72
ଚିତ୍ର .2.7: କେପଲରଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମର ବର୍ଣ୍ଣନା 76
ଚିତ୍ର 2.8: ଉପଗ୍ରହ କୌଶଳ **78**

ୟୁନିଟ୍ 3 ବସ୍ତୁ ଗତିବିଜ୍ଞାନ (Dynamics of Particles)

ଚିତ୍ର 3.1: ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ 92

ଚିତ୍ର 3.2: ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଉପରେ କେନ୍ଦ୍ରାପ୍ରସାରୀ ବଳର ପ୍ରଭାବ 95

ଚିତ୍ର 3.3: ଫୁକଲ୍ଟ ଦୋଳକ 97

ୟୁନିଟ୍ 4 ଦୋଳନ

ଚିତ୍ର 4.1: ଏକ ସରଳ ଦୋଳକର ଗତି 111

ଚିତ୍ର 4.2: ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ବୃତ୍ତ ସହିତ SHM 112

ଚିତ୍ର 4.3: ସଂନାଦୀ ଦୋଳକ 116

ଚିତ୍ର 4.4: ଅବମନ୍ଦିତ ଦୋଳନ ଗତିର ଆଲେଖୀକ ଉପସ୍ଥାପନା 118

ଚିତ୍ର 4.5: କ୍ରାନ୍ତିକ ଏବଂ ଅତି ଅବମନ୍ଦିତ ଗତିର ଚିତ୍ର 119

ଚିତ୍ର 4.6: ଆବୃତ୍ତି ଅନୁନାଦରେ ବିସ୍ତାର ଅନୁନାଦ 124

ଚିତ୍ର 4.7: ବାହ୍ୟ ବଳର ଆବୃତ୍ତି ସହିତ ଶକ୍ତିର ପରିବର୍ତ୍ତନ 125

ୟୁନିଟ୍ 5 ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି

ଚିତ୍ର 5.1: ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି 145

ଚିତ୍ର 5.2: କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ 146

ଚିତ୍ର 5.3: କେନ୍ଦ୍ରପ୍ରସାରୀ ପ୍ରତିକ୍ରିୟାର ଧାରଣା 148

ଚିତ୍ର 5.4: ବଳର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ 148

ଚିତ୍ର 5.5: ବଳଯୁଗ୍ମର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ 149

ଚିତ୍ର 5.6: ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ 149

ଚିତ୍ର 5.7: ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ 151

ଚିତ୍ର 5.8: ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗ 151

ଚିତ୍ର 5.9: କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ 152

ଚିତ୍ର 5.10: ଛଡର CM ଦେଇ ଅକ୍ଷ ଅତିକ୍ରମ କରୁଛି 154

ଚିତ୍ର 5.11: ଛଡର ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡ ଦେଇ ଗତି କରୁଥିବା ଅକ୍ଷ 154

ଚିତ୍ର 5.12: ଡିସ୍କର ସମତଳକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଅକ୍ଷ 155

ଚିତ୍ର 5.13: କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏବଂ କୁଣ୍ଡଳାକାର ବଳୟ ସମତଳକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଅକ୍ଷ 155

ଚିତ୍ର 5.14: ସ୍ତମ୍ଭାକାର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ 156
ଚିତ୍ର 5.15: ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ଅକ୍ଷ ଯାହାକି ଏକ ସମାନ ଆୟତାକାର ଲାମିନାର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ 156
ଚିତ୍ର 5.16: ଏକ ସମାନ କଠିନ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ 157

ୟୁନିଟ୍ 6 ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିଶୀଳତା

ଚିତ୍ର 6.1 : କଠିନ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ 179
ଚିତ୍ର 6.2 : ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣାୟମାନ ଚକର ଗତି 180
ଚିତ୍ର 6.3 : ଏକ ଆନତ ତଳରେ ବସ୍ତୁ ତଳକୁ ଗଡୁଛି 181
ଚିତ୍ର .6.4: ଜଡ଼ତାର ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜ 183
ଚିତ୍ର .6.5: ପତଳା ଏକ ସମାନ ଦଣ୍ଡପାଇଁ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା 185
ଚିତ୍ର .6.6: ଏକ ଆୟତାକାର ଲାମିନାପାଇଁ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା 185
ଚିତ୍ର .6.7: ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ଲାମିନାପାଇଁ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା 186
ଚିତ୍ର .6.8: ସ୍ତମ୍ଭାକାର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା 186

ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କପାଇଁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ

ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ଶିକ୍ଷା (ଓବିଇ) ଜ୍ଞାନ ସ୍ତର ଏବଂ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଦକ୍ଷତା ବୃଦ୍ଧି କରିବା ଉଚିତ୍। ଶିକ୍ଷକ ଓବିଇର ଉପଯୁକ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟକାରିତାପାଇଁ ପ୍ରମୁଖ ଦାୟିତ୍ୱ ନିଅନ୍ତୁ। କିଛି ଦାୟିତ୍ୱ (ସୀମିତ ନୁହେଁ) ଶିକ୍ଷକଙ୍କପାଇଁ ଓବିଇ ସିଷ୍ଟମରେ ମଧ୍ୟ ଅନୁସରଣ ହୋଇପାରେ:-

- ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ନିୟମ ମଧ୍ୟରେ, ସେମାନେ ସମସ୍ତ ଛାତ୍ରଙ୍କ ସର୍ବୋତ୍ତମ ସୁବିଧାପାଇଁ ସମୟ ବାହାର କରିବା ଉଚିତ୍।
- ସେମାନେ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କ ଭେଦଭାବ ଦୂର କରିବାପାଇଁ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସମ୍ଭାବନାକୁ ବିଚାର ନ କରି କେବଳ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନଦଣ୍ଡ ଉପରେ ଆକଳନ କରିବା ଉଚିତ୍।
- ସେମାନେ ଅନୁଷ୍ଠାନ ଛାଡିବା ପୂର୍ବରୁ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କ ଶିକ୍ଷଣ ଦକ୍ଷତାକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସ୍ତରକୁ ବୃଦ୍ଧି କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଉଚିତ୍।
- ସେମାନେ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଉଚିତ ଯେ ସମସ୍ତ ଛାତ୍ର ସେମାନଙ୍କର ଶିକ୍ଷା ସମାପ୍ତି ପରେ ଗୁଣାତ୍ମକ ଜ୍ଞାନ ଓ ଦକ୍ଷତା ହାସଲ କରିଥିବେ ।
- ସେମାନେ ସର୍ବଦା ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କର ଚରମ କାର୍ଯ୍ୟଦକ୍ଷତା ଦକ୍ଷତା ବିକଶିତ କରିବାକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ଉଚିତ୍।
- ନୂତନ ଆଭିମୁଖ୍ୟକୁ ଏକତ୍ର କରିବାପାଇଁ ସେମାନେ ଗୋଷ୍ଠୀ କାର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ ଦଳ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସୁଗମ ଏବଂ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ଉଚିତ୍।
- ସେମାନେ ବ୍ଲୁମ୍ସ ଟ୍ୟାକ୍ସୋନୋମିକୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗରେ ଅନୁସରଣ କରିବା ଉଚିତ୍।

ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ:

ବ୍ଲୁମଙ୍କ ବର୍ଗୀକରଣ(Bloom's Taxonomy)

ସ୍ତର	ଶିକ୍ଷକ ଯାଞ୍ଚ କରିବା ଉଚିତ	ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ସକ୍ଷମ ହେବା ଉଚିତ	ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ମୋଡ୍
ସୃଷ୍ଟି କରିବା Creating	ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ସୃଷ୍ଟି କରିବାର ଦକ୍ଷତା	ଡିଜାଇନ୍ କିମ୍ବା ସୃଷ୍ଟି କରିବା	କ୍ଷୁଦ୍ର ପ୍ରକଳ୍ପ
ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିବା Evaluating	ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ଯଥାର୍ଥତା ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିବାର ଦକ୍ଷତା	ଯୁକ୍ତି କିମ୍ବା ରକ୍ଷା କରିବା	ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କାର୍ଯ୍ୟ
ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା Analyzing	ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ଭିନ୍ନ କରିବାର ଦକ୍ଷତା	ଭିନ୍ନ କିମ୍ବା ଅଲଗା କରିବା	ପ୍ରକଳ୍ପ / ଲ୍ୟାବ୍ ପଦ୍ଧତି
ଆବେଦନ କରିବା Applying	ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ସୂଚନା ବ୍ୟବହାର କରିବାର ଦକ୍ଷତା	ସଞ୍ଚାଳନ କିମ୍ବା ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିବା	ବୈଷୟିକ ଉପସ୍ଥାପନା / ପ୍ରଦର୍ଶନ
ବୁଝାମଣା Understanding	ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ଧାରଣାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାର ଦକ୍ଷତା	ବ୍ୟାଖ୍ୟା କିମ୍ବା ଶ୍ରେଣୀଭୁକ୍ତ କରିବା	ଉପସ୍ଥାପନା / ସେମିନାର
ସ୍ମରଣ କରିବା Remembering	ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ମନେ ପକାଇବାର ଦକ୍ଷତା	ବ୍ୟାଖ୍ୟା କିମ୍ବା ମନେ ରଖିବା	ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତରୀ

ଛାତ୍ରମାନଙ୍କପାଇଁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ:

ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନେ ମଧ୍ୟ ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ଶିକ୍ଷା(OBE) କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରିବାପାଇଁ ସମାନ ଦାୟିତ୍ୱ ନେବା ଉଚିତ୍। ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ଶିକ୍ଷାବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କପାଇଁ କିଛି ଦାୟିତ୍ୱ (ସୀମିତ ନୁହେଁ) ଏପରି ଅନୁସରଣ ହୋଇପାରେ:

- ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଠ୍ୟକ୍ରମର ଗୋଟିଏ ୟୁନିଟ୍ ଆରମ୍ଭ ହେବା ପୂର୍ବରୁ ଛାତ୍ରମାନେ ପ୍ରତ୍ୟେକ UO ବିଷୟରେ ଭଲ ଭାବରେ ଅବଗତ ହେବା ଉଚିତ୍।
- ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଆରମ୍ଭ ହେବା ପୂର୍ବରୁ ଛାତ୍ରମାନେ ପ୍ରତ୍ୟେକ CO ବିଷୟରେ ଭଲ ଭାବରେ ଅବଗତ ହେବା ଉଚିତ୍।
- କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଆରମ୍ଭ ହେବା ପୂର୍ବରୁ ଛାତ୍ରମାନେ ପ୍ରତ୍ୟେକ PO ବିଷୟରେ ଭଲ ଭାବରେ ଅବଗତ ହେବା ଉଚିତ୍।
- ଛାତ୍ରମାନେ ଉପଯୁକ୍ତ ପ୍ରତିଫଳନ ଏବଂ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସହିତ ସମାଲୋଚନା ଏବଂ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଭାବରେ ଚିନ୍ତା କରିବା ଉଚିତ୍।
- ଛାତ୍ରମାନଙ୍କ ଅଧ୍ୟୟନଲବ୍ଧ ଜ୍ଞାନ, ବ୍ୟବହାରିକ ଏବଂ ବାସ୍ତବ ଜୀବନପରିଣାମ ସହିତ ସଂଯୁକ୍ତ ଏବଂ ଏକୀକୃତ ହେବା ଉଚିତ୍।
- ଛାତ୍ରମାନେ ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ଶିକ୍ଷା ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତରରେ, ସେମାନଙ୍କର ଦକ୍ଷତା ବିଷୟରେ ଭଲ ଭାବରେ ଅବଗତ ହେବା ଉଚିତ୍।

ବିଷୟ ସୂଚୀ

ପ୍ରାକ୍-କଥନ iii
ଅନୁବାଦକଙ୍କ କଲମରୁ v
ସ୍ୱୀକୃତି vii
ମୁଖବନ୍ଧ ix
ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ଶିକ୍ଷା xi
ପାଠ୍ୟକ୍ରମ xiii
ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଫଳାଫଳ xv
ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ନାମ ଏବଂ ପ୍ରତୀକଗୁଡିକ xvii
ଚିତ୍ର ତାଲିକା xix
ଟେବୁଲ ତାଲିକା xx
ଶିକ୍ଷକଙ୍କପାଇଁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ xxiii
ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କପାଇଁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ xxiv

ୟୁନିଟ୍ 1: ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଯାନ୍ତ୍ରିକବିଜ୍ଞାନ 1-52
ୟୁନିଟ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ 1
ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତତା 2
ପୂର୍ବ-ଆବଶ୍ୟକୀୟ 2
ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳ 2
1.1 ସଦିଶ ମୌଳିକତା 3
1.1.1 ଏକ ସଦିଶର ଉପାଦାନ 3
1.1.2 ସଦିଶ ବୀଜଗଣିତ 6
1.1.3 ସଦିଶ ଅବକଳନ 10
1.2 ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ 14
1.2.1 କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ 15
1.2.2 ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ 15
1.2.3 ଗୋଲଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ 16
1.3 ପରିବର୍ତ୍ତନ ଗୁଣଧର୍ମ 18
1.3.1 ସଦିଶ ଗୁଣନ ପରିବର୍ତ୍ତନ 18
1.3.2 ଆଦିଶ ଗୁଣନ ପରିବର୍ତ୍ତନ 19
1.3.3 ସଦିଶ ଗୁଣନର ପରିବର୍ତ୍ତନ 19

1.4 ପ୍ରକୃତିର ମୌଳିକ ବଳ 21
1.5 ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଗତି ନିୟମ 21
1.5.1 ସଂବେଗ 21
1.5.2 ବନ୍ଧୁକର ପଛୁଆ ଗତି 23
1.6 ଦୁଇଟି ସଂଯୁକ୍ତ ବସ୍ତୁର ଗତି 24
1.6.1 ଭୂସମାନ୍ତର ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଗତି 24
1.6.2 ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଭୂଲମ୍ବ ଗତି 24
1.7 ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତିର ସଂରକ୍ଷଣ 25
1.7.1 ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁ 25
1.7.2 ଏକ ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠରୁ ତଳକୁ ବସ୍ତୁ ଖସିବା 26
1.8 ଘର୍ଷଣ 26
1.8.1 ଘର୍ଷଣର ନିୟମ 26
1.8.2 ଘର୍ଷଣର କୋଣ 26
1.8.3 ଘର୍ଷଣ ହେତୁ ଶକ୍ତି ଅପବ୍ୟୟ 28
1.9 ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମାବଳୀର ସୀମିତତା 29
1.10 ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ 29
1.10.1 କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥା 30
1.10.2 ଧୃବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥା 31
1.10.3 ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଫ୍ରେମରେ ଧୃବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ 32
ୟୁନିଟ୍ ସାରାଂଶ 36
ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 41
ବ୍ୟବହାରିକ 46
ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ 48
ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ 51
ୟୁନିଟ୍ 2: ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତି 53-86
ୟୁନିଟ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ 53
ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତତା 54
ପୂର୍ବ-ଆବଶ୍ୟକୀୟ 54
ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳ 54
2.1 ଉପକ୍ରମ 55
2.2 ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ଏବଂ ଅଣ-ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ 55

2.2.1 ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ 55

2.2.2 ଅଣ-ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ 58

2.3 ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି 59

2.4 ବଳ ଏବଂ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ସମ୍ପର୍କ 59

2.5 କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ 62

2.5.1 ଗତିର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ 63

2.5.2 କକ୍ଷପଥର ପ୍ରକୃତି 63

2.5.3 କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ 63

2.5.4 କ୍ଷେତ୍ରୀୟ ପରିବେଗ 64

2.6 ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କକ୍ଷପଥର ସାଧାରଣ ସମୀକରଣ 64

2.7 ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶକ୍ତି 65

2.7.1 କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଗତିରେ ଶକ୍ତିର ସଂରକ୍ଷଣ 66

2.8 ସମାନୀତ ଦୁଇ-ବସ୍ତୁର ସମସ୍ୟା 67

2.9 ଶକ୍ତି ଏବଂ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ 68

2.10 ସମାନୀତ ବସ୍ତୁର କକ୍ଷପଥପାଇଁ ସମୀକରଣ 70

2.11 ଶକ୍ତି ସମୀକରଣ ଏବଂ ଶକ୍ତି ଚିତ୍ର 72

2.11.1 ବୃତ୍ତୀୟ,ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ, ପରିବଳୟକାର ଏବଂ ଅତିପରିବଳୟକାର କକ୍ଷପଥ 73

2.12 ଗ୍ରହମାନଙ୍କ ଗତିର ନିୟମାବଳୀ 75

2.12.1 କେପଲରଙ୍କ ପ୍ରଥମ ନିୟମ 76

2.12.2 କେପଲରଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ 76

2.12.3 କେପଲରଙ୍କ ତୃତୀୟ ନିୟମ 76

2.13 ଉପଗ୍ରହ କୌଶଳ(ମାନୁଭର୍ସ) 77

ୟୁନିଟ୍ ସାରାଂଶ 78

ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 80

ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ 83

ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ 86

ୟୁନିଟ୍ 3: ବସ୍ତୁ ଗତିବିଜ୍ଞାନ (Dynamics of Particles) 87-108

ୟୁନିଟ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ 87

ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତତା 87

ପୂର୍ବ-ଆବଶ୍ୟକୀୟ 88

ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳ 88

3.1 ଉପକ୍ରମ 89
3.2 ଅଣ-ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ 89
3.3 କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ଏବଂ କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣ 89
3.4 ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ 92
3.5 ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁ ଉପରେ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ 93
3.6 ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଉପରେ କେନ୍ଦ୍ରପ୍ରସାରୀ ବଳର ପ୍ରଭାବ 95
3.7 କୋରିଓଲିସ୍ ବଳର ବ୍ୟବହାର 96
3.8 ଫୁକଲ୍ଟ ଦୋଳକ 97
ୟୁନିଟ୍ ସାରାଂଶ 101
ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 102
ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ 104
ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ 108

ୟୁନିଟ୍ 4: ଦୋଳନ 109-142
ୟୁନିଟ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ 109
ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତତା 110
ପୂର୍ବ-ଆବଶ୍ୟକୀୟ 110
ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳଗୁଡିକ 110
4.1 ଉପକ୍ରମ 111
4.2 ସରଳ ସଂନାଦୀ ଗତି 111
4.2.1 SHMର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ 112
4.3 ବୃତ୍ତାକାର ଗତି ସହିତ SHMର ଅନୁରୂପତା 112
4.4 SHMର ଅବକଳ ସମୀକରଣ 114
4.5 ସଂନାଦୀ ଦୋଳକ 116
4.6 ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ 116
4.6.1 ଅବକଳ ସମୀକରଣ 116
4.7 ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ 121
4.7.1 ଅବକଳ ସମୀକରଣ 121
4.7.2 ଅବକଳ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ 122
4.8 ଅପରିବର୍ତ୍ତୀ ଅବସ୍ଥାପାଇଁ ଆଲୋଚନା 124
4.8.1 ବିସ୍ତାର ଅନୁନାଦ 124

4.4.2 ବେଗ ଏବଂ ଶକ୍ତି ଅନୁନାଦ 124
4.4.3 ଅନୁନାଦର ତୀକ୍ଷ୍ଣତା 125
ୟୁନିଟ୍ ସାରାଂଶ 127
ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 128
ବ୍ୟବହାରିକ 132
ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ 139
ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ 142

ୟୁନିଟ୍ 5: ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି 143-175
ୟୁନିଟ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ 143
ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତତା 143
ପୂର୍ବ-ଆବଶ୍ୟକୀୟ 144
ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳଗୁଡିକ 144
5.1 ଉପକ୍ରମ 145
5.1.1 କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ 145
5.1.2 କୋଣୀୟ ବେଗ 145
5.1.3 କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ 145
5.2 କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ 146
5.3 କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ 147
5.4 କେନ୍ଦ୍ରପ୍ରସାରୀ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ରପ୍ରସାରୀ ବଳ 148
5.5 ବଳର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ 148
5.5.1 ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣର ପରିମାପ ଏବଂ ଏକକ 149
5.6 ବଳଯୁଗ୍ମ ଏବଂ ବଳଯୁଗ୍ମର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ 149
5.7 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ 149
5.7.1 ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ 151
5.8 କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗ 151
5.8.1 କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ 152
5.8.2 ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ 152
5.8.3 କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ 152
5.9 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ପ୍ରମେୟ 153
5.9.1 ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ପ୍ରମେୟ 153
5.9.2 ଅଭିଲମ୍ବିତ ଅକ୍ଷ ପ୍ରମେୟ 153
5.10 ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 153

5.11 ସମମିତ ବସ୍ତୁପାଇଁ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ 154
5.12 ଇୟୁଏଲରଙ୍କର ଗତିର ନିୟମ 159
ୟୁନିଟ୍ ସାରାଂଶ 160
ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 163
ବ୍ୟବହାରିକ 167
ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ 173
ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ 175

ୟୁନିଟ୍ 6: ଏକ କଠିନ ଶରୀରର ଗତିଶୀଳତା 177-203
ୟୁନିଟ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ 177
ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତତା 178
ପୂର୍ବ-ଆବଶ୍ୟକୀୟ 178
ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳ 178
6.1 ଉପକ୍ରମ 179
6.2 ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ 179
6.3 ଘୂର୍ଣ୍ଣାୟମାନ ଚକ 180
6.4 ତଳକୁ ଗଡୁଥିବା ବସ୍ତୁ 181
6.5 ଜଡତ୍ୱର ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜ 183
6.6 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ତାହାର ଗୁଣନଫଳ 185
6.6.1 ପତଳା ଏକସମାନ ଦଣ୍ଡ 185
6.6.2 ଆୟତାକାର ଲାମିନା 185
6.6.3 ବୃତ୍ତାକାର ଲାମିନା 186
6.6.4 ସ୍ତମ୍ଭକ 186
6.7 କଠିନ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗ 187
6.8 କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତି 188
6.9 ଜଡତ୍ୱର ପ୍ରଦିଶ 189
6.10 ୟୁଲରଙ୍କର ଗତିର ସମୀକରଣ 190
ୟୁନିଟ୍ ସାରାଂଶ 192
ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ 193
ବ୍ୟବହାରିକ 195
ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ 199
ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ 203

ଭୌତିକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ସାରଣୀ (Table of Physical Constants) 204-205
ସାରଣୀ I : ୟୁନିଟ୍ ଏବଂ ବିସ୍ତାର 204
ସାରଣୀ II : ଦଶକର ଦକ୍ଷତା 204
D ସାରଣୀ III : ଶୁଷ୍କ ଇଣ୍ଟରଫେସପାଇଁ ସ୍ଥିତିଜ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ 205

ପରିଶିଷ୍ଟ 206-209

ପରିଶିଷ୍ଟ - A : ବ୍ୟବହାରିକପାଇଁ ପ୍ରଦତ୍ତ ଟେମ୍ପଲେଟ୍ 206
ପରିଶିଷ୍ଟ - B : ଗୋଷ୍ଠୀରେ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ / ପ୍ରୋଜେକ୍ଟ / ବ୍ୟବହାରିକପାଇଁ ସୂଚକ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ 207
ପରିଶିଷ୍ଟ - C : ବ୍ଲୁମ୍ ବର୍ଗୀକରଣ ଅନୁସାରେ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ 208
ପରିଶିଷ୍ଟ - D: ବ୍ୟବହାରିକପାଇଁ ଅଭିଲେଖନ 209

ସଂଲଗ୍ନ(Annexures) 210-220
ସଂଲଗ୍ନ- I : ସଦିଶର ତ୍ରି ଗୁଣନ 210
ସଂଲଗ୍ନ -II : ସଦିଶ ଅବକଳ ଅପରେଟର ସହିତ ଜଡ଼ିତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସୂତ୍ର 210
ସଂଲଗ୍ନ -III: କାର୍ଟେସିଆନ୍, ସ୍ତମ୍ଭାକାର ଏବଂ ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ,ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ, ଡାଇଭରଜେନ୍ସ ଏବଂ କର୍ଲ୍ 212
ସଂଲଗ୍ନ -IV : ସଦିଶ ସମାକଳନ - ରୈଖିକ, ପୃଷ୍ଠ ଏବଂ ଆୟତନ ସମାକଳନ 213
ସଂଲଗ୍ନ -V : ମାପର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ତ୍ରୁଟି 214
ସଂଲଗ୍ନ -VI: ପରୀକ୍ଷାଗାରରେ କାମ କରିବା ସମୟରେ କିଛି ସାଧାରଣ ଏବଂ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ 220

ଅଧିକ ପଠନପାଇଁ ସନ୍ଦର୍ଭ 222

CO ଏବଂ PO ଯୋଗ୍ୟତା ସାରଣୀ 224
ସୂଚକାଙ୍କ 225

1 ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଯନ୍ତ୍ର ବିଜ୍ଞାନ

ୟୁନିଟ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ

ଏହି ୟୁନିଟ୍ ମାଧ୍ୟମରେ ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦିଗଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ:

- ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଅଧୀନରେ ଆଦିଶ ଏବଂ ସଦିଶର ପରିବର୍ତ୍ତନ;
- ପ୍ରକୃତିର ବଳ;
- ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ନିୟମାବଳୀ ଏବଂ ଏହାର ବସ୍ତୁର ଗତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣତା;
- ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମର ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ଗଠନ ;
- ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (Polar coordinate) ଦ୍ୱାରା ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ଗତିର ସମୀକରଣର ସମାଧାନ;
- ପ୍ରତିବନ୍ଧକ ଏବଂ ଘର୍ଷଣ ଜନିତ ସମସ୍ୟା;
- ସ୍ତମ୍ଭାକାର(cylindrical) ଏବଂ ଗୋଲୀୟ(spherical) ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କକୁ ସମ୍ପ୍ରସାରଣ ।

ଏହି ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାରିକ ପ୍ରୟୋଗଗୁଡିକ ଅଧିକ କୌତୁହଳ ଏବଂ ସୃଜନଶୀଳତା ସୃଷ୍ଟି କରିବା ସହିତ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଦକ୍ଷତାରେ ଉନ୍ନତି ଆଣିବା ପାଇଁ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ଏହି ୟୁନିଟ୍ ମାଧ୍ୟମରେ ବହୁ ସଂଖ୍ୟକ ଏକାଧିକ ବିକଳ୍ପୀୟ ପ୍ରଶ୍ନ ଦେବା ବ୍ୟତୀତ, ଛୋଟ ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ପ୍ରକାର ଉତ୍ତର, ବ୍ଲୁମ ବର୍ଗୀକରଣର ନିମ୍ନ ଏବଂ ଉଚ୍ଚ କ୍ରମ ଅନୁସରଣ କରି ଦୁଇଟି ବର୍ଗରେ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି, ଅନେକ ସାଂଖ୍ୟିକ ପ୍ରଶ୍ନ ମାଧ୍ୟମରେ ରଚନାତ୍ମକ କାର୍ଯ୍ୟ, ସନ୍ଦର୍ଭର ଏକ ତାଲିକା ଏବଂ ପରାମର୍ଶିତ ପଠନଗୁଡ଼ିକ ଏହି ୟୁନିଟରେ ଦିଆଯାଇଛି, ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଜଣେ ଏ ସମସ୍ତ ବିଷୟ ଗୁଡିକରେ ଅଭ୍ୟାସ କରିପାରିବ । ଏହା ଧ୍ୟାନଦେବା ଜରୁରୀ ଯେ, ବିଭିନ୍ନ ବିଷୟ ଉପରେ ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇବା ପାଇଁ କେତେକ QR କୋଡ୍ ବିଭିନ୍ନ ବିଭାଗରେ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି, ଯାହା ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ସହାୟକ ଜ୍ଞାନ ପାଇଁ ସ୍କାନ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଶେଷରେ, ବିଷୟବସ୍ତୁ ଉପରେ ଆଧାର କରି, ଏକ "ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ" ବିଭାଗ ଅଛି । ଏହି ବିଭାଗକୁ ଯତ୍ନର ସହ ଡିଜାଇନ୍ କରାଯାଇଛି ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଏହି ଅଂଶରେ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଥିବା ସପ୍ଲିମେଣ୍ଟାରୀ ସୂଚନା ପୁସ୍ତକର ଉପଭୋକ୍ତାମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଲାଭଦାୟକ ହେବ । ଏହି ବିଭାଗ ମୁଖ୍ୟତଃ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ, କିଛି ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟର ଉଦାହରଣ, ଅନୁରୂପ, ବିଷୟ ବିକାଶର ଇତିହାସ, ମୁଖ୍ୟତଃ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଏବଂ ସନ୍ଧାନକୁ ଧ୍ୟାନ ଦେଇ, ସମ୍ପୃକ୍ତ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ବିକାଶଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ସମ୍ପ୍ରତି ସମୟ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମୟସୀମା, ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ପାଇଁ ବିଷୟବସ୍ତୁର ପ୍ରୟୋଗ କିମ୍ବା/ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ଦିଗ ଉପରେ ଶିଳ୍ପ ପ୍ରୟୋଗକୁ ଆଲୋକିତ କରେ, ପରିବେଶ, ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱ, ସାମାଜିକ ଏବଂ ନୈତିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ ସହିତ ଜଡିତ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଧ୍ୟୟନ(case study) ଯାହା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ, ଏବଂ ଶେଷରେ ଏହି ୟୁନିଟ୍ ର ଜିଜ୍ଞାସା(inquisitiveness) ଏବଂ କୌତୁହଳ ବିଷୟ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି ।

ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତତା

ଯାନ୍ତ୍ରିକବିଜ୍ଞାନ ବିଷୟରେ ଏହି ମୌଳିକ ୟୁନିଟ୍ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଅଧୀନରେ ଆଦିଶ ଏବଂ ସଦିଶର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଓ ପ୍ରକୃତିର ବଳ ବିଷୟରେ ଏକ ପ୍ରାଥମିକ ଧାରଣା ପାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ। ଏହା ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ନିୟମାବଳୀ ଏବଂ ଏହାର ବସ୍ତୁର ଗତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣତା ବିଷୟରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରେ। ଯାନ୍ତ୍ରବିଜ୍ଞାନକୁ ସଠିକ୍ ଭାବରେ ଆରମ୍ଭ କରିବା ପାଇଁ ଏହି ସମସ୍ତ ମୌଳିକ ଦିଗ ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ଅଟେ। ଏହା ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ନିୟମ ଏବଂ ବସ୍ତୁର ଗତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାରେ ଏହାର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣତା ଏବଂ ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କର ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମର ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ଗଠନ ଓ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ଗତିର ସମୀକରଣକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରେ। ଏହି ବିଷୟର ବିକାଶ ପାଇଁ ଏସବୁ ବିସ୍ତୃତ ଭାବରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି। କିଛି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ୟାଗୁଡିକ ସୂଚିତ କରାଯିବା ସହ ଏହା ସ୍ତମ୍ଭାକାର ଏବଂ ଗୋଲୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କକୁ ଏହାର ସମ୍ପ୍ରସାରଣ କରାଯାଇଛି, ଯାହା ଗତିବିଜ୍ଞାନର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ଏକ ସ୍ୱଷ୍ଟ ଧାରଣା ପାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିପାରିବ।

ଯାନ୍ତ୍ରବିଜ୍ଞାନ ହେଉଛି ଭୌତିକ ବିଜ୍ଞାନର ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଶାଖା ଯାହା ମୂଳତଃ ବିଭିନ୍ନ ବଳ ଏବଂ ଶକ୍ତି ଏବଂ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ଏଗୁଡିକର ପ୍ରଭାବ ସହିତ ଜଡିତ। ଗତିର ପରିମାଣ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରି, ଯାନ୍ତ୍ରବିଜ୍ଞାନର ଯାତ୍ରା ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିଲା ଏବଂ ତା'ପରେ ବଳ, ଶକ୍ତି ଏବଂ ସଂବେଗ ଅନୁସାରେ ଏହାକୁ ବୁଝାଯାଇଛି। ଏହା ଆମ ଚାରିପାଖରେ ଥିବା ଦିନକୁ ଦିନ ଅନେକ ପରିଚିତ ଘଟଣାର କାର୍ଯ୍ୟକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବାକୁ ଅନୁମତି ଦିଏ। କିନ୍ତୁ ଏହା ସହିତ ଏହା ଗ୍ରହ, ତାରା ଏବଂ ମହାକାଶ ଗତି ବିଜ୍ଞାନକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରେ। ଏହାର ବ୍ୟବହାରିକ ପ୍ରୟୋଗଗୁଡିକ ନିର୍ମାଣ, ଡିଜାଇନ୍ ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଯନ୍ତ୍ର ଓ ସାଧନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ।

ପୂର୍ବ-ଆବଶ୍ୟକୀୟ

ଗଣିତ: ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ (ଦ୍ୱାଦଶ ଶ୍ରେଣୀ)

ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ: ଯାନ୍ତ୍ରବିଜ୍ଞାନ (ଦ୍ୱାଦଶ ଶ୍ରେଣୀ)

ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳ

ଏହି ୟୁନିଟ୍ ର ଫଳାଫଳ ତାଲିକା ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅନୁସାରେ ଅଟେ:

U1-O1 : ମୌଳିକ ସଦିଶ ସଞ୍ଚାଳନ ବର୍ଣ୍ଣନା।

U1-O2: କାର୍ଟେସିଆନ୍,ଗୋଲୀୟ ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କର ବର୍ଣ୍ଣନା।

U1-O3: ବସ୍ତୁର ଗତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାରେ ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ନିୟମାବଳୀର ବ୍ୟାଖ୍ୟା।

U1-O4: ବସ୍ତୁର ପ୍ରତିବନ୍ଧକ ଗତିରେ ଘର୍ଷଣର ଭୂମିକା।

U1-O5: ଜଟିଳ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ସଦିଶ ଗଣନା ର ପ୍ରୟୋଗ।

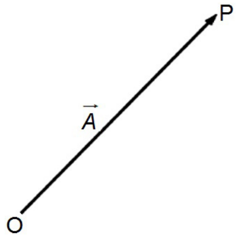
ୟୁନିଟ୍ -1 ଫଳାଫଳ	ଆଶା କରାଯାଉଥିବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସହ ଫଳାଫଳ ସଂଯୋଗ *(1- ଦୁର୍ବଳ ସହବନ୍ଧନ; 2- ମାଧ୍ୟମ ସହବନ୍ଧନ; 3- ଶକ୍ତିଶାଳୀ ସହବନ୍ଧନ)*					
	CO-1	**CO-2**	**CO-3**	**CO-4**	**CO-5**	**CO-6**
U1-O1	3	3	3	-	3	1
U1-O2	1	1	2	2	1	-

U1-O3	2	1	3	1	2	1
U1-O4	-	-	3	1	2	2
U1-O5	3	3	3	-	3	1

1.1 ସଦିଶ ମୌଳିକତା (Vector Fundamentals)

ସଦିଶ ବିଶ୍ଳେଷଣର ପ୍ରମୁଖ ସୁବିଧା ହେଉଛି ଯେ, ଏକ ସଦିଶ, ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥାରୁ ସ୍ୱାଧୀନ । ଏକ ଆଦିଶ ରାଶି ଯେପରି କି ତାପମାତ୍ରା, ଶକ୍ତି, ଆୟତନର ବିପରୀତ, ଏକ ସଦିଶ ଉଭୟ ପରିମାଣ ଏବଂ ଦିଗ ରହିଥାଏ, ଯେପରି ବିସ୍ଥାପନ, ବେଗ, ବଳ ଏବଂ ତ୍ୱରଣ । ଏକ ସଦିଶର ଦିଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ତୀର ବ୍ୟବହାର କରି ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଏ ।

ତୀରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରି ସଦିଶ ତୀବ୍ରତା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ତୀରର ଲାଞ୍ଜ ଶେଷ 'O' ହେଉଛି ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ବିନ୍ଦୁ ଯେତେବେଳେ ମୁଣ୍ଡ 'P' ହେଉଛି ଅନ୍ତିମ ବିନ୍ଦୁ । ଏକ ସଦିଶ, ଉପରେ ତୀର ଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷରଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଯାଏ ($\vec{A}$), ଏବଂ ଏହାର ପରିମାଣ A ଦ୍ୱାରା ଅବମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯାଏ (ଚିତ୍ର1.1)



***ଚିତ୍ର 1.1:* ଏକ ସଦିଶର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ**

1.1.1 ଏକ ସଦିଶର ଉପାଦାନ (Components of a Vector)

ଯେକୌଣସି ସଦିଶ $\vec{A}$ ତିନୋଟି ବିସ୍ତାରରେ ଏକ ଆୟତକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (Rectangular coordinate) ବ୍ୟବସ୍ଥାର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବିନ୍ଦୁ ମୂଳ 'O' ସହିତ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଏ । ବର୍ତ୍ତମାନ, ଧରାଯାଉ (Ax, Ay, Az) ଏକ ସଦିଶ $A_x\hat{i}$ ର ଆୟତାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କର ପ୍ରାନ୍ତିକ ବିନ୍ଦୁ।

ସଦିଶଗୁଡ଼ିକ $A_x\hat{i}$, $A_y\hat{j}$ ଏବଂ $A_z\hat{k}$ ଆୟତାକାର ଉପାଦାନ କିମ୍ବା ଏକ ସଦିଶ $\vec{A}$ ର ଯଥାକ୍ରମେ X, Y ଏବଂ Z ତିନୋଟି ଦିଗର କେବଳ ଉପାଦାନ [ଚିତ୍ର . 1.2 (a)]।

ସଦିଶ $A_x\hat{i}$, $A_y\hat{j}$ ଏବଂ $A_z\hat{k}$ ମିଶ୍ରଣକୁ ସଦିଶ $\vec{A}$ ନିଆଯାଇପାରେ ।

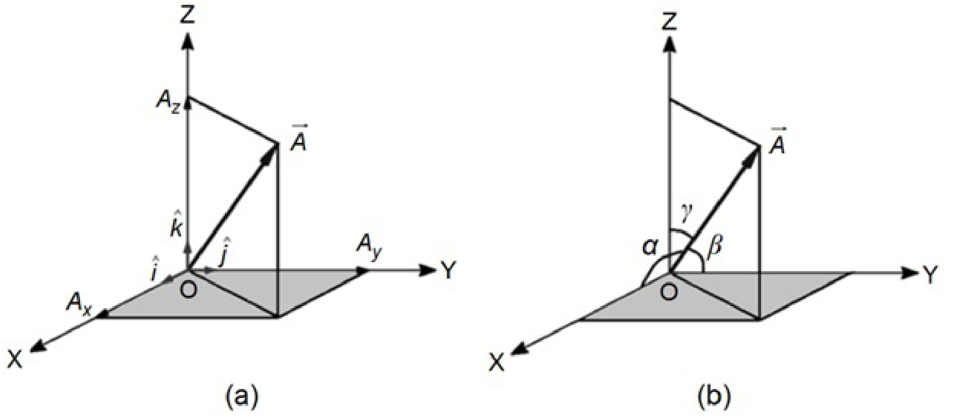
ସେଥିପାଇଁ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା,

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} \tag{1.1}$$

A $\vec{A}$ ର ପରିମାଣ ଅଟେ

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \tag{1.2}$$

ଆମେ ଜାଣୁ, $\vec{A} = |\vec{A}|\hat{n}$ [ଯେଉଁଠି $\hat{n}$ ହେଉଛି $\vec{A}$ ରଏକକ ସଦିଶ] (1.3)



ଚିତ୍ର । 1.2: ତିନୋଟି ବିସ୍ତାରରେ ଏକ ସଦିଶର ସଂପ୍ରସାରଣ (Resolution)

$\therefore$ (1.4)

କିମ୍ବା,
$$\hat{n}=\frac{A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}=\frac{A_x}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}\hat{i}+\frac{A_y}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}\hat{j}+\frac{A_z}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}\hat{k}$$

$$|\hat{n}|=\sqrt{\left(\frac{A_x}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}\right)^2+\left(\frac{A_y}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}\right)^2+\left(\frac{A_z}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}\right)^2}=1 \quad (1.5)$$

ଏହିପରି ଏହା ଦର୍ଶାଯାଇଛି ଯେ ଏକକ(unit) ସଦିଶର ପରିମାଣ ଏକ ।

ଉଦାହରଣ 1.1 ଏକ ଏକକ ସଦିଶ ପାଇଁ $\hat{n}=\frac{1}{2}\hat{i}+m\hat{j}+\frac{1}{3}\hat{k}$ ପାଇଁ m ର ମୂଲ୍ୟ ବାହାର କରନ୍ତୁ .

ସମାଧାନ:

ଏକକ ସଦିଶ ପାଇଁ $\hat{n}=\frac{1}{2}\hat{i}+m\hat{j}+\frac{1}{3}\hat{k}$ ଆମେ ଜାଣୁ, $|\hat{n}|=1$

$\therefore$
$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+m^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2}=1$$

କିମ୍ବା,
$$m=\pm\frac{1}{6}\sqrt{23}$$

ଉଦାହରଣ 1.1

କୋସାଇନ୍ ଦିଗ(direction cosine) : ବର୍ତ୍ତମାନ, ସଦିଶ $\vec{A}$ ଓ ଏହାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ଅକ୍ଷ ଦ୍ୱାରା ନିର୍ମିତ କୋଣର କୋସାଇନକୁ ସେହି ସଦିଶ କୋସାଇନ୍ ଦିଗ , ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଯାହାକି, ସଦିଶ ର ଦିଗ ନିର୍ଦ୍ଧିଷ୍ଟ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ [ଚିତ୍ର 1.2 (b)]।

ତେଣୁ,
$$\cos\alpha=\frac{A_x}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}} \quad (1.6)\ (a)$$

ଯେଉଁଠାରେ α, ହେଉଛି ଯାହା $\overline{OA}$ ଏବଂ X -ଅକ୍ଷ ସହିତ ତିଆରି କୋଣ

$$\cos\beta = \frac{A_y}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}} \qquad (1.6)\ (b)$$

ଯେଉଁଠାରେ β, ହେଉଛି ଯାହା $\overrightarrow{OA}$, ଏବଂ Y-ଅକ୍ଷ ସହିତ ତିଆରି କୋଣ

ଏବଂ
$$\cos\gamma = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}} \qquad (1.6)\ (c)$$

ଯେଉଁଠାରେ γ ହେଉଛି ଯାହା $\overrightarrow{OA}$ ଏବଂ Z -ଅକ୍ଷ ସହିତ ତିଆରି କୋଣ

ଏକ ସଦିଶର ଦିଗ, ଏକ ସ୍ଥିତି ସଦିଶ $\overrightarrow{OA}$ ଦିଗରେ ଥାଏ ଯାହା ହେଉଛି,

$$\hat{n} = \hat{i}\cos\alpha + \hat{j}\cos\beta + \hat{k}\cos\gamma \qquad (1.7)$$

କିମ୍ବା,
$$\left|\hat{n}\right| = \sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma}$$

$$\therefore \qquad \sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma} = 1$$

ଯେକୌଣସି ସଦିଶ $\vec{A}$ ର କୋସାଇନ୍ ଦିଗ , ଏହି ସମୀକରଣକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ ।

$$\therefore \qquad \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 \qquad (1.8)$$

ତେଣୁ କୋସାଇନ୍ ଦିଗର ବର୍ଗଗୁଡ଼ିକ, ଯେତେବେଳେ ଏକାଠି ଯୋଗ କରାଯାଏ, ତାହା 1 ସହିତ ସମାନ ହୁଅନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ 1.2: ଯଦି $\vec{P} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ଏବଂ $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, ଏହାର ପରିମାଣ ଏବଂ $\vec{P} + \vec{Q}$ ଏବଂ $\vec{P} - \vec{Q}$ ର କୋସାଇନ୍ ଦିଗ ବାହାର କରନ୍ତୁ ।

ସମାଧାନ:

ଦିଆଯାଇଛି $\quad \vec{P} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ଏବଂ $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

ତେଣୁ, $\quad \vec{P} + \vec{Q} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ଏବଂ $\vec{P} - \vec{Q} = -\hat{i} + \hat{j}$

ଏହିପରି, $\left|\vec{P} + \vec{Q}\right| = \sqrt{14}$ ଏବଂ $\left|\vec{P} - \vec{Q}\right| = \sqrt{2}$

$\vec{P} + \vec{Q}$ ର କୋସାଇନ୍ ଦିଗ ହେଉଛି

$$\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{14}}, \cos\beta = \frac{1}{\sqrt{14}} \text{ ଏବଂ } \cos\gamma = \frac{2}{\sqrt{14}}$$

କିମ୍ବା,
$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{14}}\right),\ \beta = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{14}}\right),\ \text{ ଏବଂ } \gamma = \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{14}}\right)$$

$\vec{P} - \vec{Q}$ ର କୋସାଇନ୍ ଦିଗ $\vec{P} - \vec{Q}$ ହେଉଛି

$$\cos\alpha' = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \cos\beta' = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ vkS } \cos\gamma = 0$$

କିମ୍ବା,
$$\alpha' = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right),\ \beta' = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ ଏବଂ } \gamma' = \cos^{-1}0$$

ଉଦାହରଣ 1.2

1.1.2 ସଦିଶ ବୀଜଗଣିତ (Vector Algebra)

ଯଦି ଆମେ 4 କିଲୋମିଟର ପୂର୍ବକୁ ଚାଲିବା ଏବଂ ତା'ପରେ 3 କିଲୋମିଟର ଉତ୍ତରକୁ ଚାଲିବା ତେବେ ଆମେ ମୋଟ 7 କିଲୋମିଟର ଯାଇଥାନ୍ତେ, କିନ୍ତୁ ଆମେ ଆମର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 5 କିଲୋମିଟର ଦୂରରେ ରହିବା । ଗାଣିତିକ ଉପକରଣ ଯାହା ଆମକୁ ଏହିପରି ପରିମାଣ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ତାହାକୁ ସଦିଶ ବୀଜଗଣିତ କୁହାଯାଏ ।

ସଦିଶ ଯୋଗ: ସଦିଶ ଯୋଗ ହେଉଛି ଦୁଇ କିମ୍ବା ଅଧିକ ସଦିଶ ଯୋଡିବା ପାଇଁ ଏକ ସଂକରଣ ।

i) ସଦିଶ ଯୋଗ ହେଉଛି କ୍ରମବିନିମୟୀ (Commutative): $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$

ii) ସଦିଶ ଯୋଗ ହେଉଛି ସହଯୋଗୀ (Associative): $\left(\vec{A}+\vec{B}\right)+\vec{C}=\vec{A}+\left(\vec{B}+\vec{C}\right)$

iii) ସଦିଶ ଯୋଗ ଅନୁସାରେ, ସଦିଶ ବିଯୋଗ: $\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+\left(-\vec{B}\right)$

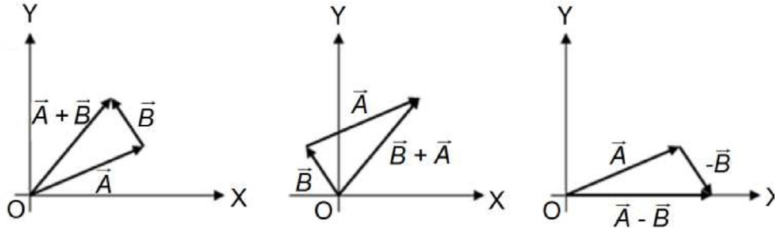
ଅଧିକ ପାଇଁ
ଭେକ୍ଟର ଯୋଗ
ଏବଂ ବଶୀକରଣ
ଉପରେ

iv) ଏକ ଆଦିଶ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିତ ସଦିଶ ଯୋଗ ହେଉଛି ବିତରଣକାରୀ(Distributive): $m\left(\vec{A}+\vec{B}\right)=m\vec{A}+m\vec{B}$

ଆମେ ଦୁଇଟି ଢଙ୍ଗରେ ସଦିଶ ଯୋଡିପାରିବା: ଆଲେଖୀକ(Graphically) ଏବଂ ବୀଜଗଣିତ(Algebrically) ଭାବରେ।

ଗ୍ରାଫିକାଲ୍ ସଦିଶ ଯୋଗ ନିମ୍ନରେ ଦେଖାଯାଇଥିବା ପରି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରିବ ।

Graphically vector addition can be defined as shown below.

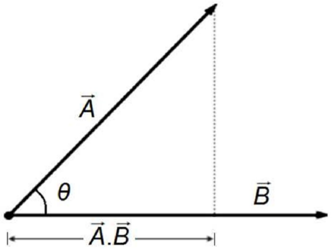


ଚିତ୍ର 1.3: ସଦିଶ ଯୋଗର ଆଲେଖୀକ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ

ସଦିଶ ଗୁଣନ: ଯଦି ସଦିଶ $\vec{A}$ ଏବଂ ସଦିଶ $\vec{B}$ ର ଗୁଣନ ହୁଏ, ତାହାହେଲେ ଫଳାଫଳ ଏକ ଆଦିଶ କିମ୍ବା ସଦିଶ ହେବ । ସେଗୁଡ଼ିକର ଗୁଣନ କିପରି ଭାବରେ ହୁଏ ତାହା ଉପରେ ଏହା ନିର୍ଭର କରେ । ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ସଦିଶ ଗୁଣନଫଳ ହେଉଛି:

i) ଆଦିଶ ଗୁଣନ ବା ବିନ୍ଦୁ ଗୁଣନ

ii) ସଦିଶ ଗୁଣନ ବା କ୍ରସ୍ ଗୁଣନ



ଚିତ୍ର 1.4: ସଦିଶବିନ୍ଦୁ ଗୁଣନ

ଆଦିଶ ଗୁଣନ: ଦୁଇଟି ସଦିଶ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ର ବିନ୍ଦୁ କିମ୍ବା ଆଦିଶ ଗୁଣନ, [$\vec{A}.\vec{B}$ ($\vec{A}$ ବିନ୍ଦୁ $\vec{B}$)] ଦ୍ୱାରା ଅବସ୍ଥାପିତ, ଏହା $\vec{A}$ ପରିମାଣ ଏବଂ $\vec{B}$ ପରିମାଣର ଗୁଣନ ସହ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣ θ ର କୋସାଇନ୍ ର ଗୁଣନ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି (ଚିତ୍ର . 1.4) । ପ୍ରତୀକ ଭାବରେ,

$$\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta \quad (1.9)$$

ଟିପ୍ପଣି କର, ଯେ $\vec{A}.\vec{B}$ ଏକ ଆଦିଶ ଅଟେ ଏବଂ ଏକ ସଦିଶ ନୁହେଁ। ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ବଳ ଏବଂ ବିସ୍ଥାପନ ଦୁଇଟି ସଦିଶ, କିନ୍ତୁ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରୋଡାକ୍ଟ ହେଉଛି , ବିସ୍ଥାପନ ହେତୁ ବଳ ଦ୍ୱାରା କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଏହା ଏକ ଆଦିଶ ।

ଦୁଇଟି ସଦିଶ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣ ଏପରି ଭାବେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି,

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}\right) \quad (1.10)$$

ଯଦି ଦୁଇଟି ସଦିଶର ବିନ୍ଦୁ ଗୁଣନ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ଶୂନ ଅଟେ ଅର୍ଥାତ୍, ଯଦି $\vec{A}.\vec{B}=0$, ତେବେ ସଦିଶ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣ 90° ($\theta = 90^\circ$)

ଉଦାହରଣ 1.3

ଉଦାହରଣ 1.3: ଯଦି $|\vec{P}+\vec{Q}| = |\vec{P}-\vec{Q}|$, ତାହାହେଲେ ଦର୍ଶାନ୍ତୁ ଯେ, $\vec{P}$ ଏବଂ $\vec{Q}$ ଅଭିଲମ୍ବ (perpendicular) ଅଟନ୍ତି।

ସମାଧାନ:

ଆମର ଦିଆଯାଇଛି $|\vec{P}+\vec{Q}| = |\vec{P}-\vec{Q}|$

କିମ୍ବା, $|\vec{P}+\vec{Q}|^2 = |\vec{P}-\vec{Q}|^2$

କିମ୍ବା, $2\vec{P}.\vec{Q} = -2\vec{P}.\vec{Q}$

କିମ୍ବା, $4\vec{P}.\vec{Q} = 0$

ତେଣୁ, $\vec{P}$ ଏବଂ $\vec{Q}$ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଅଭିଲମ୍ବ ।

ଉଦାହରଣ 1.4

ଉଦାହରଣ 1.4 ଯଦି $\hat{a}$ ଏବଂ $\hat{b}$ ୟୁନିଟ୍ ସଦିଶ ଏବଂ θ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କୋଣ ଅଛି, ତାହା ଦେଖାନ୍ତୁ ଦୀ ଏକକ ସଦିଶ ପାଇଁ $2\sin\frac{\theta}{2} = |\hat{a}-\hat{b}|$

ସମାଧାନ:

ଆମର ଅଛି $|\hat{a}-\hat{b}|^2 = (\hat{a}-\hat{b}).(\hat{a}-\hat{b})$

$$= |\hat{a}|^2 + |\hat{b}|^2 - 2|\hat{a}||\hat{b}|\cos\theta = 2 - 2\cos\theta = 4\sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$2\sin\frac{\theta}{2} = |\hat{a}-\hat{b}|$$

ଉଦାହରଣ 1.5 ଯଦି $\vec{A}$ ସ୍ଥିର ପରିମାଣର ଏକ ସଦିଶ ତାହେଲେ ଦର୍ଶାନ୍ତୁ ଯେ , $\frac{d\vec{A}}{dt} \perp \vec{A}$, ପ୍ରଦତ୍ତ କରାଯାଇଛି $\frac{d\vec{A}}{dt} \neq 0$

ସମାଧାନ: $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$

ଏହିପରି, $\vec{A}.\vec{A} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$ = constant

ତେଣୁ, $$\frac{d}{dt}\left(\vec{A}.\vec{A}\right) = 2\vec{A}.\frac{d\vec{A}}{dt} = 0$$

$\therefore$ $$\vec{A} \perp \frac{d\vec{A}}{dt} \qquad \left[\because \frac{d\vec{A}}{dt} \neq 0\right]$$

ତେଣୁ, $\frac{d\vec{A}}{dt}$, $\vec{A}$ ଅଭିଲମ୍ବ ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ 1.5

ସଦିଶ ଗୁଣନ କିମ୍ବା କ୍ରସ୍ ଗୁଣନ: ଦୁଇଟି ସଦିଶ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ର, ସଦିଶ ଗୁଣନ କିମ୍ବା କ୍ରସ୍ ଗୁଣନ,କୁ $\vec{A} \times \vec{B}$ ($\vec{A}$ କ୍ରସ୍) ଭାବେ ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି ଏବଂ ଏପରି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta\hat{n} \tag{1.11}$$

ଯେଉଁଠାରେ θ ସଦିଶ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ । ଏକକ ସଦିଶ n ର ଦିଗ, ଦୁଇଟି ସଦିଶ ହେତୁ ଥିବା ସମତଳର ସହ ଅଭିଲମ୍ବ ଅଟେ.

ବର୍ତ୍ତମାନ, $\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = AB\sin\theta$

ତାହାହେଲେ, ଏକକ ସଦିଶ ଏପରି ପ୍ରଦତ୍ତ କରାଯାଏ,

$$\hat{n} = \frac{\vec{A} \times \vec{B}}{\left|\vec{A} \times \vec{B}\right|} \tag{1.12}$$

ମୂଳତଃ, $\vec{A} \times \vec{B}$ ଏକ ସଦିଶ ଯାହା $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ଧାରଣ କରିଥିବା ସମତଳ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ ଅଟେ, ଏହାର ପରିମାଣ $\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\sin\theta$ ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଯାଏ ଏବଂ ଏହାର ଦିଗ ଡାହାଣ ହାତ ନିୟମ(right hand rule) ଅନୁସରଣ କରି ନିଆଯାଏ । ଏହା ଅନୁସରଣ କରେ ଯେ, $\vec{A} \times \vec{A} = 0$

ସଦିଶ ଗୁଣନ କୁ ଉପାଦାନ ରୂପରେ ସୁନ୍ଦର ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇଛି

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

ଯେଉଁଠାରେ ଆମେ ମନେ ପକାଉଛୁ ଯେ, ଏକ ନିର୍ଣ୍ଣୟକାରୀ(determinant) 3×3 ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ,

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \hat{i}\left(A_yB_z - A_zB_y\right) + \hat{j}\left(A_zB_x - A_xB_z\right) + \hat{k}\left(A_xB_y - A_yB_x\right)$$

ଏହିପରି, $\vec{A}\times\vec{B}=\hat{i}\left(A_yB_z - A_zB_y\right) + \hat{j}\left(A_zB_x - A_xB_z\right) + \hat{k}\left(A_xB_y - A_yB_x\right)$, (1.13)

ବିନ୍ଦୁ ଗୁଣନ ପରି, କ୍ରସ୍ ଗୁଣନ ଅଣ-କ୍ରମବିନିମୟୀ(non-commutative) ଏବଂ ଅଣ-ସହଯୋଗୀ(non-associtive) ଅର୍ଥାତ୍,

$$\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A} \text{ ଏବଂ } \vec{A}\times\left(\vec{B}\times\vec{C}\right) \neq \left(\vec{A}\times\vec{B}\right)\times\vec{C}$$

ଉଦାହରଣ 1.6 ଯଦି $\vec{P}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ ଏବଂ $\vec{Q}=\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ ତେବେ ଏକ ଏକକ ସଦିଶ ପ୍ରାପ୍ତ କରନ୍ତୁ ଯାହା P $\vec{P}$ ଏବଂ $\vec{Q}$ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ ଅଟେ । ସଦିଶଦ୍ୱାରା ନିର୍ମିତ କୋଣ ମଧ ବାହାର କରନ୍ତୁ ।

ସମାଧାନ: ଦିଆଯାଇଥିବା ସଦିଶଗୁଡିକ ହେଉଛି $\vec{P}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ ଏବଂ $\vec{Q}=\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$

$$\vec{P}\times\vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$$

ଏବଂ $\left|\vec{P}+\vec{Q}\right| = \sqrt{3}$

ଏହିପରି, ଏହିପରି ଏକକ ସଦିଶ $\vec{P}$ ଏବଂ $\vec{Q}$ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ $\hat{n} = \frac{\vec{P}\times\vec{Q}}{\left|\vec{P}\times\vec{Q}\right|} = \frac{1}{\sqrt{14}}\left(3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}\right)$

ଉଦାହରଣ 1.6

ଯଦି θ ହେଉଛି $\vec{P}$ ଏବଂ $\vec{Q}$ ମଧ୍ୟରେ କୋଣ ତେବେ, $\left|\vec{P}\times\vec{Q}\right| = \left|\vec{P}\right|\left|\vec{Q}\right|\sin\theta$,

$$\sin\theta = \frac{\left|\vec{P}\times\vec{Q}\right|}{\left|\vec{P}\right|\left|\vec{Q}\right|} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{7}{6}}$$ [ଚୂଁକି $\left|\vec{P}\right| = \sqrt{3}$ ଏବଂ $\left|\vec{Q}\right| = \sqrt{4}$]

କିମ୍ବା, $\theta = \sin^{-1}\sqrt{\frac{7}{6}}$

ଉଦାହରଣ 1.7 ଦୁଇଟି ସଦିଶ ଦିଆଯାଇଛି $\vec{A}=2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}$ ଏବଂ $\vec{B}=\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ ଏକ ଏକକ ସଦିଶ ବାହାର କରନ୍ତୁ ଯାହା $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ ।

ସମାଧାନ: ଏକ ଏକକ ସଦିଶ ଯାହା $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ ତାହା

$$\hat{n}=\frac{\vec{A}\times\vec{B}}{\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ,

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 2 & 3 & 4\\ 1 & 2 & 1\end{vmatrix}=-5\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$$

ଏହିପରି, ଏକକସଦିଶଯାହା $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ ତାହା

$$\hat{n}=\frac{\vec{A}\times\vec{B}}{\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|}=\frac{-5\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{30}}$$

ଉଦାହରଣ 1.7

ଉଦାହରଣ 1.8 ଯଦି $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$, ତେବେ ଦର୍ଶାନ୍ତୁ, $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{c}=\vec{c}\times\vec{a}$

ସମାଧାନ:

ଆମର ଅଛି $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$

କିମ୍ବା, $\vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}$

କିମ୍ବା, $\vec{b}\times\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=-\vec{b}\times\vec{c}$

କିମ୍ବା, $\vec{b}\times\vec{a}+\vec{b}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{c}$

କିମ୍ବା, $-\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{c}$

କିମ୍ବା, $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{c}$

ସେହିଭଳି, ଆମେ ଦେଖାଇପାରିବୀ $\vec{b}\times\vec{c}=\vec{c}\times\vec{a}$

ଏହିପରି, $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{c}=\vec{c}\times\vec{a}$

ଉଦାହରଣ 1.8

1.1.3 ସଦିଶ ଅବକଳନ (Vector differentiation)

ଡେଲ୍ ଅପରେଟର୍: ସାଧାରଣତଃ ଡେଲ୍ ଅପରେଟର୍ (∇) କିମ୍ବା ସଦିଶ ଅପରେଟର୍ ଗଠନ କରି, ଏହି ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ ହୋଇଛି:

$$\vec{\nabla}=\frac{1}{h_1}\frac{\partial}{\partial u}\hat{a}_u+\frac{1}{h_2}\frac{\partial}{\partial v}\hat{a}_v+\frac{1}{h_3}\frac{\partial}{\partial w}\hat{a}_w \qquad (1.14)$$

କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ରେ: $u = x, v = y, w = z; h_1 = h_2 = h_3 = 1$

$$\vec{\nabla}=\frac{\partial}{\partial x}\hat{a}_x+\frac{\partial}{\partial y}\hat{a}_y+\frac{\partial}{\partial z}\hat{a}_z \qquad (1.15)$$

ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ରେ : $u = \rho, v = \varphi, w = z; h_1 = h_3 = 1, h_2 = \rho$

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial \rho}\hat{a}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \varphi}\hat{a}_\varphi + \frac{\partial}{\partial z}\hat{a}_z \tag{1.16}$$

ଏବଂ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ରେ :: $u = r, v = \theta, w = \varphi; h_1 = 1, h_2 = r, h_3 = r sin\theta$

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r}\hat{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\hat{a}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}\hat{a}_\varphi \tag{1.17}$$

ଏକ ଆଦିଶ ଫଳନର ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ(Gradient of a scalar function): ଆମେ ଏକ ଆଦିଶ କ୍ଷେତ୍ର ଅନୁମାନ କରିବା, V (u,v,w), ଯାହା ସ୍ପେସ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କର ଏକ ଫଳନ । ଏହି ଆଦିଶ କ୍ଷେତ୍ର V ର ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ ଏକ ସଦିଶକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ । ଆମେ ଜାଣୁ:

$$\text{grad}\, V = \frac{\partial V}{\partial n}\hat{a}_n = \vec{\nabla}V \tag{1.18}$$

ଯେପରି ∂n ହେଉଛି ଅଭିଲମ୍ବ ଦିଗରେ ଦୂରତା ଏବଂ ଏହା ଦୁଇଟି ପୃଷ୍ଠ ମଧ୍ୟରେ ନ୍ୟୁନତମ ଦୂରତା (ଚିତ୍ର 1.5) । ଯେହେତୁ ଏହାର ପରିମାଣ $\frac{\partial V}{\partial l} = \vec{\nabla}V.\hat{a}_l$, ଏହା d_1 ର ଦିଗ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ, ଏହାର ନାମ ନାମ ରଖାଯାଇଛି ଦିଶାତ୍ମକ ବ୍ୟୁତ୍ପନ୍ନ (Directional derivative)

ଯେବେ $\vec{A} = \vec{\nabla}V$ ସଦିଶ $\vec{A}$ ର ଆଦିଶ ବିଭବ(scalar potential) ଫଳନ ଭାବରେ ନାମିତ ହୋଇଛି ।

ଉଦାହରଣ 1.9 $\varphi(x,y,z) = x^2y + xz^2$ ର ଦିଶାତ୍ମକ ବ୍ୟୁତ୍ପନ୍ନ ଏହି ବିନ୍ଦୁରେ (1, 1, -1) ଓ ଏହି ଦିଗରେ $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ବାହାର କର ।

ସମାଧାନ:

ଏଠାରେ $\varphi(x,y,z) = x^2y + xz^2$

$$\therefore \quad \vec{\nabla}\varphi = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2y + xz^2\right) + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2y + xz^2\right) + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\left(x^2y + xz^2\right)$$

$$= \hat{i}\left(2xy + z^2\right) + \hat{j}x^2 + \hat{k}2xz$$

$$\therefore \quad \vec{\nabla}\varphi\Big|_{(11,-1)} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$$

$\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ଦିଗରେ ୟୁନିଟ୍ ସଦିଶ ହେଉଛି, $\hat{n} = \frac{\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$

ତେଣୁ $\varphi(x,y,z) = x^2y + xz^2$ ର ଏହି ବିନ୍ଦୁରେ (1, 1, -1) $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ଦିଗରେ ଦିଶାତ୍ମକ ବ୍ୟୁତ୍ପନ୍ନ ହେଉଛି:

$$\vec{\nabla}\varphi\hat{n} = \left(3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}\right).\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

ଉଦାହରଣ 1.9

ଏକ ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ରର ବିଚ୍ଛିନ୍ନତା (Divergence of a vector field): ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ରେଖାଂଶଗୁଡିକ ବିକଳ୍ପ ଭାବରେ ଫ୍ଲକ୍ସ ରେଖା କିମ୍ବା ପ୍ରବାହରେଖା ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ଏହା ହେଉଛି କ୍ଷେତ୍ର ଭିନ୍ନତା ଯାହା ଗ୍ରାଫିକ୍ ଭାବରେ ଦେଖାଯାଇଅଛି (ଚିତ୍ର 1.6)। କ୍ଷେତ୍ରର ତୀବ୍ରତା, ରେଖାର ଘନତା ସହିତ ସିଧାସଳଖ ଆନୁପାତିକ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଏକ ୟୁନିଟ୍ ପୃଷ୍ଠ S ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଫ୍ଲକ୍ସ ରେଖା ସଂଖ୍ୟା, ସଦିଶକୁ ଅଭିଲମ୍ବ ଥାଏ, ତାହା ସଦିଶର କ୍ଷେତ୍ର ଶକ୍ତି ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରେ । ଏକ ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ରର ଫ୍ଲକ୍ସକୁ ଏପରି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରିବ ।

$$\varphi = \iint_s A\cos\theta ds = \iint_s \vec{A}.\hat{a}_n ds = \iint_s \vec{A}.ds \quad (1.19)$$

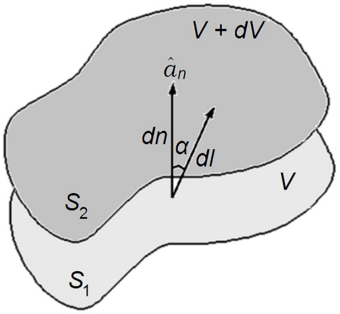
ଏକ ପୃଷ୍ଠ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ଏକ ଆୟତନ ପାଇଁ,

$$\varphi = \oint_s \vec{A}.ds \quad (1.20)$$

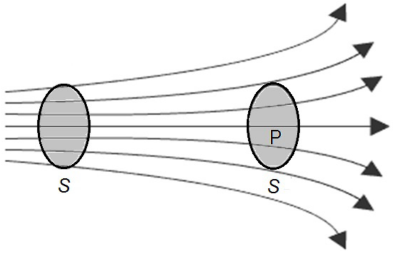
ଏକ ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ର $\vec{A}$ ର ବିଚ୍ଛିନ୍ନତା ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁ P ରେ ଏପରି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରେ ଯେ: ଏକ ଆୟତନ ଦ୍ୱାରା ଆବୃତ ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ସଂଲଗ୍ନରୁ ସମୁଦାୟ ବାହ୍ୟମୁଖୀ ଫ୍ଲକ୍ସ ଭାବରେ , ଯେତେବେଳେ ଆୟତନ ଶୂନକୁ ସଙ୍କୁଚିତ ହୁଏ ।

$$\text{div}\vec{A} = \vec{\nabla}.\vec{A} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\oint_s \vec{A}.\vec{ds}}{\Delta V} \quad (1.21)$$

ଏଠାରେ ΔV ଆୟତନ ଯାହା P ଏବଂ S କୁ ଆବଦ୍ଧ କରେ ତାହା , ଅନୁରୂପ ବନ୍ଦ ପୃଷ୍ଠ ।



ଚିତ୍ର 1.5: ଏକ ଆଦିଶ ଫଳନର ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ



ଚିତ୍ର 1.6: ଫ୍ଲକ୍ସ ବା ପ୍ରବାହ ରେଖା

ଏକ ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଲ (Curl of a vector field): ଏକ ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ର A ର ଏକ ବନ୍ଦ ପଥରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରେ: Curl $\vec{A}$, $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ ଏବଂ ଏକ ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଲ୍ ହେଉଛି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚାରିପଟେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାର ପ୍ରବୃତ୍ତିର ଏକ ପରିମାପ । କର୍ଲ୍ $\vec{A}$ ମଧ୍ୟ ଏପରି $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ ଲେଖାଯାଏ ,ଏହା ଏପରି , ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଏ ଯାହାର ତୀବ୍ରତା ଏକକ କ୍ଷେତ୍ର ପିଛା ସର୍ବାଧିକ ସମୁଦାୟ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଯେତେବେଳେ ଏହି ଅଞ୍ଚଳ ଶୂନକୁ ପ୍ରବୃତ୍ତି କରେ ଏବଂ ଏହାର ଦିଗ ହେଉଛି ସେହି ପୃଷ୍ଠ ପାଇଁ ଅଭିଲମ୍ବ ଦିଗ ଯେତେବେଳେ ଏହି ପୃଷ୍ଠ ଏପରି ଭାବରେ ଅଭିମୁଖୀ ହୁଏ ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଘୂର୍ଣ୍ଣନକୁ ସର୍ବାଧିକ କରାଯାଇପାରିବ । ତେଣୁ, ଆମେ ଲେଖିପାରିବା:

$$\text{curl}\vec{A} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\hat{a}_n}{\Delta S}\left[\oint_c \vec{A}.\vec{dl}\right]_{max} \quad (1.22)$$

ଏକ ସଦିଶ ଫଳନର କର୍ଲ୍ ,ଏକ ସଦିଶ ଫଳନ ଅଟେ । ଆମେ ଏକ ଆଦିଶର କର୍ଲ୍ ନେଇପାରିବା ନାହିଁ, ଏବଂ ସେହିଭଳି ଆମେ ଏକ ଆଦିଶର ବିଚ୍ଛିନ୍ନ1ତା ନେଇପାରିବା ନାହିଁ , ଯାହାର କୌଣସି ଅର୍ଥ ନାହିଁ।

କର୍ଲ୍ ର ଜ୍ୟାମିତିକ ବିଶ୍ଳେଷଣ ପାଇଁ, ଯେପରି ନାମ ସୂଚିତ କରେ, $\vec{\nabla}\times\vec{V}$ ଏକ ମାପ ଯାହା, ପ୍ରଶ୍ନରେ ଏକ ସଦିଶ $\vec{V}$ କେତେ ପରିମାଣରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚାରିପାଖରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ।

ଏକ ଆଦିଶ କ୍ଷେତ୍ରର ଲାପ୍ଲାସିଆନ୍ (Laplacian of a scalar field): ଏକ ଆଦିଶ ଫଳନର ଲାପ୍ଲାସିଆନ୍ ଏପରି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରେ,

$$\nabla^2\phi = \vec{\nabla}.\vec{\nabla}\phi = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\phi \qquad (1.23)$$

ଉଦାହରଣ 1.10 ଯଦି $\vec{T}=\vec{F}\times\vec{R}$ ଏବଂ $\vec{R}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$ ପ୍ରମାଣ କର $\vec{F}=\frac{1}{2}\vec{\nabla}\times\vec{T}$

ସମାଧାନ: $\vec{\nabla}\times\vec{T}=\vec{\nabla}\times\left(\vec{F}\times\vec{R}\right)=\vec{\nabla}\times\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ F_1 & F_2 & F_3\\ x & y & z\end{vmatrix}$

$$=\vec{\nabla}\times\left[(F_2z-F_3y)\hat{i}+(F_3x-F_1z)\hat{j}+(F_1y-F_2x)\hat{k}\right]$$

$$=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ F_2z-F_3y & F_3x-F_1z & F_1y-F_2x\end{vmatrix}$$

$$=2\left(F_1\hat{i}+F_2\hat{j}+F_3\hat{k}\right)$$

$$\therefore \quad \vec{F}=\frac{1}{2}\vec{\nabla}\times\vec{T}$$

ଉଦାହରଣ 1.10

ଉଦାହରଣ 1.11

ଉଦାହରଣ 1.11 ଦିଆଯାଇଛି $\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$, ଯେଉଁଠାରେ $\vec{r}$ ସ୍ଥିତି ସଦିଶ ଏବଂ $\vec{\omega}$ ଏକ ନିରନ୍ତର(ଧ୍ରୁବ) କୋଣୀୟ ବେଗ ସଦିଶ, ତାହାହେଲେ $\vec{\nabla}\times\vec{v}$ ବାହାର କର ।

ସମାଧାନ: $\vec{\nabla}\times\vec{v}=\vec{\nabla}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)$

$$=\vec{\nabla}\times\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ \omega_1 & \omega_2 & \omega_3\\ x & y & z\end{vmatrix}$$

$$=\vec{\nabla}\times\left[(\omega_2 z-\omega_3 y)\hat{i}+(\omega_3 x-\omega_1 z)\hat{j}+(\omega_1 y-\omega_2 x)\hat{k}\right]$$

$$=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ \omega_2 z-\omega_3 y & \omega_3 x-\omega_1 z & \omega_1 y-\omega_2 x\end{vmatrix}$$

$$=(\omega_1+\omega_1)\hat{i}+(\omega_2+\omega_2)\hat{j}+(\omega_3+\omega_3)\hat{k}=2\vec{\omega}$$

1.2 ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ (CO-ORDINATE SYSTEMS)

ମାତ୍ରାମାନଙ୍କ ସ୍ଥାନିକ ପରିବର୍ତ୍ତନକୁ ବୁଝାଇବାକୁ ଉପଯୁକ୍ତ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥାର ବ୍ୟବହାର କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏକ ସଦିଶ ଏକ ବକ୍ରୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ । ଧରନ୍ତୁ, ପୃଷ୍ଠ ଗୁଡିକ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଏପରି ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି u = ସ୍ଥିରାଙ୍କ, v = ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଏବଂ w = ସ୍ଥିରାଙ୍କ । ସାଧାରଣତଃ, ଏହି ପୃଷ୍ଠ ଗୁଡିକ ବକ୍ର ଅଟେ ।

ଯଦି ଏକକ ସଦିଶ $\hat{a}_u$, $\hat{a}_v$ ଏବଂ $\hat{a}_w$ ଯଥାକ୍ରମେ u, v, w ଦିଗରେ ହୁଅନ୍ତି , ତାହାହେଲେ,

$$\hat{a}_u\times\hat{a}_v=\hat{a}_w,\hat{a}_v\times\hat{a}_w=\hat{a}_u,\hat{a}_w\times\hat{a}_u=\hat{a}_v \quad (1.24)$$

ସମୀକରଣ (1.24) , $\hat{a}_u$, $\hat{a}_v$ ଏବଂ $\hat{a}_w$ ର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟତା ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ ଏବଂ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମ୍ପର୍କଗୁଡିକ ମଧ୍ୟ ଧାରଣ କରେ:

$$\hat{a}_u.\hat{a}_v=\hat{a}_v.\hat{a}_w=\hat{a}_w.\hat{a}_u=0,\hat{a}_u.\hat{a}_u=\hat{a}_v.\hat{a}_v=\hat{a}_w.\hat{a}_w=1 \quad (1.25)$$

ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ଯେକୌଣସି ସଦିଶ ଏହାର ଅଭିଲମ୍ବୀୟ(orthogonal) ଉପାଦାନ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଇପାରିବ,

$$\vec{A}=A_u\hat{a}_u+A_v\hat{a}_v+A_w\hat{a}_w \quad (1.26)$$

ସାଧାରଣତଃ u, v ଏବଂ w ଦୈର୍ଘ୍ୟର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରନ୍ତି ନାହିଁ ଏବଂ ଅବକଳ ପରିବର୍ତ୍ତନ du,dv ଓ dw ର ଅନୁରୂପ ପରିବର୍ତ୍ତନଗୁଡିକ dl1, dl2, ଏବଂ dl3 ଦୈର୍ଘ୍ୟରେ , ଯଥାକ୍ରମେ u, v ଏବଂ w କିଛି ରୂପାନ୍ତରଣର ରାଶି h1, h2 ଏବଂ h3 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିତ ହୁଏ । ତେଣୁ

$$d\vec{l}=dl_1\hat{a}_u+dl_2\hat{a}_v+dl_3\hat{a}_w=h_1du\hat{a}_u+h_2dv\hat{a}_v+h_3dw\hat{a}_w \quad (1.27)$$

ସେହିଭଳି, ଅବକଳ ଆୟତନ ଏପରି ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ $dV=h_1h_2h_3dudvdw$ ଏବଂ ଅବକଳ ପୃଷ୍ଠ କ୍ଷେତ୍ର dS_1

ଯାହା $\hat{a}_u$ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ , ଏପରି ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ $dS_1 = h_2 h_3 dv dw$. ସେହିପରି , ସମାନ ଉପାୟରେ, ଅବକଳ ପୃଷ୍ଠ କ୍ଷେତ୍ରଗୁଡିକ ଯାହା $\hat{a}_v$ ଏବଂ $\hat{a}_w$ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ, ତାହା ମଧ୍ୟ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରିବ ।

1.2.1 କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥା (Cartesian Co-ordinate System):

ଯେତେବେଳେ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ବିଚାର କରାଯାଉଛି, ଜଣେ ଲେଖିପାରେ, (u, v, w) = (x, y, z) [ଚିତ୍ର 1.7]। ୟୁନିଟ୍ ସଦିଶଗୁଡିକ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସମ୍ପର୍କକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ:

$$\hat{a}_x \times \hat{a}_y = \hat{a}_z, \hat{a}_y \times \hat{a}_z = \hat{a}_x, \hat{a}_z \times \hat{a}_x = \hat{a}_y \quad (1.28)\ (a)$$

$$\hat{a}_x . \hat{a}_y = \hat{a}_y . \hat{a}_z = \hat{a}_z . \hat{a}_x = 0 \quad (1.28)\ (b)$$

$$\hat{a}_x . \hat{a}_x = \hat{a}_y . \hat{a}_y = \hat{a}_z . \hat{a}_z = 1 \quad (1.28)\ (c)$$

କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ, ଆମେ ଜାଣୁ, $\vec{A} = \hat{a}_x A_x + \hat{a}_y A_y + \hat{a}_z A_z$ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ର ଡଟ୍ ଗୁଣନଫଳ ଏବଂ କ୍ରସ୍ ଗୁଣନଫଳ କୁ ଏପରି ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ:

$$\vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (1.29)$$

ଏବଂ

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{a}_x \left(A_y B_z - A_z B_y \right) + \hat{a}_y \left(A_z B_x - A_x B_z \right) + \hat{a}_z \left(A_x B_y - A_y B_x \right) \quad (1.30)$$

ଯେହେତୁ, x, y ଏବଂ z ସମସ୍ତେ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରନ୍ତି, $h_1 = h_2 = h_3 = 1$, ଅବକଳ ଦୈର୍ଘ୍ୟ, କ୍ଷେତ୍ର ଏବଂ ଆୟତନ ଯଥାକ୍ରମେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି

$$d\vec{l} = \hat{a}_x dx + \hat{a}_y dy + \hat{a}_z dz \quad (1.31)$$

$$d\vec{S}_x = dydz\hat{a}_x \quad (1.32)\ (a)$$

$$d\vec{S}_y = dxdz\hat{a}_y \quad (1.32)\ (b)$$

$$d\vec{S}_z = dxdy\hat{a}_z \quad (1.32)\ (c)$$

$$dV = dxdydz \quad (1.33)$$

1.2.2 ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ (Cylindrical Co-ordinate System)

ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ ପାଇଁ (u, v, w) = (ρ, ϕ, z) । ଏକକ ସଦିଶଗୁଡିକ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମ୍ପର୍କକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରନ୍ତି:

$$\hat{a}_\rho \times \hat{a}_\phi = \hat{a}_z, \hat{a}_\phi \times \hat{a}_z = \hat{a}_\rho, \hat{a}_z \times \hat{a}_\rho = \hat{a}_\phi \quad (1.34)\ (a)$$

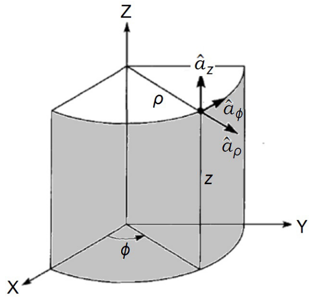
$$\hat{a}_\rho . \hat{a}_\phi = \hat{a}_\phi . \hat{a}_z = \hat{a}_z . \hat{a}_\rho = 0 \quad (1.34)\ (b)$$

$$\hat{a}_\rho . \hat{a}_\rho = \hat{a}_\phi . \hat{a}_\phi = \hat{a}_z . \hat{a}_z = 1 \quad (1.34)\ (c)$$

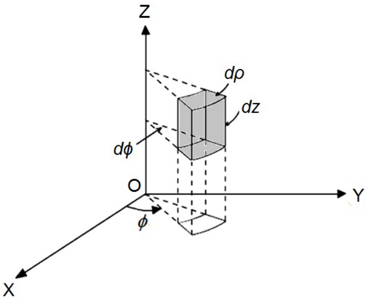
ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପାଇଁ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା,

$$\vec{A} = \hat{a}_\rho A_\rho + \hat{a}_\phi A_\phi + \hat{a}_z A_z$$

ଯଥାକ୍ରମେ ଅବକଳ ଦୈର୍ଘ୍ୟ, କ୍ଷେତ୍ର ଏବଂ ଆୟତନ ଯଥାକ୍ରମେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି ($h_1 = h_3 = 1$ ଏବଂ $h_2 = \rho$)



ଚିତ୍ର 1.8: ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ



ଚିତ୍ର 1.9: ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ ଅବକଳ ଆୟତନ ଉପାଦାନ

$$d\vec{l} = \hat{a}_\rho d\rho + \rho \hat{a}_\phi d\phi + \hat{a}_z dz \quad (1.35)$$

$$d\vec{S}_\rho = \rho d\phi dz \hat{a}_\rho \quad (1.36)\ (a)$$

$$d\vec{S}_\phi = d\rho dz \hat{a}_\phi \quad (1.36)\ (b)$$

$$d\vec{S}_z = \rho d\rho d\phi \hat{a}_z \quad (1.36)\ (c)$$

$$dV = \rho d\rho d\phi dz \quad (1.37)$$

କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ରୂପାନ୍ତରଣ ହେଉଛି:

$$x = \rho\cos\phi, y = \rho\sin\phi \text{ ଏବଂ } z = z \quad (1.38)$$

ପ୍ରତିଲୋମ(inverse) ସମ୍ପର୍କଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \phi = \tan^{-1}\frac{y}{x} \text{ ଏବଂ } z = z \quad (1.39)$$

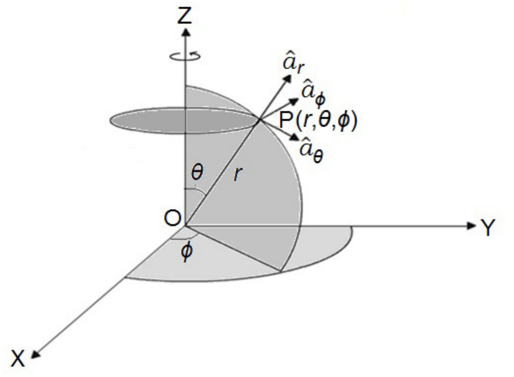
1.2.3 ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ (Spherical Polar Co-ordinate System)

ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା, $(u,v,w) = (r,\theta,\phi)$

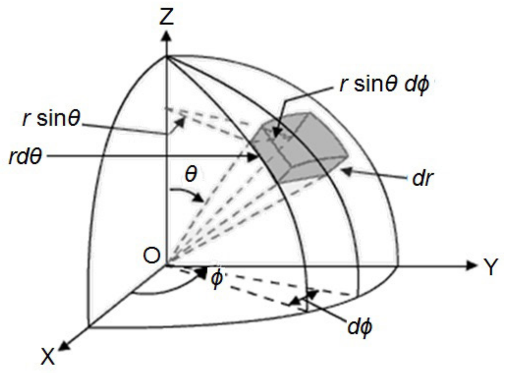
ଆମପାଖରେ ଥିବା ୟୁନିଟ୍ ସଦିଶପାଇଁ,

$$\hat{a}_r \times \hat{a}_\theta = \hat{a}_\phi, \hat{a}_\theta \times \hat{a}_\phi = \hat{a}_r, \hat{a}_\phi \times \hat{a}_r = \hat{a}_\theta \quad (1.40)$$

ଚିତ୍ର 1.10 ୟୁନିଟ୍ ସଦିଶର ଆଭିମୁଖ୍ୟ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରେ ।



ଚିତ୍ର 1.10: ଗୋଲୀୟ ଧୃବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ



1.11: ଗୋଲୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ ଅବକଳ ଆୟତନ

ଗୋଲୀୟ ଧୃବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପାଇଁ, ଆମେ ଜାଣୁ, $\vec{A} = \hat{a}_r A_r + \hat{a}_\theta A_\theta + \hat{a}_\phi A_\phi$

ଗୋଲୀୟ ଧୃବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା, $h_1 = 1$, $h_2 = r$ ଏବଂ $h_3 = r\sin\theta$
ଚିତ୍ର 1.11 ଅନୁସାରେ, ଅବକଳ ଦୈର୍ଘ୍ୟ, କ୍ଷେତ୍ରଫଳଏବଂ ଆୟତନ ଯଥାକ୍ରମେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି

$$d\vec{l} = \hat{a}_r dr + \hat{a}_\theta r d\theta + \hat{a}_\phi r\sin\theta d\phi \quad (1.41)$$

$$d\vec{S}_r = r^2 \sin\theta d\theta d\phi \hat{a}_r \quad (1.42)\ (a)$$

$$d\vec{S}_\theta = r\sin\theta dr d\phi \hat{a}_\theta \quad (1.42)\ (b)$$

$$d\vec{S}_\phi = r dr d\theta \hat{a}_\phi \quad (1.42)\ (c)$$

ଏବଂ
$$dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi \quad (1.43)$$

ଆୟତାକାର ଏବଂ ଗୋଲୀୟ ଧୃବୀୟ ମଧ୍ୟରେ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି:

$$z = x^2 + y^2$$

$$x = r\sin\theta\cos\phi,\ y = r\sin\theta\sin\phi \text{ ଏବଂ } z = r\cos\theta \quad (1.44)$$

ଏବଂ ବିପରୀତ ଭାବରେ,

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1.45)\ (a)$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (1.45)\ (b)$$

ଏବଂ
$$\phi = \tan^{-1}\frac{y}{x} \quad (1.45)\ (c)$$

ଉଦାହରଣ 1.12. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଆୟତାକାର ସମକୋଣୀ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (1, 3, 5) କୁ ଏକ ସମକକ୍ଷ (କ) ସ୍ତମ୍ଭାକାର ଏବଂ (ଖ) ଗୋଲୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ ପରିଣତ କରନ୍ତୁ ।

ସମାଧାନ: (କ) ରୂପାନ୍ତରଣ ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପାଇଁ ସମ୍ପର୍କ ହେଉଛି:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \phi = \tan^{-1}\frac{y}{x} \text{ ଏବଂ } z = z$$

ତେଣୁ, ଏଠାରେ $\rho = \sqrt{1^2 + 3^2} = \pm\sqrt{10} = \pm 1.73$

$$\phi = \tan^{-1} 3 = 71.56^\circ$$

ଏବଂ $z = 5$

ତେଣୁ, ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ହେବ $= (\pm 1.73, 71.56^\circ, 5)$

(ଖ) ରୂପାନ୍ତରଣ ଗୋଲୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପାଇଁ ସମ୍ପର୍କ ହେଉଛି:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \theta = \cos^{-1}\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \text{ ଏବଂ } \phi = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

ତେଣୁ, ଏଠାରେ $r = \sqrt{1^2 + 3^2 + 5^2} = \pm\sqrt{35} = \pm 5.92$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{5}{\sqrt{35}} = 32.31^\circ$$

ଏବଂ $\phi = \tan^{-1} 3 = 71.56^\circ$

ତେଣୁ, ଆବଶ୍ୟକ ଗୋଲୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ହେବ $= (\pm 1.73, 32.31^\circ, 71.56^\circ)$

ଉଦାହରଣ 1.12

1.3 ରୂପାନ୍ତରଣ ଗୁଣ (TRANSFORMATION PROPERTIES)

1.3.1 ସଦିଶ ଉପାଦାନଗୁଡିକର ରୂପାନ୍ତରଣ

ଧରାଯାଉ, $\vec{A}$ ଯେକୌଣସି ଏକ ସଦିଶ ଯାହାର ଉପାଦାନ $\hat{e}_x$ ଓ ଆଧାର $\hat{e}_{x'}$ ରେ ଏବଂ ଉପାଦାନ A_x ଓ ଆଧାର $A_{x'}$ ରେ ଅର୍ଥାତ୍,

$$\vec{A} = A_x \hat{e}_x + A_{x'} \hat{e}_{x'}$$

ଯେହେତୁ, ଉଭୟ ଆଧାର ଅର୍ଥୋନର୍ମାଲ୍, ଆମେ ଜାଣୁ,

$$A_y = \vec{A}.\hat{e}_y \text{ ଏବଂ } A_{y'} = \vec{A}.\hat{e}_{y'}$$

ଆମେ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକୁ ଏପରି ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା,

$$A_{x'} = \vec{A}.\hat{e}_{x'} = A_y \hat{e}_y \hat{e}_{x'} = \lambda_{xy} A_y$$

$$A_x = \vec{A}.\hat{e}_x = A_{z'}.\hat{e}_{z'}.\hat{e}_x = \lambda_{zx} A_{z'} = \lambda_{xz}^T A_{z'}$$

ଆମେ ସଦିଶଉପରେ ଏକ ପ୍ରାଇମ୍ ଚିହ୍ନ ଦେଇପାରିବା ନାହିଁ କାରଣ ଯେହେତୁ ଏଠାରେ କେବଳ ଗୋଟିଏ ସଦିଶ ଅଛି। ତଥାପି, ବିଭିନ୍ନ ଆଧାରରେ ଏହି ସଦିଶର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ଭିନ୍ନ ଅଟନ୍ତି ।

ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସ ଫର୍ମରେ ଆମେ ଏହି ସମ୍ପର୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଏପରି ଲେଖିପାରିବା ।

$$\begin{pmatrix} A_{x'} \\ A_{y'} \\ A_{z'} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \tag{1.46}$$

1.3.2 ଆଦିଶ ଗୁଣନଫଳର ରୂପାନ୍ତରଣ (Transformation of the Scalar Product)

ଧରାଯାଉ, ସଦିଶ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ର ଉପାଦାନ A_z ଏବଂ B_z, ଆଧାର B_x ରେ ଏବଂ ଉପାଦାନ A_z ଏବଂ B_X ଆଧାର $\hat{e}_x'$ ରେ, ବର୍ତ୍ତମାନ, $\hat{e}_x'$ ଆଧାରରେ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ର ଆଦିଶ ଗୁଣନଫଳ ସୂଚିତ ହୋଇଛି $\vec{A}.\vec{B} = A_x B_x$ ଏବଂ ଆଧାର $\hat{e}_x'$ ରେ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ର ଆଦିଶ ଗୁଣନଫଳ ସୂଚିତ ହୋଇଛି,

$$\left(\vec{A}.\vec{B}\right)' = A_{x'}.B_{x'} = \lambda_{xy} A_y \lambda_{xz} B_k = \delta_{jk} A_y B_k = A_y B_y = \vec{A}.\vec{B} \tag{1.47}$$

ତେଣୁ, ଯେକୌଣସି ଆଧାରରେ ଆଦିଶ ଗୁଣନଫଳର ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ ସମାନ ହୋଇଥାଏ । ଏହା ଆଦିଶ ଗୁଣନଫଳର ଜ୍ୟାମିତିକ ବିଶ୍ଳେଷଣ ଠାରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ । ଯାହା ଆଧାର ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ।

1.3.3 ସଦିଶ ଗୁଣନଫଳର ରୂପାନ୍ତରଣ (Transformation of the Vector Product)

ପ୍ରତିଲୋମନ ବିଚାର କଲେ, $\hat{e}_{x'} = -\hat{e}_x \qquad [\lambda_{xy} = -\delta_{xy}]$

ବର୍ତ୍ତମାନ, $A_{x'} = -A_x$ ଏବଂ $B_{x'} = B_x$

ଏବଂ, $A_{x'}\hat{e}_{x'} = (-A_x)(-\hat{e}_x) = A_x\hat{e}_x = \vec{A}$

ତେଣୁ, ସଦିଶ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$, ରୁପାନ୍ତରଣରେ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହନ୍ତି ।

ତଥାପି ଯଦି ଆମେ ନୂତନ ଆଧାରରେ ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ସଦିଶ ଗୁଣନଫଳ ବାହାର କରୁ, ତେବେ

$$\vec{C}' = \begin{vmatrix} \hat{e}_{x'} & \hat{e}_{y'} & \hat{e}_{z'} \\ A_{x'} & A_{y'} & A_{z'} \\ B_{x'} & B_{y'} & B_{z'} \end{vmatrix} = (-1)^3 \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = -\vec{C} \tag{1.48}$$

ଏହା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରୁଛି ଯେ, ଯଦି $\hat{e}_x$ ଏକ ଡାହାଣ ହାତ ଆଧାର ଥିଲା, $\hat{e}_{x'}$ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ବାମ ହାତ ଆଧାର ରେ ପରିଣତ ହୁଏ ଯେହେତୁ λ ଏକ ଅନୁପଯୁକ୍ତ ରୂପାନ୍ତର । ସଦିଶ ଗୁଣନଫଳ ପାଇଁ ଡାହାଣ ହାତ ଆଧାରରେ ଏହି ସୂତ୍ର କାର୍ଯ୍ୟକରେ । ଯେତେବେଳେ ଏହି ସୂତ୍ରକୁ ବାମ ହାତ ଆଧାର ପାଇଁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯିବ, ସେତେବେଳେ ସଦିଶ ଗୁଣନଫଳର ଦିଗ ବିପରୀତ ହେବ । ଯେହେତୁ ଗଣନା ଆଧାରର ହସ୍ତାନ୍ତର ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ, ଏହାକୁ କୁହାଯାଏ ଏକ ଛଦ୍ମ ସଦିଶ(pseudo vector) କିମ୍ବା ଏକ ଅକ୍ଷୀୟ ସଦିଶ (an axial vector) ।

ପ୍ରତ୍ୟୟ ସଂକେତନ(suffix notation)ର ମୁଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ : ଆମେ ଆଧାର ସଦିଶଗୁଡିକୁ 1, 2, 3 ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରୁ ତେଣୁ,

$$\vec{A} = \sum_{x=1}^{3} A_x \hat{e}_x$$

କ୍ରୋନେକର୍ ଡେଲ୍ଟା δ_{xy} ,ଏକ ଅର୍ଥୋନର୍ମାଲ ଆଧାରକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ $\hat{e}_x.\hat{e}_y = \delta_{xy}$ δ_{xy} ର ଏକ ଉପଯୋଗୀ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଗୁଣ : $\sum_y A_y \delta_{yz} = \sum_z A_z$ ଏବଂ ଏକକ ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସ ଦ୍ୱାରା ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସ ଫର୍ମରେ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଏ ।

ସମନ୍ୱୟ ପରମ୍ପରାର ମୁଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ (Key points of summation convention): ସମନ୍ୱୟ ପରମ୍ପରାର ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଜାଣୁ, ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ

$$\vec{A} = A_x \hat{e}_x \quad \text{ଏବଂ} \quad A_y \delta_{yz} = A_z$$

ଏକ ଆଧାର ସଦିଶର ସଦିଶ ଗୁଣନଫଳକୁ ଏକ ସମାନ ଢଙ୍ଗରେ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତ କରିବାକୁ ଆମେ ε_{xyz} ର ଉପଯୋଗ କରୁ ।

$$\hat{e}_x \times \hat{e}_y = \varepsilon_{xyz} \hat{e}_z \tag{1.49}$$

ସଦିଶ ଗୁଣନଫଳ ଏବଂ ଆଦିଶ ତ୍ରି-ଗୁଣନଫଳ ହେଉଛି

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

କିମ୍ବା ସମାନ ଭାବରେ $\left(\vec{A} \times \vec{B}\right)_x = \varepsilon_{xyz} A_y B_z$ (1.50)

ଏବଂ

$$\vec{A}.\vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$

କିମ୍ବା, ସମତୁଲ୍ୟ ଭାବରେ $\left(\vec{A}.\vec{B} \times \vec{C}\right)_x = \varepsilon_{xyz} A_x B_y C_z$ (1.51)

ଆଧାର ପରିବର୍ତ୍ତନର ମୁଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ (Key points of change of basis): **ପୁରୁଣା ମାଧ୍ୟମରେ ନୂତନ ଆଧାରକୁ ଲେଖାଯାଇଛି** $\hat{e}_{x'} = \lambda_{xy} \hat{e}_y$

ଯେଉଁଠାରେ ରୂପାନ୍ତରଣ ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସ ହେଉଛି λ, ଏକ ଅଭିଲମ୍ବୀୟ ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସ, ଯାହାର ବ୍ୟାଖ୍ୟାକାରୀ ବଶିଷ୍ଟ୍ୟ ହେଉଛି

$$\lambda^{-1} = \lambda^T$$

ଏବଂ ଏହା ଯେପରି ଲେଖାଯାଇପାରିବ $\lambda\lambda^T = 1$

କିମ୍ବା, $\lambda_{xz}\lambda_{yz} = \delta_{xy}$ (1.52)

$|\lambda| = \pm 1$ ସ୍ଥିର କରେ ରୂପାନ୍ତର ଉପଯୁକ୍ତ କି ଅନୁପଯୁକ୍ତ ହୋଇଛି କି ନାହିଁ । ଅର୍ଥାତ୍ ଆଧାରର ହସ୍ତାନ୍ତର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୋଇଛି କି ନାହିଁ ।

ବୀଜଗଣିତ ଆଭିମୁଖ୍ୟର ମୁଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ (Key points of algebraic approach): ଏକ ଆଦିଶକୁ ଅଭିଲମ୍ବୀୟ ରୂପାନ୍ତରରେ ଏକ ନିଶ୍ଚର(invariant) ସଂଖ୍ୟା ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି । ଏକ ଆଧାରରେ , ଏକ ସଦିଶକୁ ଏକ ବସ୍ତୁ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି ଯାହା A_x ଠାରୁ A_(x^') ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଏହି ମାଧ୍ୟମରେ $A_{x'} = \lambda_{xy} A_y$ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଇଛି ।

କିମ୍ବା, ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସ ଫର୍ମରେଁ $\begin{pmatrix} A_{x'} \\ A_{y'} \\ A_{z'} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}$

1.5 ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ଗତିର ନିୟମାବଳୀ (NEWTON'S LAWS OF MOTION)

ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ଗତିର ନିୟମାବଳୀ ଗୁଡ଼ିକ ଏପରି ଅନୁସରଣ କରାଯାଏ -

ପ୍ରଥମ ନିୟମ: ପ୍ରତ୍ୟେକ ବସ୍ତୁ ଏହାର ସ୍ଥିର କିମ୍ବା ସମାନ ଗତିକୁ, ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ବଜାୟ ରଖେ ଯେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହା ଉପରେ ଏକ ବାହ୍ୟ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ ନ ହୋଇଛି।

ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ: ବସ୍ତୁର ସମ୍ବେଗ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହାର ସିଧାସଳଖ ପ୍ରୟୋଗ ବଳ ସହିତ ଆନୁପାତିକ ଅଟେ ଏବଂ ଏହି ପରିବର୍ତ୍ତନ ସେହି ଦିଗରେ ଘଟେ ଯେଉଁଠାରେ ବଳ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ।

ତୃତୀୟ ନିୟମ: କ୍ରିୟା ଏବଂ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା, ସମାନ ଏବଂ ବିପରୀତ ଅଟନ୍ତି।

ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ପ୍ରଥମ ନିୟମରୁ ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦୁଇଟି ଭୌତିକ ପରିମାଣର ଧାରଣା ପାଇଥାଉ - (କ) ପଦାର୍ଥର ଜଡ଼ତା ଏବଂ (ଖ) ବଳର ସଂଜ୍ଞା।

ପଦାର୍ଥର ଜଡ଼ତା ହେଉଛି ଏକ ଗୁଣ ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଏହା ପରିବର୍ତ୍ତନର କାରଣକୁ ବିରୋଧ କରେ ଯାହା ବିଶ୍ରାମ ସ୍ଥିତି କିମ୍ବା ବସ୍ତୁର ସମାନ ଗତିକୁ ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରେନାହିଁ ।

ଜଡ଼ତାକୁ ଏପରି ଭାବରେ ଶ୍ରେଣୀଭୁକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ: (କ) ବିଶ୍ରାମର ଜଡ଼ତା ଏବଂ (ଖ) ଗତିର ଜଡ଼ତା।

ବଳ ମୂଳତଃ ବାହ୍ୟ ପ୍ରଣାଳୀ ଯାହା ବିଶ୍ରାମର ସ୍ଥିତି କିମ୍ବା ବସ୍ତୁର ସମାନ ଗତିକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରେ କିମ୍ବା ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରେ ଯେଉଁ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ଏହା କାର୍ଯ୍ୟ କରେ। ଯଦି ବାହ୍ୟ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ ନହୁଏ ତେବେ , ବସ୍ତୁ ସ୍ଥିର ରହେ , ସେହିଭଳି ସମ ଗତିରେ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁ ସିଧା ରେଖାରେ ଏହାର ଗତି ଜାରି ରଖିବ।

ବଳ, ଉଭୟ ପରିମାଣ ଏବଂ ଦିଗ ଧାରଣ କରେ । ସାଧାରଣତଃ ଏହା ଏକ ବାହ୍ୟ କାରକ, ଯାହା ବସ୍ତୁରେ ତ୍ୱରଣ କିମ୍ବା ମନ୍ଦନ ସୃଷ୍ଟି କରେ।

ବଳର ବିସ୍ତାର ହେଉଛି $M^1L^1T^{-2}$। ବଳର ଏସଆଇ ଏକକ ହେଉଛି ନ୍ୟୁଟନ୍ (N) ଏବଂ ଏହାର ସିଜିଏସ୍ ଏକକ ହେଉଛି ଡାଇନ୍ ଅଟେ। 1 ନ୍ୟୁଟନ୍ $=10^5$ ଡାଇନ୍।

1.5.1 ସଂବେଗ (Momentum)

ଯେତେବେଳେ ଏକ ବସ୍ତୁ ଗତିଶୀଳ କିମ୍ବା ବିଶ୍ରାମ ସ୍ଥିତିରେ ଥାଏ ,ସେତେବେଳେ ଏହାର ବିଶ୍ରାମ ଓ ଗତିଶୀଳ ସ୍ଥିତିର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବାକୁ ହେଲେ ଏହା ଉପରେ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କରିବାକୁ ପଡେ । ଯାହା ନିର୍ଭର କରେ : (କ) ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଉପରେ ଏବଂ (ଖ) ବସ୍ତୁର ବେଗ ଉପରେ।

ଏହା ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କୁ ଏକ ନୂତନ ରାଶି ପ୍ରବର୍ତ୍ତନ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ । ଯାହାକୁ ବସ୍ତୁର ରୈଖିକ ସଂବେଗ କୁହାଯାଏ ଏହି ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ (m) ଏବଂ ଏହାର ପରିବେଗ (v)ର ଗୁଣନଫଳ ଭାବରେ ପରିଭଷିତ କରାଯାଇପାରେ।

ତେଣୁ, ସଂବେଗ $\vec{p} = m\vec{v}$ (1.53)

ଏହା ଏକ ସଦିଶ ରାଶି ଅଟେ, ଏବଂ ଏହର ଦିଗ ରୈଖିକ ପରିବେଗର ସହିତ ସମାନ ହୋଇଥାଏ।

ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମରୁ ବାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରେ ଯେ, ଯେତେବେଳେ ଏକ ସମୁଦାୟ ବଳ $\vec{F}$ ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ, ଏହାର ସଂବେଗ ($\vec{p}$) $\frac{d\vec{p}}{dt}$ ହାରରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ଏବଂ ଗାଣିତିକ ରୂପରେ, ଏହି ପ୍ରକାର ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ ,

$$\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt}=\frac{d\left(m\vec{v}\right)}{dt}=m\frac{d\vec{v}}{dt}=m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=m\vec{a} \qquad (1.54)$$

ଯେଉଁଠାରେ m ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ av ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ତ୍ୱରଣ ।

ସଂବେଗର ବିସ୍ତାର ଏବଂ ଏକକ (Dimension and unit of momentum):

ସଂବେଗର ବିସ୍ତାର ହେଉଛି $[p]=[mv]=\left[MLT^{-1}\right]$

ସଂବେଗର ଏସଆଇ(SI unit) ଏକକ ହେଉଛି kg-ms^{-1} ଏବଂ ସିଜିଏସ୍(CGS unit)ଏକକ gm-cms^{-1} ।

ଉଦାହରଣ 1.13

ଉଦାହରଣ 1.13 ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ଏକ ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ଓ ଗତିଜ ଶକ୍ତି E ଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁର ସଂବେଗ $\sqrt{2mE}$ ହେବ ।

ସମାଧାନ:

ଗତିଜ ଶକ୍ତି $E=\frac{1}{2}mv^2$, ଯେଉଁଠାରେ v = ପରିବେଗ

କିମ୍ବା, $v^2=\frac{2E}{m}$

ଉଦାହରଣ 1.13

କିମ୍ବା, $v=\sqrt{\frac{2E}{m}}$

କିମ୍ବା, $mv=m\sqrt{\frac{2E}{m}}=\sqrt{2mE}$

ଯେହେତୁ, mv = ସଂବେଗ, ତେଣୁ ବସ୍ତୁର ସଂବେଗ ହେଉଛି = $\sqrt{2mE}$

ରୈଖିକ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣର ନୀତି(Principle of conservation of linear momentum): ଏହା ଦର୍ଶାଯାଇଛି ଯେ, ଯେତେବେଳେ କୌଣସି ବାହ୍ୟ ବଳ ବସ୍ତୁ ପ୍ରଣାଳୀରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ନାହିଁ, ରୈଖିକ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷିତ ରହିଥାଏ

ବ୍ୟାଖ୍ୟା: ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m_1 ଏବଂ m_2 ଏବଂ ଯଥାକ୍ରମେ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ବେଗ u_1 ଏବଂ u_2 ପରସ୍ପର ଧକ୍କାପରେ, ଧରାଯାଉ t ସମୟ ପରେ ଅନ୍ତିମ ବେଗ v_1 ଏବଂ v_2, ତେବେ ରୈଖିକ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ ପାଇଁ ।

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \qquad (1.55)$$

ଏହିପରି, ସମୁଦାୟ ରୈଖିକ ସଂବେଗ : ଧକ୍କା ପୂର୍ବରୁ = ଧକ୍କା ପରେ ।

ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ତୃତୀୟ ନିୟମରୁ ରୈଖିକ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମ ସ୍ଥାପନ (Establishment of laws of conservation of linear momentum from Newton's third law): ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m1 ଓ m2 ଏବଂ ଯଥାକ୍ରମେ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ବେଗ u_1 ଏବଂ u_2 ପରସ୍ପର ଧକ୍କାପରେ, ଧରାଯାଉ t ସମୟ ପରେ ଅନ୍ତିମ ବେଗ v_1 ଏବଂ v_2 । ବର୍ତ୍ତମାନ ଧକ୍କା ସମୟରେ ପ୍ରଥମ ବସ୍ତୁର ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ଆବେଗ ବଳ, ଦ୍ୱିତୀୟ ବସ୍ତୁର ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ବଳ ସହ ସମାନ ଏବଂ ବିପରୀତ ହେବା ଉଚିତ୍ (ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ତୃତୀୟ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ) ଅର୍ଥାତ୍, $F_1 = - F_2$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଯଦି କାର୍ଯ୍ୟର ସମୟ t ହୁଏ, ତା'ପରେ ପ୍ରଥମ ବସ୍ତୁର ସଂବେଗ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି $= F_1t = m_1v_1 - m_1u_1$

ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ବସ୍ତୁର ସଂବେଗ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି $F_2t = m_2v_2 - m_2u_2$

$\therefore \quad F_1 = -F_2$

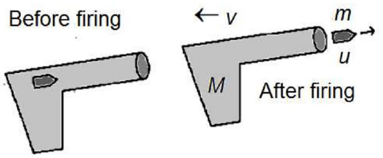
$\therefore \quad m_1v_1 - m_1u_1 = -(m_2v_2 - m_2u_2)$

କିମ୍ବା, $$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \qquad (1.56)$$

ତେଣୁ, ଧକ୍କା ପୂର୍ବରୁ ଏବଂ ପରେ ବସ୍ତୁର ସମୁଦାୟ ରୈଖିକ ସଂବେଗ ସମାନ ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି ରୈଖିକ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ ।

1.5.2 ବନ୍ଧୁକର ପଛୁଆ ଗତି (Recoil of a Gun)

ଯେତେବେଳେ ଏକ ବନ୍ଧୁକରୁ ଏକ ଗୁଳି ଫୁଟେ, ସେତେବେଳେ ଗୁଳି ବହୁତ ଅଧିକ ବେଗରେ ଆଗକୁ ଯାଏ ଏବଂ ବନ୍ଧୁକ ଏକ ବେଗରେ ପଛକୁ ଗତି କରିଥାଏ, ଯାହାକୁ ବନ୍ଧୁକର ପ୍ରତିକ୍ଷେପ ପରିବେଗ(recoil velocity) କୁହାଯାଏ । ଏହି ପ୍ରତିକ୍ଷିପ୍ତ ପରିବେଗ ରୈଖିକ ଗତିର ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମ ପାଇଁ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥାଏ ।



ଚିତ୍ର 1.12: ବନ୍ଧୁକର ପଛୁଆ ଗତି

ମନେକର, M = ଖାଲି ବନ୍ଧୁକର ବସ୍ତୁତ୍ୱ, m = ଗୁଳିର ବସ୍ତୁତ୍ୱ, V = ଗୁଳି ଚଳାଇବା ପରେ ବନ୍ଧୁକର ବେଗ ଏବଂ v = ବନ୍ଧୁକରୁ ଗୁଳି ଚଳାଇବା ସମୟରେ ଶେଳର ବେଗ (ଚିତ୍ର 1.12)।

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଗୁଳି କରିବା ପୂର୍ବରୁ ,ବନ୍ଧୁକ ଏବଂ ଗୁଳିର ସମୁଦାୟ ରୈଖିକ ସଂବେଗ ଶୂନ (0) ଅଟେ ଏବଂ ଗୁଳି କରିବା ପରେ ବନ୍ଧୁକର ସମୁଦାୟ ରୈଖିକ ସଂବେଗ ହୋଇଯାଏ (MV + mv) ।

ରୈଖିକ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ, MV + mv = 0

କିମ୍ବା, $$V = -\frac{mv}{M}$$

ସମୀକରଣ (1.57) ବନ୍ଧୁକର ପ୍ରତିକ୍ଷିପ୍ତ ପରିବେଗ ପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତ ହୋଇଥାଏ । ଏହି ସମୀକରଣରେ ନକାରାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ସୂଚିତ କରେ ଯେ ବନ୍ଧୁକଏବଂ ଗୁଳିର ବେଗ ପରସ୍ପରର ବିପରୀତ ଅଟେ । (1.57)

ଉଦାହରଣ 1.14

ଉଦାହରଣ 1.14 ଏକ ମେସିନ୍ ଗନ୍ ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ   କିଲୋଗ୍ରାମ୍ । ଏହା 6 ଟି ଗୁଳି/ସେକେଣ୍ଡ ହାରରେ , 400 ମିଟର/ସେ ବେଗରେ 30 ଗ୍ରାମ୍ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଗୁଳି ଫୁଟେ । ଏହାକୁ ସ୍ଥିତିରେ ରଖିବା ପାଇଁ ବନ୍ଧୁକରେ କେତେ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ?

ସମାଧାନ:

ଦିଆଯାଇଛି, ବୁଲେଟ୍ ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ (m) = 30 ଗ୍ରାମ = 30 × 10^{-3} କିଲୋଗ୍ରାମ, ବୁଲେଟ୍ ର ବେଗ (v) = 400 ମିଟର/ସେ, ବନ୍ଧୁକର ବସ୍ତୁତ୍ୱ (M) = 8 କିଲୋଗ୍ରାମ ଏବଂ ପ୍ରତି ସେକେଣ୍ଡରେ ବୁଲେଟ୍ ଫାୟାର ସଂଖ୍ୟା (n) = 6.

ମନେକର, V ହେଉଛି ଗୁଳି ଚଳାଇବା ପରେ ବନ୍ଧୁକର ପ୍ରତିକ୍ଷିପ୍ତ ପରିବେଗ ।

ତା'ପରେ ରୈଖିକ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ, MV + mu = 0

କିମ୍ବା, $MV = -mv$

ତେଣୁ, ପ୍ରତି ସେକେଣ୍ଡରେ ବନ୍ଧୁକକୁ ଦିଆଯାଇଥିବା ପଛୁଆ ଗତି ହେଉଛି $F = nMV = -nmu$

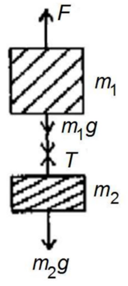
କିମ୍ବା, $F = -6 \times 30 \times 10^{-3} \times 400\ N = -72\ N$

ଏହିପରି, ଏହାକୁ ସ୍ଥିତିରେ ରଖିବା ପାଇଁ ବନ୍ଧୁକରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିବାକୁ ଆବଶ୍ୟକ ଅଗ୍ରଗାମୀ ବଳ ହେଉଛି 72 N ।

1.6 ଦୁଇଟି ସଂଯୁକ୍ତ ବସ୍ତୁର ଗତି (MOTION OF TWO CONNECTED BODIES)

1.6.1 ଭୂସମାନ୍ତର ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଗତି (Horizontal Motion of Two Bodies)

ଧରାଯାଉ, ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m_1 ଏବଂ m_2 , ଏକ ଅପ୍ରସାରିତ ହାଲୁକା ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଦ୍ୱାରା ସଂଯୁକ୍ତ ଏବଂ ଏକ ଚିକ୍କଣ ଭୂସମାନ୍ତର ଟେବୁଲ୍ (ଚିତ୍ର 1.13)ରେ ରଖାଯାଏ। ମନେକର, ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର ବଳ F , ବସ୍ତୁତ୍ୱ m_2 ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛି , ଯେତେବେଳେ ଏହା ସିଷ୍ଟମରେ ଏକ ତ୍ୱରଣ f ଉତ୍ପାଦନ କରେ ।



ଚିତ୍ର 1.14: ଅବିସ୍ତାରଣୀୟ ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗ୍

ଯଦି T ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗର ଉତ୍ତେଜନା ହୁଏ ତାହାହେଲେ m_1 ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଗତିର ସମୀକରଣ ହେବ ।

$$T = m_1 f \qquad \text{(i)}$$

ଏବଂ m_2 ବସ୍ତୁତ୍ୱର

$$F - T = m_2 f \qquad \text{(ii)}$$

(i) ଏବଂ (ii) ଯୋଗ କଲେ,

$$F = (m_1 + m_2) f$$

$$f = \frac{F}{m_1 + m_2} \qquad (1.58)$$

ଏବଂ , $T = m_1 f = \dfrac{m_1 F}{m_1 + m_2}$ (1.59)

1.6.2 ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଭୂଲମ୍ବ ଗତି (Vertical Motion of Two Bodies):

ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁତ୍ୱ m_1 ଏବଂ m_2 ଏକ ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଦ୍ୱାରା ସଂଯୁକ୍ତ ହୋଇ, ଏକ ଭୂଲମ୍ବ ଶକ୍ତି ଅଧୀନରେ ଏକ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ f ଉତ୍ପାଦନ କରେ (ଚିତ୍ର। 1.14)। ଯଦି ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗରେ ଉତ୍ତେଜନା T ଜାତ ହୁଏ ତାହାହେଲେ ବସ୍ତୁତ୍ୱ m_1 ଉପରେ ସମୁଦାୟ ବଳ ହେବ,

$$F - m_1 g - T = m_1 f \qquad \text{(i)}$$

ଏବଂ ବସ୍ତୁତ୍ୱ m_2 ଉପରେ ସମୁଦାୟ ବଳ ହେବ,

$$T - m_2 g = m_2 f \qquad \text{(ii)}$$

(i) ଏବଂ (ii) ଯୋଗ କଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$$F - m_1 g - m_2 g = (m_1 + m_2) f$$

କିମ୍ବା, $F = (m_1 + m_2)(g + f)$ (1.60)

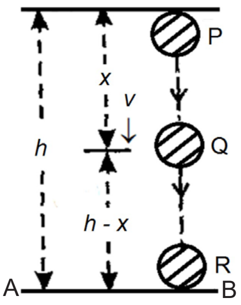
ଏବଂ (ii) ରୁ ଆମେ ପାଇଥାଉ

$$T = m_2 (g + f) \qquad (1.61)$$

1.7 ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତିର ସଂରକ୍ଷଣ (CONSERVATION OF MECHANICAL ENERGY)

ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତି (KE) ଏବଂ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE)ର ଯୋଗଫଳ ହେଉଛି ଏହାର ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି । ଯଦି କୌଣସି ଅପବ୍ୟୟ ଶକ୍ତି ନାହିଁ ତେବେ ବସ୍ତୁର ମୋଟ KE ଏବଂ PE ଧ୍ରୁବ ରହିଥାଏ ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ ।

1.7.1 ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁ (Freely Falling Body)



ଚିତ୍ର 1.15: ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁର ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି

ଧରାଯାଉ, ଏକ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ରେ ସ୍ଥିର ଅଛି, ଚିତ୍ର 1.15 ରେ ଦେଖାଇଦିଆଯାଇଛି । ମନେକର, ଏକ ସନ୍ଦର୍ଭ ପୃଷ୍ଠ ABରୁ ବିନ୍ଦୁ P ର ଉଚ୍ଚତା h ଅଟେ । ବସ୍ତୁର ଶକ୍ତି ସନ୍ଦର୍ଭ ପୃଷ୍ଠରେ ଶୂନ ଏବଂ ବିନ୍ଦୁ P ରେ ସର୍ବାଧିକ (mgh) । ବର୍ତ୍ତମାନ, ବସ୍ତୁଟି ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଛି, ଏମିତି କି, ଏହାର ବେଗ, (h – x) ଉଚ୍ଚତାରେ ବିନ୍ଦୁ Q ରେ ଏହାର ପରିବେଗ v ଅଟେ ।

ବିନ୍ଦୁ P ରେ ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି:

ମୋଟ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) = mgh

ଏବଂ ଗତିଜ ଶକ୍ତି (KE) = 0

∴ ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି = mgh + 0 = mgh

ବିନ୍ଦୁ Q ରେ ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି :

ଯଦି v ବିନ୍ଦୁ Q ରେ ବେଗ ହୁଏ, ତାହାହେଲେ ବିନ୍ଦୁ Q ଗତିଜ ଶକ୍ତି (KE)

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times 2gx = mgx \qquad (\because v^2 = o^2 + 2gx = 2gx)$$

ଏବଂ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ବିନ୍ଦୁ Q ହେଉଛି = mg (h – x)

∴ ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ Q ରେ = mgx + mg (h – x) = mgh

ବିନ୍ଦୁ R ରେ ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି :

ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ବିନ୍ଦୁ R ରେ ହେଉଛି 0

ଏବଂ ଗତିଜ ଶକ୍ତି (KE) ବିନ୍ଦୁ R ରେ ହେଉଛି $KE = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times 2gh = mgh$

∴ ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ R ରେ ହେଉଛି = mgh+0 = mgh

ଏହିପରି, ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ P ରେ = ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ Q ରେ = ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ R ରେ

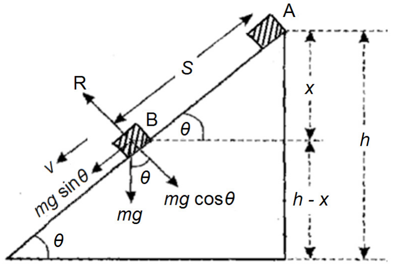
ତେଣୁ, ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁର ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷିତ ରହିଛି ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ ।

1.7.2 ଏକ ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠରୁ ତଳକୁ ବସ୍ତୁ ଖସିବା (Body Falling Down an Inclined Plane):

ଚିତ୍ର 1.16: ଏକ ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠରୁ ତଳକୁ ଖସିବା ବସ୍ତୁର ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ଧରାଯାଉ, m ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଏକ ବସ୍ତୁ, ଆନତି କୋଣ θ ଥିବା ଏକ ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠରେ ବିନ୍ଦୁ A ରେ ଅବସ୍ଥିତ (ଚିତ୍ର 1.16)। ବର୍ତ୍ତମାନ, ଏହି ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତି (KE) ଶୂନ ଅଟେ ଏବଂ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ହେଉଛି = mgh

∴ ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ A ରେ = mgh+0 = mgh

ଯେତେବେଳେ ବସ୍ତୁଟିକୁ ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠରେ ଛାଡି ଛାଡିଦିଆଯାଏ, ସେତେବେଳେ ବିନ୍ଦୁ A ଠାରୁ S ଦୂରତା ଥିବା ବିନ୍ଦୁ B ରେ , ମନେକର ବସ୍ତୁର ପରିବେଗ v। ଏହି ସମୟରେ ଯଦି ବସ୍ତୁର ଭୂଲମ୍ବରେ ବିସ୍ଥାପନ x ହୁଏ, ତାହାହେଲେ ଏହି ସମୀକରଣ $v^2 = u^2 + 2fS$ ଦ୍ୱାରା , ଆମେ ପାଇଥାଉ,



ଚିତ୍ର 1.16: ଏକ ଗଡାଣୀ ପୃଷ୍ଠରୁ ତଳକୁ ଖସିବା ବସ୍ତୁର ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି

$v^2 = 0^2 + 2g\sin\theta \times S = 2gx$ [ଯେହେତୁ, $x = S\sin\theta$]

ତେଣୁ, ଗତିଜ ଶକ୍ତି(KE) ବିନ୍ଦୁ B ରେ ହେଉଛି

$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m.2gx = mgx$ ଏବଂ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି(PE) ବିନ୍ଦୁ B ରେ = = mg (h – x)

∴ ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ B ରେ = = mgx + mg (h – x) = mgh

ତେଣୁ, ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ A ରେ = ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ B ରେ ।

ଏହିପରି ଏକ ଘର୍ଷଣହୀନ ଏକ ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠରୁ ଖସିପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁର ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷିତ ରହିଛି।

1.8 ଘର୍ଷଣ (FRICTION)

ଘର୍ଷଣ ହେଉଛି ଗତିର ଦିଗକୁ ଏକ ପ୍ରତିରୋଧକ ବଳ। ଘର୍ଷଣ ବଳ ଭୂଲମ୍ବ ବଳ N ସହିତ ଆନୁପାତିକ ଅଟେ। ଏହା ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଭୂପୃଷ୍ଠ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ ଅଟେ। ଆନୁପାତିକତା ଧ୍ରୁବକୁ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣକ μ ଭାବରେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି, ସେପରି,

$$\mu = \frac{F}{N} \qquad (1.62)\ (a)$$

ଯେଉଁଠାରେ F ପ୍ରତିରୋଧକ ବଳ (ଘର୍ଷଣ ବଳ) ଗତିଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ।

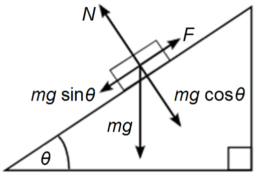
ଘର୍ଷଣର ଗୁଣକ ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଯାହାର ପାର୍ଥକ୍ୟ ବସ୍ତୁର ଗତି ବା ସ୍ଥିରତା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ। ସ୍ଥୈତିକ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ (coefficient of static friction)ସ୍ଥିର ଅବସ୍ଥାରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ। ଯଦି ବସ୍ତୁ ଗତିଶୀଳ ଅଛି, ତେବେ ଆମେ ଗତିଜ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ(coefficient of kinetic friction) ବ୍ୟବହାର କରୁ।

1.8.1 ଘର୍ଷଣର ନିୟମ

ଚିତ୍ର। 1.17: ଘର୍ଷଣର ପ୍ରଥମ ନିୟମ: ଘର୍ଷଣର ବଳ ପ୍ରଭାବିତ ଭାର ସହିତ ଆନୁପାତିକ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ: ଘର୍ଷଣର ବଳ ଆଭାସୀ ସଂଯୋଗ କ୍ଷେତ୍ର ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ।

ତୃତୀୟ ନିୟମ: ଗତିଜ ଘର୍ଷଣ, ଖସୁଥିବା ପରିବେଗ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ।



ଚିତ୍ର 1.17: ଘର୍ଷଣର କୋଣ

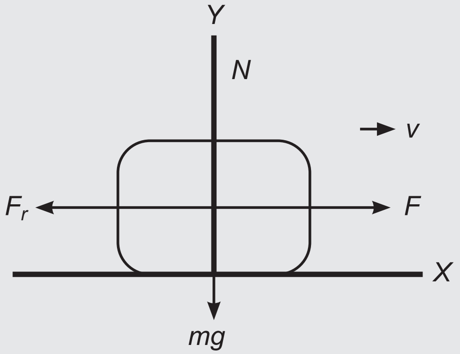
1.8.2 ଘର୍ଷଣର କୋଣ

ଘର୍ଷଣର କୋଣ କିମ୍ବା ଘର୍ଷଣ କୋଣ ଏପରି ପରିଭାଷିତ ହୋଇପାରେ:

$$\tan\theta = \frac{F}{N} = \mu \qquad (1.62)\ (ଖ)$$

ଯେଉଁଠାରେ θ ହେଉଛି ଭୂସମାନ୍ତର ଠାରୁ କୋଣ ଏବଂ μs ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସ୍ଥୈତିକ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ ।

ଉଦାହରଣ 1.15. ଉଦାହରଣ 1.15 0.5 ମିଟର/ସେ ର କ୍ରମାଗତ ବେଗ ସହିତ 100 କିଲୋଗ୍ରାମ ପଥରର ଏକ ଅଂଶ 200 ଏନ ର ଭୂସମାନ୍ତର ବଳ ସହିତ ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର ପୃଷ୍ଠରେ ଟାଣି ନିଆଯାଏ । ଅନୁମାନ କରନ୍ତୁ g = 9.8 ମିଟର/ସେ2. ଗତିଜ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ ବାହାର କର ।



ମନେକର Fr ହେଉଛି ଘର୍ଷଣ ବଳ, N ହେଉଛି ଭୂଲମ୍ବ ବଳ, mg ହେଉଛି ବ୍ଲକର ଓଜନ ଏବଂ F ହେଉଛି ବ୍ଲକକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇବା ପାଇଁ ପ୍ରୟୋଗ ବଳ । ଆମେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ ବାଛିଥାଉ ଯେଉଁଠାରେ ଡହାଣ ଭୂସମାନ୍ତର ହେଉଛି ସକାରାତ୍ମକ X-ଦିଗ ଏବଂ ଉପର ଭୂଲମ୍ବ ହେଉଛି ସକାରାତ୍ମକ Y-ଦିଗ । ବେଗ ସ୍ଥିର ଥିବାରୁ ବସ୍ତୁଟି ସନ୍ତୁଳନରେ ଅଛି । ଏହାର ଅର୍ଥ ବ୍ଲକ ଉପରେ ଥିବା ମୋଟ ବଳ ଶୂନ ସହିତ ସମାନ ।

ଆସନ୍ତୁ X-ଦିଗରେ ଥିବା ବଳଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାର କରିବା ।

ତାହାହେଲେ $\Sigma F_x = F - F_r = 0$

ତେଣୁ, $F = F_r$

ଘର୍ଷଣ ବଳ $\mu_k N$ ସହ ସମାନ ଅର୍ଥାତ୍,

$$F = \mu_k N$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମକୁ ଭୂଲମ୍ବ ବଳ ବିଷୟରେ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଆମେ ତାହା Y-ଦିଗରେ ଥିବା ବଳରୁ ପାଇଥାଉ ।

$$\Sigma F_y = N - mg = 0$$

କିମ୍ବା, $N = mg$

ଏହି ଭୂଲମ୍ବ ବଳକୁ ପୂର୍ବ ସମୀକରଣ, $F = \mu_k mg$ ରେ ବ୍ୟବହାର କରି,

ଆମେ ପାଇବା, $\mu_k = F/mg = 0.2$

ଉଦାହରଣ 1.15

ଉଦାହରଣ 1.16

ଉଦାହରଣ 1.16. 200 N ଓଜନର ଏକ ବ୍ଲକକୁ ଏକ ପୃଷ୍ଠରେ ଠେଲି ଦିଆଯାଏ । ଯେତେବେଳେ ଏହା ଏକ ବ୍ଲକ୍ ଘୁଞ୍ଚାଇବା ପାଇଁ 80 N ଏବଂ ନିରନ୍ତର ବେଗରେ ବ୍ଲକର ଗତିକୁ ଜାରି ରଖିବାକୁ 40 N ଆବଶ୍ୟକ କରେ, ତେବେ ସ୍ଥୈତିକ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ μs ଏବଂ ଗତିଜ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ μk ବାହାର କର ?

ସମାଧାନ: ସ୍ଥୈତିକ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ ପାଇଁ, ବ୍ଲକକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ବଳ ହେଉଛି 80 N

ବର୍ତ୍ତମାନ, $F_f = \mu_s N$ ଠାରୁ

ଯେଉଁଠାରେ N ହେଉଛି ବ୍ଲକର ଓଜନ = 200 N

ଆମେ ପାଇବା $80\ N = \mu_s \times 200\ N$

କିମ୍ବା, $\mu_s = 0.4$

ଗତିଜ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ ପାଇଁ, ଏକ ନିରନ୍ତର ବେଗ ବଜାୟ ରଖିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ବଳ ହେଉଛି 40 N

ତେଣୁ, $F_f = \mu_k N$ ଏଥିରୁ ଆମର ଅଛି

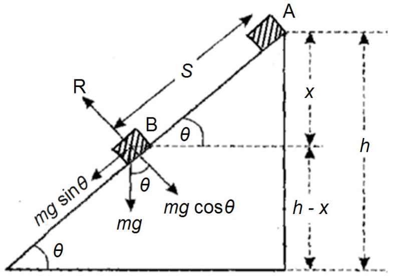
$$40\ N = \mu_k \times 200\ N$$

କିମ୍ବା, $\mu_k = 0.2$

ଏହିପରି, ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ପାଇଁ ଘର୍ଷଣର ଦୁଇଟି ଗୁଣକ ହେଉଛି $\mu_s = 0.4$ ଏବଂ $\mu_k = 0.2$

1.8.3 ଘର୍ଷଣ ହେତୁ ଶକ୍ତି ଅପବ୍ୟୟ (Energy Dissipation due to Friction):

ଯେତେବେଳେ ଏକ ବସ୍ତୁ ଘର୍ଷଣ ଥିବା ଏକ ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ଗତି କରୁଛି ସେତେବେଳେ ଏହାକୁ ଘର୍ଷଣ ବଳ ବିପକ୍ଷରେ କିଛି କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାକୁ ପଡିବ । ତେଣୁ, ଘର୍ଷଣ ବଳ ବିରୁଦ୍ଧରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାରେ ଶକ୍ତି ଅପବ୍ୟୟ ହୋଇଯାଏ ଏବଂ ଏଣୁ ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣ ହୁଏ ନାହିଁ । ମନେକର, m ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଏକ ବସ୍ତୁ, ଆନତି କୋଣ θ ଥିବା ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠରେ h ଉଚ୍ଚତାରେ A ବିନ୍ଦୁ ଠାରେ ସ୍ଥିର ଭାବରେ, ଅବସ୍ଥାପିତ (ଚିତ୍ର 1.18) ।



ଚିତ୍ର । 1.18: ଏକ ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ଘର୍ଷଣ ହେତୁ ଶକ୍ତି ର କ୍ଷୟ

ତେଣୁ, ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି(PE) ବିନ୍ଦୁ A ରେ = mgh ଏବଂ ଗତିଜ ଶକ୍ତି (KE) ବିନ୍ଦୁ A ରେ = 0

ଏହିପରି, ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ A ରେ = 0 + mgh = mgh

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଯଦି ବସ୍ତୁଟି ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ବିନ୍ଦୁ A ରୁ ବିନ୍ଦୁ B ସହିତ ଖସିଥାଏ ତେବେ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ପ୍ରଭବିତ ହେଉଥିବା ବଳ ହେଉଛି mgh ଏବଂ ମନେକର, ଏଥି ଯୋଗୁଁ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥାନାନ୍ତର ହେଉଛି, S ,ଏହି ସମୟରେ ବସ୍ତୁର ବେଗ ହେଉଛି v ଏବଂ ଏହା ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଉଛି,

$$v^2 = u^2 + 2fS = 0 + 2fS = 2fS$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ପ୍ରଭବିତ ହେଉଥିବା ନିମ୍ନମୁଖୀ ବଳ ହେଉଛି $mg\sin\theta - F$

ଯେଉଁଠାରେ F ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ଘର୍ଷଣ ବଳ ଯାହା ଗତିର ବିପରୀତ ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ।

ତେଣୁ, ଗଡାଣି ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ଖସୁଥିବା ବସ୍ତୁର ତ୍ୱରଣ ହେଉଛି $f = \frac{mg\sin\theta - F}{m}$

ଏବଂ ଏହିପରି ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତି (KE) ବିନ୍ଦୁ B ରେ = $\frac{1}{2}mv^2$

$$= \frac{1}{2} m \times 2fS = mfS$$

$$= mS\frac{mg\sin\theta - F}{m}$$

$$= mgS\sin\theta - FS$$

$$= mgx - FS$$

ପୁନର୍ବାର, ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି(PE) ବିନ୍ଦୁ B ରେ $= mg(h - x)$

ଏହିପରି, ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ B ରେ $= mgx - FS + mg(h - x) = mgh - FS$

ବସ୍ତୁର ବିନ୍ଦୁ A ରୁ ବିନ୍ଦୁ B କୁ ସ୍ଥାନାତର କରିବାରେ ଶକ୍ତି ର କ୍ଷୟ ହେଉଛି

= ସମୁଦାୟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ A ରେ – ସମୁଦାୟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ବିନ୍ଦୁ B ରେ = mgh – (mgh – FS) = FS

= ଅପବ୍ୟୟୀ କିମ୍ବା ଘର୍ଷଣ ବଳ F ବିପକ୍ଷରେ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ।

1.9 ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମାବଳୀର ସୀମା (LIMITATIONS OF NEWTON'S LAWS)

ଗତିଶୀଳ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ, ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମାବଳୀର ସିଧାସଳଖ ପ୍ରୟୋଗରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସୀମା ପାଇଥାଏ:

i) ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମାବଳୀ କେବଳ କାର୍ଟେସିଆନରେ ବୈଧ ଅଟେ । ଅଣ-ଜଡତ୍ଵୀୟ ସର୍ନ୍ଦଭ ଫ୍ରେମ୍ ଯେମିତି କି ପୃଥିବୀ ଏକ ଅକ୍ଷ ଚାରିପାଖରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଥିବା ସହିତ ସଂଲଗ୍ନ ଫ୍ରେମ୍ କିମ୍ବା ପୃଥିବୀ ସାପେକ୍ଷ ଏକ ବସ୍ତୁର ଗତି, ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଗତିର ସମୀକରଣର ଏକ ରୂପାନ୍ତରିତ ସଂସ୍କରଣ ପ୍ରାପ୍ତ ହୁଏ । ଏହି ପ୍ରକାର ଫ୍ରେମରେ ଏହିକୁ ବୈଧ କରିବା ପାଇଁ ଛଦ୍ମ ବଳ, ଯେମିତିକି କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ବା କେନ୍ଦ୍ରପ୍ରସାରୀ ବଳ (centrifugal force)କୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରି ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଗତିର ସମୀକରଣର ଏକ ରୂପାନ୍ତରିତ ସଂସ୍କରଣ ପ୍ରାପ୍ତ ହୁଏ ।

ii) ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମାବଳୀ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ସମସ୍ତ ବଳଗୁଡିକର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବିବରଣୀ ଆବଶ୍ୟକ କରେ ଯାହାର ଗତି ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରାଯଇଛି ।

ତେଣୁ, ଯେ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ବଳର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଜ୍ଞାନ ସହିତ , ଗତିଶୀଳ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ରେ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମାବଳୀର ବ୍ୟବହାର କେବଳ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ଫ୍ରେମ୍ ରେ ସୀମିତ ଅଟେ ।

1.10 ଜଡତ୍ଵୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ (INERTIAL REFERENCE FRAME)

ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମାବଳୀ ଦ୍ଵାରା ବର୍ଣ୍ଣିତ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ସ୍ଥିର କିମ୍ବା ଗତିର ବିଷୟବସ୍ତୁ, ସ୍ଥିର କିମ୍ବା ଗତି ପରିପେକ୍ଷୀରେ ଉପଯୁକ୍ତ ପସନ୍ଦର ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ ସହ ଜଡିତବୋଲି ବିବେଚନା କରାଯାଏ । ସାଧାରଣତଃ, ଯେଉଁଥିରେ ଗତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ସହଜ ଅଟେ, ସେହି ଫ୍ରେମ୍ ଅଫ୍ ସନ୍ଦର୍ଭ ନିୟୋଜିତ ହୋଇଛି ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ଵରୂପ, ଏକ ଟ୍ରେନ୍ ଅନ୍ୟ ଟ୍ରେନ୍ ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ , ଅନ୍ୟ ସ୍ଥିର ବସ୍ତୁ ପରିପେକ୍ଷୀରେ ଏହାର ଗତିଠାରୁ ଭିନ୍ନ ହେବ । ସେହିଭଳି ଚଳନ୍ତା ବସ୍ ରେ ଜଣେ ଯାତ୍ରୀଙ୍କ ଗତି , ଏଠାରେ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ଭାବରେ ନେଇ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇପାରିବ ।

ଏକ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ଯାହା ସ୍ଥିର କିମ୍ବା ସମବେଗ ସହିତ ଗତି କରୁଛି , ତାହା ଜଡତ୍ଵୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମାବଳୀଏହି ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମରେ ବୈଧ ଅଟେ । ଏକ ଜଡତ୍ଵୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମରେ, ଯଦି ଏକ ବସ୍ତୁ ବାହ୍ୟ ଭାବରେ ଏକ ବଳ ଅନୁଭବ କରୁନାହିଁ, ଏହାର ତ୍ଵରଣ ଶୂନ ହେବ ।

ଯଦି ଦୁଇଟି ଜଡତ୍ୱୀୟ ଫ୍ରେମ୍ ପରସ୍ପର ସହିତ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ଆପେକ୍ଷିକ ବେଗ ସହିତ ଗତି କରୁଛି, ତେବେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଉତ୍ପନ୍ନ ତ୍ୱରଣ ଉଭୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମରେ ସମାନ ହେବ।

1.10.1 କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ (Cartesian Coordinate System)

କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ, ଏକ ସମତଳରେ ବା ତ୍ରି-ବିମିୟ(three-dimensional) କ୍ଷେତ୍ର ଏକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରିଥାଏ। ଦ୍ୱି- ବିମିୟ (two- dimensional)ରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁର କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ଏକ ବିନ୍ଦୁଯୋଡି (x, y), ଯାହା କୌଣସି ସମୟରେ କୌଣସି ଏକ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରିଥାଏ।

ମନେକର, ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ସାପେକ୍ଷ କୌଣସି m ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବସ୍ତୁ ଗତି କରେ। ମନେକର, ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ର ମୂଳବିନ୍ଦୁ O ସାପେକ୍ଷ କୌଣସି ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତି $\vec{r}$ ଅଟେ। ଯଦି, ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ X, Y ଏବଂ Z ଦିଗରେ, $\hat{i}, \hat{j}$ ଏବଂ $\hat{k}$, ଏକକ ସଦିଶ ହୁଅନ୍ତି, ତାହାହେଲେ, ଆମେ ଲେଖିପାରିବା,

$$\vec{r} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z \qquad (1.63)$$

ବସ୍ତୁର ବେଗ ଏହିପରି

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z\right) = \hat{i}\dot{x} + \hat{j}\dot{y} + \hat{k}\dot{z} \qquad (1.64)$$

ଏହି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତିର ସରଳତା ପାଇଁ ଆମେ ଅନୁମାନ କରିଛୁ ଯେ ତିନୋଟି ଏକକ ସଦିଶ, ସ୍ଥିରାଙ୍କ ସଦିଶ ଅଟନ୍ତି। ଯଦି ଏହା ନିୟତ ନ ହୁଏ, ତେବେ ଗୁଣନଫଳ ନିୟମ ଅନୁସାରେ, ଏକ ଅତିରିକ୍ତ ପଦ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେବ।

ସେହିଭଳି, ଆମେ ବସ୍ତୁର ତ୍ୱରଣକୁ ଲେଖିପାରିବା,

$$\vec{f} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\hat{i}\dot{x} + \hat{j}\dot{y} + \hat{k}\dot{z}\right) = \hat{i}\ddot{x} + \hat{j}\ddot{y} + \hat{k}\ddot{z} \qquad (1.65)$$

ଏହି ତ୍ୱରଣ ସଦିଶ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମରେ ଆବଶ୍ୟକ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, ବଳର ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ର କୋର୍ଡିନେଟ୍ ଅକ୍ଷମାନଙ୍କର X, Y ଏବଂ Z ଦିଗଗୁଡିକର ଉପାଦାନ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା।

$$\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k} \qquad (1.66)$$

ଯେଉଁଠାରେ F_x, F_y ଏବଂ F_z, ଯଥାକ୍ରମେ X, Y ଏବଂ Z ଦିଗଗୁଡିକରେ ବଳର ଉପାଦାନ ଅଟେ।

ତେଣୁ ସଦିଶ ଫର୍ମରେ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ ହେବ : $\hat{i}F_x + \hat{j}F_y + \hat{k}F_z = m\left(\hat{i}\ddot{x} + \hat{j}\ddot{y} + \hat{k}\ddot{z}\right)$

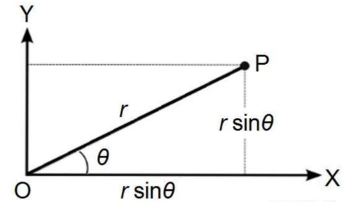
$\hat{i}, \hat{j}$ ଏବଂ $\hat{k}$ ର ଗୁଣାଙ୍କକୁ ତୁଳନାକରି ଆମର ଅଛି:

$$F_x = m\ddot{x}; \qquad F_y = m\ddot{y}; \qquad F_z = m\ddot{z} \qquad (1.67)$$

ଆମେ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତି ଏବଂ ବେଗ ଉପରେ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସର୍ତ୍ତନେବା। ଆମେ ମଧ୍ୟ, ବଳର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର କାର୍ଯ୍ୟକ୍ଷମ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ ବାଛିବା। ତା'ପରେ, ସମୟ ନିର୍ଭରଶୀଳ ଭାବରେ, ଗତିର ଏହି ସମୀକରଣଗୁଡିକର ସ୍ଥିତି ଏବଂ ବେଗ ପାଇବା ପାଇଁ ଏକୀକୃତ କରିପାରିବା।

1.10.2 ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ (Polar Coordinate System)

ଏହା ଏକ ଦ୍ୱି-ବିମୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ ଅଟେ, ଯାହା ଏକ ସମତଳରେ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ, ଏକ ବିନ୍ଦୁର ସାପେକ୍ଷ ଦୂରତା (r) ଓ ସନ୍ଦର୍ଭ ଅନ୍ତରିତ କୋଣ (θ) ଦ୍ୱାରା ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ହୋଇଥାଏ (ଚିତ୍ର 1.19)। ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ଏହିପରି ଧ୍ରୁବୀୟ କୋର୍ଡିନେଟ୍ ପ୍ରଣାଳୀରେ (r, θ) ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ଏକ ବିନ୍ଦୁର କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (x, y), ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (r, θ) ସହିତ ସମ୍ପର୍କ ଥାଏ ।



ଚିତ୍ର 1.19: ଧ୍ରୁବୀୟ କୋର୍ଡିନେଟ୍

ଦ୍ୱି-ବିମୀୟରେ ଏକ ଧାରଣା ପାଇବା ପାଇଁ ଚିତ୍ର 1.19 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପରି ଏକ ସମକୋଣ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା । ଏହାର କର୍ଣ୍ଣ (hypotenuse) ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଉତ୍ପତ୍ତି ବିନ୍ଦୁ ଓ ବିନ୍ଦୁ P ସହ ଯୋଡାଯାଇଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ, ଏବଂ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ r ବୋଲି ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଏ । ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡର X-ଅକ୍ଷ ଏବଂ Y-ଅକ୍ଷ ଉପରେ ପ୍ରୋଜେକ୍ସନଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି

$$x = r\cos\theta \tag{1.68}$$

ଏବଂ

$$y = r\sin\theta \tag{1.69}$$

ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣଗୁଡିକ ଏକ ବିନ୍ଦୁର ପୋଲାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (r, θ) ଏବଂ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (x, y) ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ଦେଇଥାଏ ।

ନିମ୍ନଲିଖିତ ସୂତ୍ର ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁର କାର୍ଟେସିଆନ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରୁ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ରୂପାନ୍ତର କରିବାକୁ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇପାରିବ:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{1.70 (a)}$$

ଏବଂ

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} \tag{1.70 (b)}$$

ସ୍ଥିତି ସଦିଶ ଏପରି ଲେଖାଯାଇପାରିବ

$$\vec{r} = \hat{i}x + \hat{j}y = \hat{i}\,r\cos\theta + \hat{j}\,r\sin\theta \tag{1.71}$$

ଥରେ ଅବକଳ(Differentiating) କରି ଆମେ ବେଗକୁ ଏପରି ପାଇଥାଉ

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}\left(\hat{i}\,r\cos\theta + \hat{j}\,r\sin\theta\right) = \hat{i}\left(\dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta\right) + \hat{j}\left(\dot{r}\sin\theta + r\dot{\theta}\cos\theta\right) \tag{1.72}$$

ପରିବେଗକୁ ଅବକଳିତ(Differentiating) କରି, ଆମେ ତ୍ୱରଣ ପାଇଥାଉ ।

$$\vec{f} = \frac{d}{dt}\left[\hat{i}\left(\dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta\right) + \hat{j}\left(\dot{r}\sin\theta + r\dot{\theta}\cos\theta\right)\right]$$

$$= \hat{i}\left(\ddot{r}\cos\theta - 2\dot{r}\dot{\theta}\sin\theta - r\ddot{\theta}\sin\theta - r\dot{\theta}^2\cos\theta\right) + \hat{j}\left(\ddot{r}\sin\theta + 2\dot{r}\dot{\theta}\cos\theta + r\ddot{\theta}\cos\theta - r\dot{\theta}^2\sin\theta\right) \tag{1.73}$$

ତଥାପି, ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ଯେ, ତ୍ୱରଣ ସଦିଶର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦଗୁଡିକ r ଏବଂ θ ର ଦ୍ୱିତୀୟ କ୍ରମ ବ୍ୟୁତ୍ପନ୍ନ ଧାରଣ କରିଥାଏ ।. ସାଧାରଣତଃ, ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ସବୁଠାରୁ ଉପଯୋଗୀ ଯେତେବେଳେ ବଳଗୁଡିକ ଏକ ବିନ୍ଦୁର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ସହିତ ଜଡିତ ଦିଗରେ ସହଜରେ ପ୍ରକାଶ ହୁଏ ।

1.10.3 ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଫ୍ରେମରେ ଧୃବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (Polar Coordinate in a Rotating Frame)

ପାରସ୍ପରିକ ଅଭିଲମ୍ବ ଏକକ ସଦିଶ $\hat{i}, \hat{j}$ ଏବଂ $\hat{k}$ ଦ୍ୱାରା ବର୍ଣ୍ଣିତ ,କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥା ବ୍ୟବହାର କରିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ, ଆମେ ଏକ ନୂତନ ସେଟ୍ ବ୍ୟବହାର କରୁ, ଯେଉଁଠି ୟୁନିଟ୍ ସଦିଶଗୁଡିକ, $\hat{e}_r$ ରେଡିଆଲ୍ ଦିଗରେ, $\hat{e}_\theta$ କ୍ରସ୍-ରେଡିଆଲ୍ ଦିଗ ସହିତ ଏବଂ e_{tz}, ଯାହା ଉଭୟ $\hat{e}_r$ ଏବଂ $\hat{e}_\theta$ ଙ୍କ ପାଇଁ ଅଭିଲମ୍ବ ଅଟେ , ଯେପରି

$$\hat{e}_z = \hat{e}_r \times \hat{e}_\theta$$

$$\therefore \quad \hat{e}_r = \hat{i}\cos\theta + \hat{j}\sin\theta \tag{1.74}$$

ଏବଂ $$\hat{e}_\theta = \hat{i}\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) + \hat{j}\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta \tag{1.75}$$

ତାହାହେଲେ, ସ୍ଥିତି ସଦିଶ ଏପରି ଲେଖାଯାଇପାରିବ,

$$\vec{r} = r\hat{e}_r \tag{1.75}$$

ଏହିପରି, ବେଗ ସଦିଶ ହେଉଛି

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(r\hat{e}_r\right) = \dot{r}\hat{e}_r + r\frac{d\hat{e}_r}{dt}$$

ଜଣେ ସହଜରେ ଏପରି ପାଇଥାଏ

$$\frac{d\hat{e}_r}{dt} = \frac{d\left(\hat{i}\cos\theta + \hat{j}\sin\theta\right)}{dt} = \left(-\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta\right)\dot{\theta} = \dot{\theta}\hat{e}_\theta$$

ସେହିଭଳି, $$\frac{d\hat{e}_\theta}{dt} = \frac{d\left(-\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta\right)}{dt} = -\left(\hat{i}\cos\theta + \hat{j}\sin\theta\right)\dot{\theta} = -\dot{\theta}\hat{e}_r$$

ଏହିପରି, ବସ୍ତୁର ବେଗ ହେଉଛି

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\theta}\hat{e}_\theta \tag{1.77}$$

ଏଠାରେ $v_r = \dot{r}$, ବେଗର ରେଡିଆଲ୍ ଉପାଦାନ ଏବଂ $v_\theta = r\dot{\theta}$, ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଗତି ପାଇଁ ବେଗର କ୍ରସ୍ ରେଡିଆଲ୍ ଉପାଦାନ ।

ପରିବେଗ ସଦିଶର ବ୍ୟୁତ୍ପନ୍ନ ନେଇ ,ବସ୍ତୁର ତ୍ୱରଣ ପ୍ରାପ୍ତ ଏପରି ହୋଇପାରିବ,

$$\vec{f} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\theta}\hat{e}_\theta\right)$$

$$= \ddot{r}\hat{e}_r + \dot{r}\frac{d\hat{e}_r}{dt} + \dot{r}\dot{\theta}\hat{e}_\theta + r\ddot{\theta}\hat{e}_\theta + r\dot{\theta}\frac{d\hat{e}_\theta}{dt}$$

କିମ୍ବା, $\vec{f} = \ddot{r}\hat{e}_r + \dot{r}\dot{\theta}\hat{e}_\theta + \dot{r}\dot{\theta}\hat{e}_\theta + r\ddot{\theta}\hat{e}_\theta - r\dot{\theta}^2\hat{e}_r = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{e}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\hat{e}_\theta$ (1.78)

ଏଠାରେ $f_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ = ତ୍ୱରଣର ରେଡିଆଲ୍ ଉପାଦାନ ଏବଂ

$f_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$ = ତ୍ୱରଣର କ୍ରସ୍ ରେଡିଆଲ୍ ଉପାଦାନ

ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଗତି ପାଇଁ ।

ଏହି ସମସ୍ତ ଗାଣିତିକ ରୂପ କକ୍ଷୀୟ(orbital) ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନର ସମାଧାନରେ ପ୍ରାଧାନ୍ୟତା ଦିଆଯାଇଛି ।

ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ,

$$\hat{e}_r F_r + \hat{e}_\theta F_\theta = m\left[\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{e}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\hat{e}_\theta\right] \tag{1.79}$$

$\hat{e}_r$ ଏବଂ $\hat{e}_\theta$ ର ଗୁଣାଙ୍କକୁ ତୁଳନା କରି ଆମେ ପାଇବା,

$$F_r = m\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right) \tag{1.80}$$

$$F_\theta = m\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right) \tag{1.81}$$

ସେହିଭଳି ଏଗୁଡିକ ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଗଣନା କରାଯାଇପାରିବ । ତେଣୁ, ସାରାଂଶ ରେ ଆମେ , ବିଭିନ୍ନ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମ ଟେବୁଲ୍ 1.1 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପରି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି କରାଯାଇପାରିବା ।

ଟେବୁଲ୍ 1.1: ବିଭିନ୍ନ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ବଳର ଉପାଦାନ

କାର୍ଟେସିଆନ୍	ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ	ସ୍ତମ୍ଭାକାର
$F_x = m\ddot{x}$	$F_r = m\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)$	$F_\rho = m\left(\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2\right)$
$F_y = m\ddot{y}$	$F_\theta = m\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)$	$F_\phi = m\left(\rho\ddot{\phi} + 2\dot{\rho}\dot{\phi}\right)$
$F_z = m\ddot{z}$		$F_z = m\ddot{z}$

ଉଦାହରଣ 1.17

ଉଦାହରଣ 1.17 ଯଦି ଏକ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତି ହେଉଛି $\vec{r} = \hat{i}\cos\omega t + \hat{j}\sin\omega t$ ଦେଖାନ୍ତୁ ଯେ ଏହାର ବେଗ, $\vec{r}$ ଏବଂ $\vec{r}\times\vec{v}$ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ ଓ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ସଦିଶ ଅଟେ

ଏଠାରେ $\vec{r} = \hat{i}\cos\omega t + \hat{j}\sin\omega t$

ତେଣୁ, ବସ୍ତୁର ବେଗ ହେଉଛି

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -\hat{i}\,\omega\sin\omega t + \hat{j}\omega\cos\omega t$$

ଏହିପରି, $\vec{r}.\vec{v} = \left(\hat{i}\cos\omega t + \hat{j}\sin\omega t\right).\left(-\hat{i}\,\omega\sin\omega t + \hat{j}\omega\cos\omega t\right) = 0$

ତେଣୁ, ବସ୍ତୁର ବେଗ $\vec{r}$ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ 1.17

ପୁନର୍ବାର, $\vec{r}\times\vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos\omega t & \sin\omega t & 0 \\ -\omega\sin\omega t & \omega\cos\omega t & 0 \end{vmatrix} = \hat{k}\omega$

ଏହିପରି, $\vec{r}\times\vec{v}$ ଏକ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ସଦିଶ ।

ଉଦାହରଣ 1.18

ଉଦାହରଣ 1.18 ସମତଳରେଏ କ ଗତିଶୀଳ ବସ୍ତୁପାଇଁ, ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଦାନ କରନ୍ତି $r = a\sin\omega_1 t$ ଏବଂ $\theta = \omega_2 t$ । ବସ୍ତୁର ବେଗ ଏବଂ ତ୍ୱରଣର ଧ୍ରୁବୀୟ ଉପାଦାନଗୁଡିକର ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଖୋଜ ।

ସମାଧାନ: ଏଠାରେ, ବେଗର ରେଡିଆଲ୍ ଏବଂ କ୍ରସ୍ ରେଡିଆଲ୍ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି

$$v_r = \dot{r} = a\omega_1\cos\omega_1 t$$

ଏବଂ $v_\theta = r\dot{\theta} = r\omega_2$

ସେହିଭଳି, ତ୍ୱରଣର ରେଡିଆଲ୍ ଏବଂ କ୍ରସ୍ ରେଡିଆଲ୍ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି

$$f_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -r\omega_1^2 - r\omega_2^2 = -r\left(\omega_1^2 + \omega_2^2\right)$$

ଏବଂ $f_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 2\dot{r}\dot{\theta} = 2a\omega_1\omega_2\cos\omega_1 t$ [ଯେପରି $\ddot{\theta} = 0$]

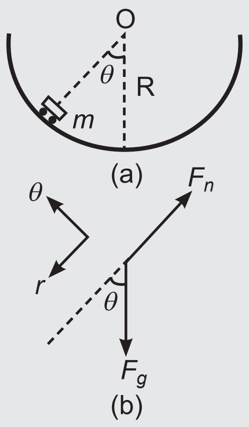
ଉଦାହରଣ 1.19 ଅନୁମାନ କରନ୍ତୁ ଯେ ଏକ ସ୍କେଟ୍ ବୋର୍ଡର ବସ୍ତୁତ୍ୱର m ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର R ଅଧା ପାଇପ୍ ଉପରେ ବିନା ଘର୍ଷଣରେ ଗଡୁଛି । ପ୍ରତିରୋଧକୁ ହେଳା କରି, $\theta(t)$ ପାଇଁ ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରନ୍ତୁ, ଏହା ବିଚାର କରି ଯେ ସ୍କେଟ୍ ବୋର୍ଡ ଏକ ସ୍ଥିର କୋଣ θ_0 ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ ।.

ସମାଧାନ: ଯେତେବେଳେ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମାବଳୀଗୁଡ଼ିକ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ,

$$F_r = m\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)$$

ଏବଂ $$F_\theta = m\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)$$

ଯଦି ଏଗୁଡିକ ମୁକ୍ତ ବସ୍ତୁ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହୁଏ, ଆମ ପାଖରେ ଥିବା ଚିତ୍ରରେ,



$$F_g\cos\theta - F_n = m\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)$$ [ରେଡିଆଲ୍ ଦିଗ ପାଇଁ]

ଏବଂ $$-F_g\sin\theta = m\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)$$ [କ୍ରସ୍-ରେଡିଆଲ୍ ଦିଗ ପାଇଁ]

କିମ୍ବା, $$-mg\sin\theta = mr\ddot{\theta}$$ [ଯେପରି r = R , ସ୍ଥିର ଅଟେ]

$$\therefore \quad \ddot{\theta} = -\frac{g}{R}\sin\theta$$

ବିଷୟରେ ଗୋଟିଏ ଅନୁମାନ କରିବା, ତାହା ଯେ θ ସର୍ବଦା ଛୋଟ । ତେଣୁ, $\sin\theta \approx \theta$

$$\therefore \quad \ddot{\theta} = -\frac{g}{R}\theta$$

ଉଦାହରଣ 1.18

ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣର ସାଧାରଣ ସମାଧାନଏହି ରୂପରେ ହେଉଛି ,

$$\theta(t) = A\sin\sqrt{\frac{g}{R}}t + B\sin\sqrt{\frac{g}{R}}t$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, $\theta(0) = \theta_0$ ଏବଂ $\dot{\theta}(\text{o}) = 0$

ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣରେ ଏହି ସର୍ତ୍ତଗୁଡିକ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ପାଇଥାଉ $B = \theta_0$ ଏବଂ $A = 0$

ତେଣୁ, $\theta(t) = \theta_0\sin\sqrt{\frac{g}{R}}t$

ଉଦାହରଣ 1.18

ୟୁନିଟ୍ ସାରାଂଶ

- ***ସଦିଶ ମୌଳିକତା***

ଏକ ସଦିଶର ଉପାଦାନଗୁଡିକ

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\vec{A} = |\vec{A}|\hat{n}$$

$$cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma = 1$$

ସଦିଶ ଯୋଗ

କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ: $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$

ସହଯୋଗୀ ନିୟମ : $(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

$$m(\vec{A} + \vec{B}) = m\vec{A} + m\vec{B}$$

ସଦିଶ ଗୁଣନଫଳ

$$\vec{A}.\vec{B} = AB\ \cos\theta$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta\hat{n}$$

ଡେଲ୍ ଅପରେଟର୍

କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ: $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\hat{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\hat{a}_z$

ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ: $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial\rho}\hat{a}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\varphi}\hat{a}_\varphi + \frac{\partial}{\partial z}\hat{a}_z$

ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ:: $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r}\hat{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\hat{a}_\theta + \frac{1}{r\,sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}\hat{a}_\varphi$

ଏକ ଆଦିଶ ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ

$$\text{grad}\, V = \frac{\partial V}{\partial n}\hat{a}_n = \vec{\nabla} V$$

ଏକ ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ରର ବିଚ୍ଛିନ୍ନତା

$$\text{div}\,\vec{A} = \vec{\nabla}.\vec{A} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\oint_s \vec{A}.\vec{ds}}{\Delta V}$$

ଏକ ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଲ

$$\text{curl}\,\vec{A} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\hat{a}_n}{\Delta S}\left[\oint_C \vec{A}.\vec{dl}\right]_{max}$$

ଏକ ଆଦିଶ କ୍ଷେତ୍ରର ଲାପ୍ଲାସିଆନ୍

$$\nabla^2 \phi = \vec{\nabla}.\vec{\nabla}\phi = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\phi$$

- ***ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥା:***

ସାଧାରଣ ସୂତ୍ରୀକରଣ

$$\hat{a}_u \times \hat{a}_v = \hat{a}_w, \hat{a}_v \times \hat{a}_w = \hat{a}_u, \hat{a}_w \times \hat{a}_u = \hat{a}_v$$

$$\hat{a}_u.\hat{a}_v = \hat{a}_v.\hat{a}_w = \hat{a}_w.\hat{a}_u = 0, \hat{a}_u.\hat{a}_u = \hat{a}_v.\hat{a}_v = \hat{a}_w.\hat{a}_w = 1$$

$$\vec{A} = A_u\hat{a}_u + A_v\hat{a}_v + A_w\hat{a}_w$$

କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥା

$$\vec{A} = \hat{a}_x A_x + \hat{a}_y A_y + \hat{a}_z A_z$$

$$\hat{a}_x \times \hat{a}_y = \hat{a}_z, \hat{a}_y \times \hat{a}_z = \hat{a}_x, \hat{a}_z \times \hat{a}_x = \hat{a}_y$$

$$\hat{a}_x.\hat{a}_y = \hat{a}_y.\hat{a}_z = \hat{a}_z.\hat{a}_x = 0$$

$$\hat{a}_x.\hat{a}_x = \hat{a}_y.\hat{a}_y = \hat{a}_z.\hat{a}_z = 1$$

$$\vec{dl} = \hat{a}_x dx + \hat{a}_y dy + \hat{a}_z dz$$

$$d\vec{S}_x = dydz\hat{a}_x \quad d\vec{S}_y = dxdz\hat{a}_y \quad d\vec{S}_z = dxdy\hat{a}_z$$

$$dV = dxdydz$$

ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ

$$\vec{A} = \hat{a}_\rho A_\rho + \hat{a}_\phi A_\phi + \hat{a}_z A_z$$

$$\hat{a}_\rho \times \hat{a}_\phi = \hat{a}_z, \hat{a}_\phi \times \hat{a}_z = \hat{a}_\rho, \hat{a}_z \times \hat{a}_\rho = \hat{a}_\phi$$

$$\hat{a}_\rho . \hat{a}_\phi = \hat{a}_\phi . \hat{a}_z = \hat{a}_z . \hat{a}_\rho = 0$$

$$\hat{a}_\rho . \hat{a}_\rho = \hat{a}_\phi . \hat{a}_\phi = \hat{a}_z . \hat{a}_z = 1$$

$$d\vec{l} = \hat{a}_\rho d\rho + \rho \hat{a}_\phi d\phi + \hat{a}_z dz$$

$$d\vec{S}_\rho = \rho d\phi dz \hat{a}_\rho \quad d\vec{S}_\phi = d\rho dz \hat{a}_\phi \quad d\vec{S}_z = \rho d\rho d\phi \hat{a}_z$$

$$dV = \rho d\rho d\phi dz$$

$x = \rho\cos\phi, y = \rho\sin\phi$ ଏବଂ $z = z$

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \phi = \tan^{-1}\frac{y}{x}$ ଏବଂ $z = z$

ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ

$$\vec{A} = \hat{a}_r A_r + \hat{a}_\theta A_\theta + \hat{a}_\phi A_\phi$$

$$\hat{a}_r \times \hat{a}_\theta = \hat{a}_\phi, \hat{a}_\theta \times \hat{a}_\phi = \hat{a}_r, \hat{a}_\phi \times \hat{a}_r = \hat{a}_\theta$$

$$d\vec{l} = \hat{a}_r dr + \hat{a}_\theta r d\theta + \hat{a}_\phi r \sin\theta d\phi$$

$$d\vec{S}_r = r^2 \sin\theta d\theta d\phi \hat{a}_r \quad d\vec{S}_\theta = r \sin\theta dr d\phi \hat{a}_\theta \quad d\vec{S}_\phi = r dr d\theta \hat{a}_\phi$$

$$dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi$$

$$z = x^2 + y^2$$

$x = r\sin\theta\cos\phi, y = r\sin\theta\sin\phi$ ଏବଂ $z = r\cos\theta$

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $\theta = \cos^{-1}\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ ଏବଂ $\phi = \tan^{-1}\frac{y}{x}$

- ***ସଦିଶ ଏବଂ ଆଦିଶର ରୂପାନ୍ତର ଗୁଣ***

ସଦିଶ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ରୂପାନ୍ତର

$$\begin{pmatrix} A_{x'} \\ A_{y'} \\ A_{z'} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}$$

ଆଦିଶ ଗୁଣନ ର ରୂପାନ୍ତର

$$\left(\vec{A}.\vec{B}\right)' = A_{x'}.B_{x'} = \lambda_{xy} A_y \lambda_{xz} B_k = \delta_{jk} A_y B_k = A_y B_y = \vec{A}.\vec{B}$$

ସଦିଶ ଗୁଣନର ରୂପାନ୍ତର

$$\vec{C}' = \begin{vmatrix} \hat{e}_{x'} & \hat{e}_{y'} & \hat{e}_{z'} \\ A_{x'} & A_{y'} & A_{z'} \\ B_{x'} & B_{y'} & B_{z'} \end{vmatrix} = (-1)^3 \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = -\vec{C}$$

- ***ପ୍ରକୃତିର ମୌଳିକ ବଳ***

ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳ: 6 × 10-39 ସମୟ ଶକ୍ତିଶାଳୀ ବଳ ତୁଳନାରେ ଦୁର୍ବଳ ।

ଶକ୍ତିଶାଳୀ ବଳ: ଏହା ପ୍ରାୟ 10-15 m ପରିସର ମଧ୍ୟରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ।

ଦୁର୍ବଳ ବଳ: ଏହାର ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ 10 -18 m ପରିସର ଥାଏ ।

ବିଦ୍ୟୁତ୍-ଚୁମ୍ବକୀୟ ବଳ: ବଳ ହେଉଛି ଶକ୍ତିଶାଳୀ ବଳର 1/137 ଗୁଣ

- ***ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଗତିର ନିୟମାବଳୀ***

ପ୍ରଥମ ନିୟମ: ପ୍ରତ୍ୟେକ ବସ୍ତୁ ଏହାର ବିଶ୍ରାମ କିମ୍ବା ସମଗତିର ସ୍ଥିତି ଜାରି ରଖିଛନ୍ତି ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ : $\vec{F} = m\vec{a}$

ତୃତୀୟ ନିୟମ: ପ୍ରତ୍ୟେକ କାର୍ଯ୍ୟରେ ସମାନ ଏବଂ ବିପରୀତ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ରହିଛି ।

- ***ସଂବେଗ***

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- ***ରୈଖିକ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତି***

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

ବନ୍ଧୁକର ପ୍ରତିକ୍ଷିପ୍ତ $V = -\frac{mv}{M}$

- ***ଅପ୍ରସାରିତ ଓଜନହୀନ ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଦ୍ୱାରା ସଂଯୁକ୍ତ ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଗତି***

$$f = \frac{F}{m_1 + m_2} \qquad T = m_1 f = \frac{m_1 F}{m_1 + m_2}$$

- ***ଅପ୍ରସାରିତ ଓଜନହୀନ ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଦ୍ୱାରା ସଂଯୁକ୍ତ ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଭୂଲମ୍ବ ଗତି***

$$F = (m_1 + m_2)(g + f)$$

$$T = m_2 (g + f)$$

- ***ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତିର ସଂରକ୍ଷଣ***

ଏକ ବସ୍ତୁର KE ଏବଂ PE ର ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି ଏହାର ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ।

- ***ଘର୍ଷଣ***

ଘର୍ଷଣ ହେଉଛି ଗତିର ଦିଗକୁ ପ୍ରତିରୋଧକରୁଥିବା ଏକ ବଳ ।

$$\mu = \frac{F}{N}$$

- ***ଘର୍ଷଣର ନିୟମ***

ପ୍ରଥମ ନିୟମ: ଘର୍ଷଣର ବଳ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ଭାର ସହିତ ସିଧାସଳଖ ଆନୁପାତିକ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ: ଘର୍ଷଣ ବଳ ଯୋଗାଯୋଗର ଆଭାସୀ କ୍ଷେତ୍ର ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ।

ତୃତୀୟ ନିୟମ: ଗତିଜ ଘର୍ଷଣ ଖସୁଥିବା ପରିବେଗ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ ।

- ***ଘର୍ଷଣର କୋଣ***

$$\tan\theta = \frac{F}{N} = \mu_s$$

- ***ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମାବଳୀର ସୀମିତତା***

I) ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ନିୟମ କେବଳ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ପରି ଜଡତ୍ୱ ଫ୍ରେମ୍ ରେ ବୈଧ ଅଟେ ।

II) ଏହା ବସ୍ତୁରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ସମସ୍ତ ବଳର ପୂର୍ଣ୍ଣ ବିବରଣୀ ଆବଶ୍ୟକ କରେ ।

- ***ଜଡତ୍ୱ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍***

ଏହା ସ୍ଥିର କିମ୍ବା ସମାନ ଗତି କରୁଥିବା ଫ୍ରେମ୍ ଅଟେ । ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ନିୟମ ଏଥିରେ ବୈଧ ଅଟେ ।

- ***କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ***

$$F_x = m\ddot{x} \qquad F_y = m\ddot{y} \qquad F_z = m\ddot{z}$$

- ***ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ***

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

- ***ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଫ୍ରେମରେ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ***

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\theta}\hat{e}_\theta \qquad \vec{f} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{e}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\hat{e}_\theta$$

ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ବହୁ ବିକଳ୍ପୀୟ ପ୍ରଶ୍ନ:

1.1 $\hat{i}$ ଏବଂ $\hat{i}+2\hat{j}$ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣ ଅଟେ?

(a) $\cos^{-1}\frac{2}{5}$ (b) $\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}}$ (c) $\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{5}$ (d) $\cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{5}}$

1.2 ଯଦି ଏକ ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ର $\vec{F}=\frac{\sin h(r)}{1+2r^3}$, ପ୍ରଦାନ କରାଯାଏ, ତାହାହେଲେ $\vec{\nabla}\times\vec{F}$

(a) $3\vec{r}$ (b) ଶୂନ (c) $\left[\frac{\cos h(r)}{1+2r^3}-3r\right]\hat{\theta}$ (d) $\left[\frac{\cos h(r)}{1+2r^3}-3r\right]\vec{F}$

1.3 $\hat{i}+\hat{j}$ ଏବଂ $\hat{i}-\hat{j}$ ସଦିଶ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣ ଅଟେ?

(a) 90° (b) 60° (c) 30° (d) 0°

1.4 $\vec{A}$ ର ଦିଗରେ ୟୁନିଟ୍ ସଦିଶ ଅଟେ ?

(a) $\frac{\vec{A}}{A}$ (b) $\vec{A}A$ (c) $\frac{A}{\vec{A}}$ (d) $\frac{1}{\vec{A}A}$

1.5 $\vec{\nabla}.\vec{r}$ ର ମୂଲ୍ୟ କ'ଣ ?

(a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) 2

1.6 $\vec{\nabla}\times\vec{r}$ ର ମୂଲ୍ୟ କାହା ସହ ସମାନ ହେବ ?

(a) 1 (b) 0 (c) –1 (d) 2

1.7 ଯଦି $\vec{A}$ ର ପରିମାଣ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ ତେବେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ସତ୍ୟ ଅଟେ ?

(a) $\frac{d\vec{A}}{dt}=0$ (b) $\vec{A}.\frac{d\vec{A}}{dt}=0$ (c) $\vec{A}\times\frac{d\vec{A}}{dt}=0$ (d) $\left|\frac{d\vec{A}}{dt}\right|=0$

1.8 ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ ଆୟତନ ବିଶେଷ ହେଉଛି ?

(a) $r\sin\theta drd\theta d\phi$ (b) $r^2\sin\theta drd\theta d\phi$

(c) $\sin\theta drd\theta d\phi$ (d) $r^2\sin^2\theta drd\theta d\phi$

1.9 ଏକ ବଲ୍ ଯାହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ କିଲୋଗ୍ରାମ୍, 10 ମିଟର/ସେ ବେଗରେ ଏକ କାନ୍ଥକୁ ଆଘାତ କରେ ଏବଂ ସମାନ ବେଗରେ ପ୍ରତିକ୍ଷେପ କରେ କରେ । ବଲ୍ ର ସଂବେଗ ର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି ?

(a) ଶୂନ (b) 50 କିଲୋଗ୍ରାମ-ମିଟର/ସେ

(c) 100 କିଲୋଗ୍ରାମ-ମିଟର/ସେ (d) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

1.10 ଏକ ଟ୍ରକ୍ ଏବଂ ଏକ ମୋଟର କାର ସମାନ ଗତି ସହିତ ଗତି କରୁଛି । ସେମାନଙ୍କୁ ବନ୍ଦ କରିବା ପାଇଁ ସମାନ ବଳ ପୃଥକଭାବେ ସେମାନଙ୍କ ବିରୁଦ୍ଧରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ । କେଉଁଟି ସର୍ବନିମ୍ନ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବ?

(a) ଟ୍ରକ୍ (b) ମୋଟର କାର

(c) ଉଭୟ (d) ସେମାନେ ଆଦୌ ଅଟକିବେ ନାହିଁ

1.11 ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଗତିର ନିୟମବଳୀ କାହାପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ଅଟେ ?

(a) ବିଶ୍ରାମର ଫ୍ରେମ୍ (b) ଜଡତ୍ୱୀୟ ଫ୍ରେମ୍ (c) ଅଣ- ଜଡତ୍ୱୀୟ ଫ୍ରେମ୍ (d) ଗତିଶୀଳ ଫ୍ରେମ୍

1.12 ଯଦି କାଚରେ ନିର୍ମିତ ଝରକାରେ ଗୁଳି ଚାଳନା କରାଯାଏ, ତେବେ ଲକ୍ଷ୍ୟର ସ୍ଥାନ ଏକ ଛିଦ୍ର ସୃଷ୍ଟି କରେ

(a) ସ୍ଥିରତାର ଜଡ଼ତ୍ୱ (b) ଗତିର ଜଡ଼ତ୍ୱ

(c) ସଂବେଗ ର ପରିବର୍ତ୍ତନ (d) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

1.13 ଏକ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m_1, ଏକ ଅନ୍ୟ ଏକ ସ୍ଥିର ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m_2 ସହ ପ୍ରତ୍ୟାସ୍ଥ ଭାବରେ ଧକ୍କା ହୁଏ , ଗତିଜ ଶକ୍ତିର କେତେ ଭଗ୍ନାଂଶ ଗଣନା କର, ଯାହା ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m_2 ଠାରୁ m_1 ରୂପାନ୍ତରିତ ହୁଏ ?

(a) m_1/m_2 (b) m_2/m_1 (c) $\frac{2m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}$ (d) $\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}$

1.14 ଯଦି ଭୂଲମ୍ବ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦ୍ୱିଗୁଣିତ ହୁଏ, ତେବେ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ ?

(a) ଦ୍ୱିଗୁଣିତ ହୋଇଛି (b) ଅଧା (c) ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ (d) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

1.15 ରୈଖିକ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ କେଉଁଠାରୁ ପ୍ରାପ୍ତ ହୋଇପାରେ ?

(a) ନ୍ୟୁଟନ୍ଙ୍କ ଗତିର ପ୍ରଥମ ନିୟମ (b) ନ୍ୟୁଟନ୍ଙ୍କ ଗତିର ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ

(c) ନ୍ୟୁଟନ୍ଙ୍କ ଗତିର ତୃତୀୟ ନିୟମ (d) ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ

1.16 ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ବେଗ ସହିତ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ ଟ୍ରେନ କମ୍ପାର୍ଟମେଣ୍ଟରେ ଥିବା ଜଣେ ବାଳକ ,ଏକ ବଲ୍ କୁ ଭୂଲମ୍ବ ଭାବରେ ଉପରକୁ ଫିଙ୍ଗିଦେଇଥିଲା, ତାହାହେଲେ ବଲ୍ ଟି:

(a) ବାଳକହାତରେ ପହଞ୍ଚିବ (b) ଶରୀର ସାମ୍ନାରେ ପହଞ୍ଚିବ

(c) ତାଙ୍କ ପଛରେ ପଡ଼ିବ (d) ବାୟୁରେ ରହିବ

1.17 ଜେଟ୍ ର କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ନୀତି ହେଉଛି

(a) ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ (b) ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ

(c) ରୈଖିକ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ ର ନିୟମ (d) କୋଣୀୟ ଗତିର ସଂରକ୍ଷଣ ର ନିୟମ

1.18 ଯଦି ଏକ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ଏବଂ E ଏହାର ଗତିଜ ଶକ୍ତି , ତେବେ ଏହାର ସଂବେଗ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଥାଏ

(a) $m\sqrt{E}$ (b) $\sqrt{mE}$ (c) $2\sqrt{mE}$ (d) $\sqrt{2mE}$

1.19 ଯେତେବେଳେ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ ଗତି ଦ୍ୱିଗୁଣିତ ହୁଏ, ତେବେ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ବୃଦ୍ଧି ପାଇଥାଏ

(a) 4 ଥର (b) 2 ଥର (c) 16 ଥର (d) 8 ଥର

1.20 ଯଦି ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଦ୍ୱିଗୁଣିତ ହୁଏ, ତେବେ ଏହାର ସଂବେଗ ହେବ ।

(a) 1/2 ହୁଏ (b) ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ (c) √2 ଥର (d) ଦ୍ୱିଗୁଣିତ

1.21 ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m1 ଏବଂ m2 , ଯାହାର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ସମାନ ସହିତ ଅଛି । ସେମାନଙ୍କର ରୈଖିକ ସଂବେଗ p1, p2 ର ଅନୁପାତ କ'ଣ ହେବ?

(a) $m_1 : m_2$ (b) $\sqrt{m_1} : \sqrt{m_2}$ (c) $m_2 : m_1$ (d) $m_1^2 : m_2^2$

1.22 ଏକ କାର ଏକ କଠିନ ଭୂସମାନ୍ତର ଚଟାଣ ଉପରେ ସମବେଗରେ ଗତି କରୁଛି । ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଗତିର ପ୍ରଥମ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ

(a) କାରର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ବୃଦ୍ଧି ପାଇବ (b) ଇଞ୍ଜିନ୍ କୌଣସି ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କରିବ ନାହିଁ

(c) ତ୍ୱରଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେବ (d) ଇଞ୍ଜିନ୍ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପାଦିତ ବଳ ଘର୍ଷଣ ବଳ ସହ ସନ୍ତୁଳିତ କରିବ

1.23 ରକେଟ୍ ପ୍ରଣୋଦନ(Rocket propulsion) କେଉଁ ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତି ଉପରେ ଆଧାରିତ ?

(a) ରୈଖିକ ଗତି (b) ବସ୍ତୁତ୍ୱ (c) ଗତିଜ ଶକ୍ତି (d) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

1.24 10 କିଲୋଗ୍ରାମର ଏକ ବନ୍ଧୁକରୁ 400 ମିଟର/ସେ ବେଗରେ 40 ଗ୍ରାମ୍‌ର ଗୁଳି ଫୁଟିଥାଏ । ବନ୍ଧୁକର ପ୍ରତିକ୍ଷିପ୍ତ ବେଗ ହେଉଛି

(a) 1.6 ମିଟର/ସେ (b) 0.16 ମିଟର/ସେ (c) 160 ମିଟର/ସେ (d) 16 ମିଟର/ସେ

1.25 ଏକ ଫ୍ରେମ୍‌ର ସାପେକ୍ଷ, ଏକ ସମାନ ବେଗରେ ଗତିମାନ ଏକ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଫ୍ରେମ୍ ହେବ

(a) ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଜଡତ୍ୱୀୟ (b) ଅଣ-ଜଡତ୍ୱୀୟ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ

(c) ଜଡତ୍ୱୀୟ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ (d) ଜଡତ୍ୱୀୟ ହୋଇପାରିବ କିମ୍ବା ଜଡତ୍ୱୀୟ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ

ବହୁ ବିକଳ୍ପୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର

1.1 (b), 1.2 (b), 1.3 (a), 1. 4 (a), 1.5 (c), 1.6 (b), 1.7 (b), 1.8 (b), 1.9 (c), 1.10 (a), 1.11 (b), 1.12 (a), 1.13 (d), 1.14 (c), 1.15 (c), 1.16 (a), 1.17 (c), 1.18 (d), 1.19 (d), 1.20 (c), 1.21 (b), 1.22 (c), 1.23 (c), 1.24 (a), 1.25 (a)

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତର ପ୍ରଶ୍ନ:

ବର୍ଗ *I*

1.1 ଉଦାହରଣ ସହିତ ଆଦିଶ ଏବଂ ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ରବ୍ୟାଖ୍ୟା କରନ୍ତୁ ।

1.2 ଏକ ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଲ୍ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

1.3 ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ମୁକ୍ତ ପତନ କରୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁର ସମୁଦାୟ ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷିତ ରହେ ? ।

1.4 ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

1.5 ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମରୁ, ତୃତୀୟ ନିୟମ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କର । ରୈଖିକ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣନୀତି ବ୍ୟବହାର କର ।

1.6 ଏକ ବିନ୍ଦୁର କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (x, y, z) ଓ ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କର ।

1.7 ରୈଖିକ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣର ନୀତି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

1.8 ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ ଏବଂ ତୃତୀୟ ନିୟମରୁ ରୈଖିକ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣନୀତି ପ୍ରତିଷ୍ଠା କର ।

1.9 ଦୁଇଟି ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ବଳ $\hat{i}+4\hat{j}-3\hat{k}$ ଏବଂ $3\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ । ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଏହା i
$\hat{i}+3\hat{j}+3\hat{k}$ ବିନ୍ଦୁରୁ $4\hat{i}+5\hat{j}+\hat{k}$ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସ୍ଥାନାନ୍ତାର ହୁଏ । ସମୁଦାୟ କାର୍ଯ୍ୟ ପ୍ରାପ୍ତ କର ।

1.10 ପ୍ରମାଣ କର, ଏକ ସମତଳରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଗତି ପାଇଁ ,

$$\vec{v}=\dot{r}\hat{e}_r+r\dot{\theta}\hat{e}_\theta \quad \text{ଏବଂ} \quad \vec{f}=\left(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2\right)\hat{e}_r+\left(r\ddot{\theta}+2\dot{r}\dot{\theta}\right)\hat{e}_\theta$$

ଯେଉଁଠି ପ୍ରତୀକଗୁଡ଼ିକର ସାଧାରଣ ଅର୍ଥ ଅଛି ।

1.11 ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ଏକ ତ୍ରି-ବିମୟୀ ସ୍ଥାନରେ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁର ବେଗ ହେଉଛି ,

$\vec{v}=\dot{r}\hat{e}_r+r\dot{\theta}\hat{e}_\theta+r\sin\theta\dot{\phi}\hat{e}_\phi$ ଯେଉଁଠାରେ ପ୍ରତୀକଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାରିକ ଅର୍ଥ ଅଛି ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ଭୌତିକ ମହତ୍ତ୍ୱ ଦିଅ ।

1.12 କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (x, y, z) କୁ ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (r, θ, ϕ) ଅନୁସାରେ ଲେଖ ।

1.13 ଗୋଟିଏ ଏକା ବସ୍ତୁ ପାଇଁ ରୈଖିକ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

ବର୍ଗ II

1.14 କ) ଏକ ଭାରୀ ବସ୍ତୁ ଏବଂ ହାଲୁକା ବସ୍ତୁ ସମାନ ସଂବେଗ ଧାରଣ କରେ । କେଉଁଟିର ଅଧିକ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଅଛି?

ଖ) ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣର ପଥ ଦର୍ଶାଅ ଏବଂ ଯେତେବେଳେ ଏକ ବସ୍ତୁ h ଉଚ୍ଚତାରୁ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ଖସିବାକୁ ଅନୁମତି ଦିଆଯାଏ ସେତେବେଳେ ହେଉଥିବା ଶକ୍ତି ପରିବର୍ତ୍ତନ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରି ଏହାକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।

ଗ) ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ହାତରେ ଏକ ସୁଟକେସ୍ ନେଇ ଏକ ଲିଫ୍ଟରେ ଉପରକୁ ଯାଆନ୍ତି । ସୁଟକେସ୍ ଉପରେ ବ୍ୟକ୍ତିର କିଛି କାର୍ଯ୍ୟ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

1.15 କ) ଶକ୍ତିର ସଂରକ୍ଷଣ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁର ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତି ଅନୁସରଣ କରେ ।

ଖ) ଗଡାଣିଆ କ୍ଷେତ୍ର କ'ଣ? ଗଡାଣିଆ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁର ଶକ୍ତି କିପରି ମାପିପାରିବା।

1.16 ଗୋଲୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀରେ, ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟର ଉପଯୋଗ କରି ପୃଷ୍ଠ $r\sin\theta=1$ ର ଅଭିଲମ୍ବ ବାହାର କର ।

1.17 କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ $\hat{i}$ ଏବଂ $\hat{j}$ ବ୍ୟବହାର କରି, ସମତଳଗତି (planar motion) ରେ ଏକକ ସଦିଶ $\hat{r}$ ଏବଂ $\hat{\theta}$ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

ତେଣୁ ଦର୍ଶାଅ ଯେ,

$$\frac{d\hat{r}}{d\theta}=\hat{\theta} \text{ ଏବଂ } \frac{d\hat{\theta}}{d\theta}=-\hat{r}$$

ଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନ

1.1 ଏକ ବସ୍ତୁ ଏକ ରୁକ୍ଷ ଭୂସମାନ୍ତର ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ, 20 N ର ବଳ ଭୂସମାନ୍ତର ସହିତ 300 କୋଣରେ, ପ୍ରୟୋଗ କରି ସମବେଗ ସହ 5 ମିଟର ଟାଣି ନେଇଯାଏ ।। ଘର୍ଷଣ ବଳ ଦ୍ୱାରା କାର୍ଯ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

1.2 ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ M_1 ଏବଂ M_2 ର ସଂବେଗ ସମାନ । ସେମାନଙ୍କର ଗତିଜ ଶକ୍ତିର ଅନୁପାତ କ'ଣ ହେବ?

1.3 ଏକ ବୁଲେଟ୍ ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ 0.03 କିଲୋଗ୍ରାମ , ବେଗ 500 ms^{-1} ଯାହା ଏକ କାଠ ବ୍ଲକରେ 12 cm ପ୍ରବେଶ କରେ । କାଠ ଦ୍ୱାରା ବୁଲେଟ୍ ଉପରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥିବା ହାରାହାରି ବଳ ବାହାର କର ।

1.4 100 ମିଟର/ସେ ବେଗ ସହିତ ଗତି କରୁଥିବା ଗୁଳି 1 ମିଟର ଏକ ଟାର୍ଗେଟ ରେ ପ୍ରବେଶ କରିପାରେ । ଯଦି ସମାନ ପ୍ରକାରର ଅନ୍ୟ ଏକ ବୁଲେଟ୍ 0.5 ମିଟର ମୋଟେଇର ସମାନ ପ୍ରକାରର ଟାର୍ଗେଟରେ ପ୍ରବେଶ କରେ, ତେବେ ଅନୁପ୍ରବେଶ ପରେ ବେଗ ବାହାର କର ।

1.5 ଏକ ବସ୍ତୁ ଯହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ 200 କିଲୋଗ୍ରାମ ଏକ ସମତଳ ରାସ୍ତାରେ 80 ମିଟର ଦୂରତା ଦେଇ ଟାଣିବା ହୁଏ , ତେବେ କେତେ କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯିବ, ରାସ୍ତା ଏବଂ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରେ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ 0.25? [ଉତ୍ତର: 39200 J]

1.6 200 ms-1 ବେଗରେ ଗତି କରୁଥିବା 20 ଗ୍ରାମ୍ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଏକ ଗୁଳି ଏକ ଲକ୍ଷ୍ୟସ୍ଥଳର 40 cm ଦୂରତାରେ ବନ୍ଦ ହୋଇଯାଏ । ଗୁଳି ଉପରେ ଲକ୍ଷ୍ୟସ୍ଥଳ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଥିବା ବଳ ବାହାର କର ।

1.7 106 କିଲୋଗ୍ରାମ ଓଜନର ଏକ ଟ୍ରେନ୍ 72 kmh^{-1} ସମବେଗରେ 1 ମିଟର ଉପରକୁ ଉଠୁଥିବା ଏକ ଗଡାଣିଆ ପୃଷ୍ଠ ଗତି କରୁଛି । ଯଦି ଘର୍ଷଣ ପ୍ରତିରୋଧ ମେଟ୍ରିକ୍ ଟନ୍ ପିଛା 0.4 କିଲୋଗ୍ରାମ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ଇଞ୍ଜିନ୍ ର କ୍ଷମତା ବହାର କର। [ଉତ୍ତର: 1058.4 kW]

1.8 ଏକ 8 ଗ୍ରାମ ଗୁଳି 400 ମିଟର/ସେ ବେଗରେ 5 କିଲୋଗ୍ରାମ ବନ୍ଧୁକରୁ ଗୁଳି ବାହାରୁଛି। ବନ୍ଧୁକର ପ୍ରତିକ୍ଷିପ୍ତ ବେଗ ବାହାର କର । [ଉତ୍ତର: 64 ସେମି/ସେ.]

1.9 50 କିଲୋଗ୍ରାମ କ୍ରେଟ୍ ସମବେଗରେ ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର ଚଟାଣରେ ଠେଲି ହୋଇଯାଉଛି। କ୍ରେଟ୍ ଏବଂ ଚଟାଣ ମଧ୍ୟରେ ଗତିଶୀଳ ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ $\mu k = 0.1$। ଆବଶ୍ୟକ ଠେଲିବା ବଳ F ବାହାର କର ? [ଉତ୍ତର: 49 N]

1.10 ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ସମତଳ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ହେଉଛି ଅଭିଲମ୍ବ ।

1.11 ସମତଳରେ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ହେଉଛି (3, 4) ଏବଂ କୌଣସି ଏକ ସମୟରେ ବେଗର ଉପାଦାନ (5, 8) ଅଛି । $\hat{r}, \hat{\theta}$ ଦିଗରେ ଗତିର ଉପାଦାନଗୁଡିକ (r, θ) ଅନୁସାରେ ବାହାର କର ।

1.12 ଏକ ବିନ୍ଦୁର ପୋଲାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ହେଉଛି (8, 30°, 45°) । ସମାନ ବିନ୍ଦୁର କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବାହାର କର। [ଉତ୍ତର: $2\sqrt{3}, 2\sqrt{2}, 4\sqrt{3}$]

1.13 ଦ୍ୱି-ବିମୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ , ତ୍ୱରଣର ରେଡିଆଲ୍ ଏବଂ କ୍ରସ୍ ରେଡିଆଲ୍ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଅନୁମାନ କରି,

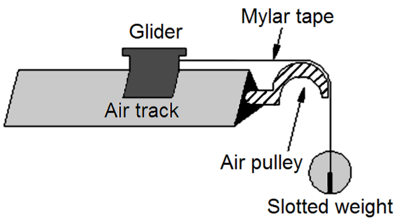
ଦର୍ଶାଏ ଯେ, ଏକ ବସ୍ତୁ ବୃତ୍ତାକାର ଗତିରେ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ କୋଣୀୟ ବେଗ ସହିତ ଥିବା ଏକ ତ୍ୱରଣ v2/r କେନ୍ଦ୍ର ଆଡକୁ ଅନୁଭବ କରିବ ।

ବ୍ୟବହାରିକ (Practical)

ଏୟାର-ଟ୍ରାକରେ ପରୀକ୍ଷଣ

ଲକ୍ଷ୍ୟ

ଏକ ଗ୍ଲାଇଡରର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ ଆନତି କୋଣ ଉପରେ ତ୍ୱରଣ ନିର୍ଭରଶୀଳତା ଦେଖିବା ପାଇଁ, ଏକ ଏୟାର ଟ୍ରାକରେ ତ୍ୱରିତ ଗ୍ଲାଇଡରର ଗତି ଅନୁସନ୍ଧାନ କର ।



ଚିତ୍ର (i)

ଉପକରଣ

ଏୟାର ଟ୍ରାକ୍, ଗ୍ଲାଇଡର୍, ଏୟାରପୁଲି, ସ୍ଲଟେଡ୍ ଓଜନ, ଉପଯୁକ୍ତ ଚୁମ୍ବକୀୟ ରେକର୍ଡିଂ ଟେପ୍, ସ୍ପାର୍କ ରେକର୍ଡିଂ ଟେପ୍, ରାଇଜର୍ ବ୍ଲକ୍

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ

ଯେତେବେଳେ ଏକ ସ୍ତର ଟ୍ରାକରେ ଗତିଶୀଳ ହୁଏ ଏବଂ ଏକ ଗ୍ଲାଇଡର୍ ବହୁତ କମ୍ ଘର୍ଷଣ ସହିତ ପ୍ରାୟ ସମଗତି କରେ । ଯଦି ଗ୍ଲାଇଡରରେ ଏକ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ, ତେବେ ଏହାକୁ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଟ୍ରାକର ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡରେ ଗ୍ଲାଇଡରକୁ ଏକ ଏୟାର ପୁଲି ଉପରେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ମାଇଲାର ଚୁମ୍ବକୀୟ ରେକର୍ଡିଂ ଟେପ୍ ର ଉପଯୁକ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଂଲଗ୍ନ କରି ଏବଂ ଅନ୍ୟ (ମୁକ୍ତ) ଶେଷରେ ଛୋଟ ଛୋଟ ଓଜନ ସଂଲଗ୍ନ କରି ଏହା ହାସଲ କରାଯାଇପାରିବ। ଗ୍ଲାଇଡରର ଓଜନ ତୁଳନାରେ ଏହି ଓଜନ ଛୋଟ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଗ୍ଲାଇଡରର ବେଗ ସବୁବେଳେ ବହୁତ ଛୋଟ ରଖାଯାଇପାରିବ ।

ମାଇଲାର ଟେପ୍ ରେ ଉତ୍ତେଜନା ହେଉଛି

$$T = m(g - a) \qquad (i)$$

ଯେଉଁଠାରେ m ଝୁଲୁଥିବା ବସ୍ତୁତ୍ୱ,ତ୍ୱରାଣ a ଗ୍ଲାଇଡରର ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ହେଉଛି ।

ତେଣୁ, ଟେପ୍ ଦ୍ୱାରା ଗ୍ଲାଇଡର୍ ଉପରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥିବା ବଳ, ଟେପ୍ ରେ ଉତ୍ତେଜନା ଭାବରେ ନିଆଯାଇପାରିବ , ଅର୍ଥାତ୍,

$$T = Ma = m(g - a) \qquad (ii)$$

ଏହିପରି, ଗ୍ଲାଇଡରର ତ୍ୱରଣ ହେଉଛି

$$a = \frac{mg}{M + m} \qquad (iii)$$

ଯେଉଁଠାରେ M ଗ୍ଲାଇଡରର ବସ୍ତୁତ୍ୱ । ତାହାହେଲେ a ଏବଂ m ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ଆଦୌ ରୈଖିକ ନୁହେଁ।

ପଦ୍ଧତି

1. ପ୍ରଥମେ ଗ୍ଲାଇଡର୍ ତ୍ୱରଣ ଏବଂ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ବଳ ମଧ୍ୟରେ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ ($F = ma$)। ସହିତ ସହମତ କି ନାହିଁ ତାହା ଦେଖିବା ପାଇଁ ଅନୁସନ୍ଧାନ କର। ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ବଳ $\vec{F}$ ଝୁଲୁଥିବା ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଓଜନ ସହିତ ପ୍ରାୟ ସମାନ ($F \sim W$).

2. ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ଥିବା ଗ୍ଲାଇଡର୍ ପାଇଁ ତଥ୍ୟ ନିଅ। ପ୍ରତ୍ୟେକ ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ପାଇଁ, ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଓଜନ W ବ୍ୟବହାର କର, ଏବଂ ତ୍ୱରଣ a ମାପ କରନ୍ତୁ, ଅତି କମରେ 5 ଟି ଭିନ୍ନ ଗ୍ଲାଇଡର୍ ବସ୍ତୁତ୍ୱ, ଏବଂ 5 ଟି ଭିନ୍ନ ଓଜନ ପାଇଁ ପଠନ କର।

3. $W = ma$ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ମାମଲା ପାଇଁ ତାତ୍ତ୍ୱିକ ଭାବରେ ଆଶା କରାଯାଉଥିବା ତ୍ୱରଣ ବାହାର କରନ୍ତୁ। ପ୍ରତ୍ୟେକ ମାମଲା ପାଇଁ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ଭାବରେ ମାପ ହୋଇଥିବା ତ୍ୱରଣ ସହିତ ଏହାକୁ ତୁଳନା କର ଏବଂ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଓ ପରୀକ୍ଷଣ ମଧ୍ୟରେ ଅସଙ୍ଗତିକୁ ଧ୍ୟାନ ଦିଅ।

4. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗ୍ଲାଇଡର୍ ପାଇଁ ,W ଏବଂ a ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଗ୍ରାଫ୍ ପ୍ଲଟ୍ କର। ଏହି ଗ୍ରାଫ୍ ଏକ ସିଧା ରେଖା ହେବ ଯାହାର ପ୍ରବଣତା(slope) $1/m$ ହେବ। ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗ୍ଲାଇଡର ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରବଣତା ରହିବ। ଏଗୁଡିକ ଗ୍ରାଫ୍ ଗୋଟିଏ କାଗଜରେ ପ୍ଲଟ୍ କରାଯାଇପାରିବ। ଗ୍ରାଫରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲାଇନର ପ୍ରବଣତା ବାହାର କରନ୍ତୁ।

   ବର୍ତ୍ତମାନ, ଅନ୍ୟ ଏକ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ, ଅନୁରୂପ ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ଓ ଏହି ପ୍ରବଣତା ଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟରେ ଅଙ୍କନ କର। ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଏବଂ ତଥ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ଚୁକ୍ତିନାମା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ ଏହା ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇପାରିବ। ବୈକଳ୍ପିକ ଭାବରେ, ଗୋଟିଏ W ପାଇଁ ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ଓ a ଏବଂ $1/m$ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ କର।

   ଯଦି ସମସ୍ତଙ୍କ W ପାଇଁ ଗ୍ରାଫ୍ ଗୋଟିଏ କାଗଜରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ W ପାଇଁ ଭିନ୍ନ ସିଧା ରେଖା ରହିବ।

5. ବର୍ତ୍ତମାନ, ଏକ ଛୋଟ ଆନତିକୋଣ ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ ଟ୍ରାକର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଗୋଡ ତଳେ ଭିନ୍ନ ମୋଟେଇର ରାଇଜର୍ ବ୍ଲକ୍ ରଖ। ଗ୍ଲାଇଡରଟି ଆନତି ଟ୍ରାକରେ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ହେବ ଓ ଏହାର ଏକ ଉପାଦାନ ଗ୍ଲାଇଡରରେ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଶକ୍ତି ଟ୍ରାକ୍ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଭାବରେ ରହିବ।

   ଅନ୍ୟ କୌଣସି ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ବଳ ଏହି ପରୀକ୍ଷଣର ଅଂଶରେ ବ୍ୟବହୃତ ହେବ ନାହିଁ। ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗ୍ଲାଇଡର୍ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ପାଇଁ, ବିଭିନ୍ନ ଆନତି କୋଣ ପାଇଁ ଗ୍ଲାଇଡର୍ ତ୍ୱରଣ ମାପ କର।

6. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟେପ୍ ରେ , ଚାରୋଟି ଟ୍ରାକରେ ତଥ୍ୟର ରେକର୍ଡ କର। ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟେପ୍ ରେ ଚାରୋଟି ଭିନ୍ନ ରେକର୍ଡ ରଖି ତଥ୍ୟ ଟେପ୍ ସଂରକ୍ଷଣ କର। ମହମ ଟେପ୍ ଦିଗରେ ଚାରୋଟି ସମାନ୍ତରାଳ ଟ୍ରାକ୍ ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏରେ ସମାନ ଅବସ୍ଥାନ ପାଇଁ ତୁମଙ୍କୁ ଗ୍ଲାଇଡରରେ ସ୍ପାର୍କ ତାରକୁ ସାମାନ୍ୟ ବଙ୍କା କରିବାକୁ ପଡିବ।

   ପରୀକ୍ଷଣର ଏହି ଅଂଶ ପାଇଁ ଆପଣଙ୍କୁ କେବଳ ଟେପ୍ ର ଚାରିଟି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଆବଶ୍ୟକ ହେବ।

ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ (Know More)

ମୌଳିକ ସ୍ତରରେ, ଦୁନିଆର ଅଧିକାଂଶ ଘଟଣା ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ଉପରେ ଆଧାରିତ ଏବଂ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନର ଅନେକ ଅଂଶ ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନ ଉପରେ ଆଧାରିତ । ଏହା ଆମକୁ ଆମ ଚାରିପାଖରେ ଅଧିକାଂଶ ପରିଚିତ ଘଟଣା ଯଥା ଗ୍ରହ, ତାରା ଏବଂ ଗାଲାକ୍ସି ପରି , କାର୍ଯ୍ୟକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବାକୁ ଅନୁମତି ଦିଏ । ବାସ୍ତବରେ, ସମସ୍ତ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂର ବିଭିନ୍ନ ଶାଖା ଗୁଡିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଏବଂ ନିଦାନରେ ମ୍ୟାପ୍ କରାଯାଏ ଯେଉଁଠାରେ ବ୍ୟାପକ ଭାବରେ ତଥ୍ୟ ଟେବୁଲରେ ଉପଯୋଗ କରାଯାଇଥାଏ ।

କୌତୁହଳର ବିଷୟ ହେଉଛି, ସପ୍ତଦଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ଚିରସମ୍ମତ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀ(classical mechanics) ସାର୍ ଆଇଜାକ୍ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଗତିନିୟମ ' ପ୍ରାକୃତିକ ଦର୍ଶନୀୟ ଗଣିତ' ନୀତି' ରେ ବିକଶିତ ହୋଇଥିଲା । ସେ ପ୍ରଥମେ ଗତିର ତିନୋଟି ନିୟମକୁ ଏକତ୍ର କରିଥିଲେ, ଯଥା., ଜଡ଼ତ୍ୱର ନିୟମ, ତାଙ୍କର ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ ଏବଂ କ୍ରୀୟା ଓ ପ୍ରତିକ୍ରୀୟାର ନିୟମ । ସେ ସଫଳତାର ସହ ପ୍ରମାଣ କଲେ ଯେ ଏହି ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ଉଭୟ ପୃଥିବୀ ଏବଂ ମହାକାଶୀୟ ବସ୍ତୁକୁ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରେ ।

କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ

ଚିରସମ୍ମତ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ମୁଖ୍ୟତଃ ଗତି, ପୁଲି, ପ୍ରକ୍ଷେପ ଏବଂ ଗ୍ରହଗୁଡ଼ିକର ଅଧ୍ୟୟନ ଉପରେ ଧ୍ୟାନ ଦେଇଥାଏ । ପ୍ରଥମତଃ ଏହା ତୁଳନାତ୍ମକ ଭାବରେ କମ୍ ବେଗରେ ମହାକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଭାରୀ ବସ୍ତୁର ଗତି ସହିତ ଜଡିତ ଅଟେ । ମୂଳତଃ, ଚିରସମ୍ମତ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ଏକ ବଳର ପ୍ରତିକ୍ରିୟାରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଗତି କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ହେଲେ ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନକୁ ପ୍ରାଥମିକତା ଦେଇଥାଏ । ଏହି କାରଣରୁ, ଚିରସମ୍ମତ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନକୁ ବାରମ୍ବାର ସାଧାରଣତଃ ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନ କିମ୍ବା ଗତିବିଜ୍ଞାନ ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ । ଚିରସମ୍ମତ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀ ଅତ୍ୟଧିକ ସଠିକ୍ ଫଳାଫଳ ଦେଇଥାଏ ଯେତେବେଳେ ବଡ଼ ବସ୍ତୁ ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ ଯାହା ଅତ୍ୟଧିକ ବୃହତ ନୁହେଁ ଏବଂ ଆଲୋକର ବେଗର ସମକକ୍ଷ ହେବ ନାହିଁ । ଯେତେବେଳେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ଆକାର ପରମାଣୁ ବ୍ୟାସର ହୋଇଥାଏ, ଏହା କ୍ୱାଣ୍ଟମ୍ ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନ ସହିତ ଜଡିତ ଅନ୍ୟ ପ୍ରମୁଖ ଉପ-କ୍ଷେତ୍ରର ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନ ଲାଗୁ କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ କରେ ।

ସାର୍ ଆଇଜାକ୍ ନ୍ୟୁଟନ୍

ସାର୍ ଆଇଜାକ୍ ନ୍ୟୁଟନ୍

ଆଲୋକର ଗତି ତୁଳନାରେ ଛୋଟ ବେଗ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ, ବିଶେଷ ଆପେକ୍ଷିକତା ଜରୁରୀ । ଅପରପକ୍ଷରେ, ଯେତେବେଳେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ଅତ୍ୟନ୍ତ ବୃହତ ହୋଇଯାଏ, ସାଧାରଣ ଆପେକ୍ଷିକତା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ହୋଇଯାଏ ।

ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟ

ଦିନେ ତାଙ୍କ ସମୟରେ, ସାର୍ ଆଇଜାକ୍ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଭୂମିରେ ପଡ଼ିବା ଏକ ସେଓ ଦେଖିଲେ ଏବଂ ସେ ଜାଣିବାକୁ ପାଇଲେ ଯେ ସେହି ସମାନ ବଳ ଯାହା ସେଓକୁ ଖସିବାକୁ ବାଧ୍ୟ କରେ ତାହା ମଧ୍ୟ ଚନ୍ଦ୍ର ଏବଂ ଗ୍ରହର ଗତିକୁ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରିପାରିବ ।

1୬87ରେ ସେ ତାଙ୍କର ତିନୋଟି ପ୍ରସ୍ତାବ ନିୟମ "ପ୍ରିନ୍ସିପିଆ ମାଥ୍ୟୁମାଟିକା ଫିଲୋସଫିଆ ନାଚୁରାଲିସ୍" ରେ ପ୍ରକାଶ କରିଥିଲେ ଯାହା ବଳ ଏବଂ ଗତି କାର୍ଯ୍ୟକାରିବାର ଧାରଣା ତାହା ବର୍ଣ୍ଣନା କରିଥଲେ ।

ସାର୍ ଆଇଜାକ୍ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଗଣିତ, ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ କିମ୍ବା ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନ ପରିବର୍ତ୍ତେ ,ବାଇବଲ ଏବଂ ଧର୍ମ ବିଷୟରେ ଅଧିକ

ଲେଖିଥିଲେ । ମୁଖ୍ୟତଃ ସେ ବାଇବଲରେ ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ବୈଜ୍ଞାନିକ ସୂଚନା ବାହାର କରିବା ପାଇଁ ବାଇବଲ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଥିଲେ । 1704 ରେ, ନ୍ୟୁଟନ୍ ଏକ ପାଣ୍ଡୁଲିପି ଲେଖିଥିଲେ, ଯେଉଁଥିରେ ପବିତ୍ର ବାଇବଲ ଉପରେ ଆଧାରିତ ବିଭିନ୍ନ ବୈଜ୍ଞାନିକ ଟିପ୍ପଣୀ ଥିଲା ।

ସାଦୃଶ୍ୟ (Analogy)

ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଯାନ୍ତ୍ରିକବିଜ୍ଞାନ ମୁଖ୍ୟତଃ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନର ପ୍ରୟୋଗ ଯାହା ସାଧାରଣ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଉପାଦାନଗୁଡିକ ଜଡିତ । ଏହା ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଗୁରୁତ୍ୱ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଯେ, ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଯାନ୍ତ୍ରୀକୀ ଲକ୍ଷ୍ୟ , ଯାନ୍ତ୍ରୀକୀରେ ସମସ୍ୟାଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେବା,କାରଣ ସମ୍ଭବତଃ ବାସ୍ତବ ଦୁନିଆର ପରିସ୍ଥିତିରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ ।

ବ୍ୟବହାରିକ ବିଜ୍ଞାନ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ପ୍ରୟୋଗହୋଇଥିବା ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନ ନୂତନ ଚିନ୍ତାଧାରା ଏବଂ ତତ୍ତ୍ୱ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା, ଆବିଷ୍କାର ଏବଂ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା ସହିତ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ଏବଂ ଗଣନାଉପକରଣ ବିକାଶ କରିବା ପାଇଁ ସବୁଠାରୁ ଉପଯୋଗୀ ।

ଯେତେବେଳେ ଆମେ ପ୍ରାକୃତିକ ବିଜ୍ଞାନର ପ୍ରୟୋଗକ୍ଷେତ୍ର ପରୀକ୍ଷା କରୁ, ଆମେ ପାଇଥାଉ ଯେ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀ ବିଜ୍ଞାନ, ଉତାପ-ଗତିବିଜ୍ଞାନର ଅଂଶ , ଯାହା ଉତ୍ତାପର ଅଧ୍ୟୟନ ଏବଂ ସାଧାରଣତଃ ଶକ୍ତି ଏବଂ ବିଦ୍ୟୁତ-ଗତିବିଜ୍ଞାନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିପୂର୍ଣ୍ଣ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଯଦିଓ ଚିରସମ୍ମତ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀ ମୁଖ୍ୟତଃ ଅନ୍ୟ ଚିରସମ୍ମତ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ସହିତ ସୁସଙ୍ଗତ । ଚିରସମ୍ମତ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ଯଥା ବିଦ୍ୟୁତ-ଗତିବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ଉତାପ-ଗତିବିଜ୍ଞାନ(electrodynamics and thermodynamics)ପରି, ଊନବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଶେଷ ଭାଗରେ କିଛି ଗମ୍ଭୀର ସମସ୍ୟା ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଥିଲା । ଏହି ସମସ୍ୟାଗୁଡିକ କେବଳ ଅଧିକ ଆଧୁନିକ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ଦ୍ୱାରା ସମାଧାନ ହୋଇପାରିବ ।

ଯେତେବେଳେ ଚିରସମ୍ମତ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀ ଉତାପ-ଗତିବିଜ୍ଞାନ ସହିତ ମିଳିତ ହୁଏ ସେତେବେଳେ ଜଣାପଡିଲା ଯେ ଚିରସମ୍ମତ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀ ଗିବ୍ସ ବିରୋଧାଭାସକୁ ନେଇଥାଏ ଯେଉଁଠାରେ ଏନଟ୍ରୋପି ଏକ ଭଲ ଭାବରେ ପରିଭାଷିତ ପରିମାଣ ନୁହେଁ । ଏହି ପ୍ରକାରର ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ପ୍ରୟାସ କ୍ୱାଣ୍ଟମ୍ ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନର ବିକାଶକୁ ନିଆଗଲା । ସମାନ ଉପାୟରେ, ବେଗ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଅଧୀନରେ ଚିରସମ୍ମତ ବିଦ୍ୟୁତ-ଗତିବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ଚିରସମ୍ମତ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀର ବିଭିନ୍ନ ଆଚରଣ ଆପେକ୍ଷିକତା ସିଦ୍ଧାନ୍ତର ବିକାଶକୁ ନିଆଗଲା ।

ଇତିହାସ

ପ୍ରାଚୀନ ଗ୍ରୀକ୍ ଦାର୍ଶନିକମାନେ, ବିଶେଷ କରି ଆରିଷ୍ଟୋଟଲ୍, ପ୍ରକୃତିକୁ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରୁଥିବା ବିସ୍ତୃତ ନୀତିପ୍ରସ୍ତାବ ଦେବାରେ ପ୍ରଥମ ଥିଲେ । ଆରିଷ୍ଟୋଟଲ୍ ଯୁକ୍ତି କରିଥିଲେ, 'ସ୍ୱର୍ଗ ଉପରେ ' , ସେହି ସ୍ଥଳୀୟ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରାକୃତିକ ସ୍ଥାନକୁ ଉଠନ୍ତି କିମ୍ବା ପଡ଼ନ୍ତି ଏବଂ ଏକ ନିୟମ ଭାବରେ ସଠିକ୍ ଆନୁମାନିକ ଭାବରେ କହିଥିଲେ ଯେ ଏକ ବସ୍ତୁର ବେଗର ପତନ ,ଏହାର ଓଜନ ସହିତ ଆନୁପାତିକ ଏବଂ ଏହା ପଡୁଥିବା ତରଳ ପଦାର୍ଥର ଘନତା ସହିତ ଓଲଟା ଆନୁପାତିକ ।

ସମୟଧାରା

1687: ଆଇଜାକ୍ ନ୍ୟୁଟନ୍ ପ୍ରକାଶିତ ଫିଲୋସଫିଆ ନାଚୁରାଲିସ୍ ପ୍ରିନ୍ସିପିଆ ଗଣିତ, ଯେଉଁଠାରେ ସେ ଗତିର ନିୟମ ଏବଂ ସାର୍ବଜନୀନ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣର ନିୟମ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିଥିଲେ ।

1691: ଜୋହାନ ବର୍ନୋଲି ଦର୍ଶାଇଲା ଯେ ଦୁଇଟି ପଏଣ୍ଟରୁ ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ନିଲମ୍ବିତ ଶୃଙ୍ଖଳା ଏକ କ୍ୟାଟେନାରୀ ଗଠନ କରିବ ।

1691: ଜେମ୍ସ ବର୍ନୋଲି ଦର୍ଶାଉଛି ଯେ କ୍ୟାଟେନାରୀ ବକ୍ରରେ ଦୁଇଟି ସ୍ଥିର ପଏଣ୍ଟରୁ ଝୁଲୁଥିବା ଯେକୌଣସି ଶୃଙ୍ଖଳାର ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣର ସର୍ବନିମ୍ନ କେନ୍ଦ୍ର ଅଛି ।

1694: ଲିବନିଜ୍ ଏହାର ଆଧୁନିକ ବ୍ୟବହାରରେ "ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ" ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ ।

1747: ମାଉପର୍ଟୁଇସ୍ ସର୍ବନିମ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟର ନୀତି କୁ ବିବେଚନା କରାଯାଏ ଏବଂ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମୟ ସଂବେଗ କିମ୍ବା ଶକ୍ତି ଟାଇମ୍ସ୍

ସମୟ, ସମାନ ଆକାର ଥିବା ଏକ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ସଂଖ୍ୟା ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି ।

1776: ଜନ୍ ସ୍ମେଟନ୍ ଶକ୍ତି, କାର୍ଯ୍ୟ, ଗତି, ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣକୁ ସମର୍ଥନ କରୁଥିବା ଗତିଶୀଳ ଶକ୍ତି ସହିତ ଜଡିତ ପରୀକ୍ଷଣ ଉପରେ ଏକ ପାଣ୍ଡୁଲିପି ପ୍ରକାଶ କରିଛି ।

1789: ଆଣ୍ଟୋଇନ୍ ଲାଭୋଇସିଅର୍ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ ଦର୍ଶାଏ ।

1813: ପିଟର ଏୱାର୍ଟ ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣର ଧାରଣାକୁ ତାଙ୍କ ପାଣ୍ଡୁଲିପି "ଗତିଶୀଳ ଶକ୍ତିର ମାପ ଉପରେ" ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖିଥିଲେ ।

1834: ଜାକୋବି ଏନ୍-ଫୋଲ୍ଡ ଇନିଗ୍ରାଲ ଏବଂ ଭଲ୍ୟୁମ୍ n-ଡାଇମେନ୍ସଲ ସ୍ପିୟର ।

1834: ହାମିଲଟନିଆନ୍ ଏକ ଭୌତିକ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଦ୍ୱାରା ନିଆଯାଇଥିବା ପଥ ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟକୁ କମ୍ କରିଥାଏ ବୋଲି ନୀତି ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିଲେ । -35 ଗତିଶୀଳ ଏବଂ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଶକ୍ତି ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ।

1841: ଜୁଲିୟସ୍ ରୋବର୍ଟ ଭନ୍ ମେୟର ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣ ଉପରେ ଏକ ପାଣ୍ଡୁଲିପି ଲେଖିଥିଲେ କିନ୍ତୁ ତାଙ୍କର ଏକାଡେମିକ୍ ତାଲିମର ଅଭାବ ଏହାକୁ ପ୍ରତ୍ୟାଖ୍ୟାନ କରିଥାଏ ।

1847: ହର୍ମାନ ଭନ୍ ହେଲମହୋଲ୍ଟଜ୍ ଆନୁଷ୍ଠାନିକ ଭାବରେ ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ ଦର୍ଶାଯାଇଥିଲା ।

1881: ଗିବ୍ସ ଦ୍ୱାରା ସଦିଶ ବିଶ୍ଳେଷଣ ରୂପାନ୍ତରିତ ।

1915: ଏମି ନୋଏଥର , ନୋଥରଙ୍କ ଥିଓରେମ୍ ପ୍ରମାଣିତ ହେଲା, ଯେଉଁଠାରୁ ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତି ପ୍ରବଚନା କରାଯାଇଥିଲା ।

1983: ମୋର୍ଡେହାଇ ମିଲଗ୍ରୋମ୍ , ପରିବର୍ତ୍ତିତ ନ୍ୟୁଟନିଆନ୍ ଗତିଶୀଳତା ପ୍ରସ୍ତାବିତ କରିଥିଲେ ।

ପ୍ରୟୋଗ (ବାସ୍ତବ ଜୀବନ / ଉଦ୍ୟୋଗ) (Real Life / Industrial)

ଅଧିକାଂଶ ବ୍ୟବହାରିକ ପ୍ରୟୋଗ ପାଇଁ ଆମେ ଆଗ୍ରହୀ ଏକ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତି କିମ୍ବା ବେଗ, ସମୟ ଉପରେ ନିର୍ଭର । ତଥାପି, ନ୍ୟୁଟନ୍ଙ୍କ ନିୟମ କେବଳ ଆମକୁ ଏହାର ତ୍ୱରଣ ବିଷୟରେ କହିବ । ତେଣୁ, ସମସ୍ତ ବ୍ୟବହାରିକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ପାଇଁ ବୈଜ୍ଞାନିକମାନେ ସମୀକରଣ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କରିଥିଲେ ଯାହା ସ୍ଥିତି, ବେଗ ଏବଂ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ସହିତ ଜଡିତ ।

ଏକୀକୃତ ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତର ଗାଣିତିକ ସୂତ୍ର ଏବଂ ପ୍ରମାଣ ନ୍ୟୁଟନ୍ଙ୍କ ନିୟମଏବଂ ଉତାପ-ଗତିବିଜ୍ଞାନ ନିୟମର ଏକୀକରଣ ଉପରେ ଆଧାରିତ । ଏହା ଉତ୍ତାପ, ଯାନ୍ତ୍ରିକ, ବୈଦ୍ୟୁତିକ, କ୍ଷୟ, ରାସାୟନିକ ଏବଂ କ୍ଲାନ୍ତ ଭାର ପାଇଁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗଠନ ଏବଂ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ଯାଞ୍ଚ ଉପସ୍ଥାପନ କରେ ଏବଂ 1687 ରେ ଆଇଜାକ୍ ନ୍ୟୁଟନ୍ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତାବିତ ଗତିର ମୂଳ ସର୍ବସ୍ତରୀୟ ନିୟମକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରେ ।

ଏହା ଅନେକ ଠୋସ୍ ଉଦାହରଣ ପ୍ରଦାନ କରେ, ଯେପରିକି ନ୍ୟୁଟନ୍ଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ, $F = ma$, ଦର୍ଶାଏ ଯେ, ଜଣେ ଖେଳାଳିଙ୍କ ଦ୍ୱାରା କିକ୍ ହୋଇଥିବା ଏକ ଫୁଟବଲ୍ ବଲ୍ ର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ତ୍ୱରଣ, କିନ୍ତୁ ବଲ୍ କିପରି ଏବଂ କେବେ ସ୍ଥିର ହେବ ତାହା ଆମକୁ ଜଣାଏ ନାହିଁ ।

ବ୍ୟାପକ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ବୈଧତା ସହିତ ସର୍ବସ୍ତର ଯାନ୍ତ୍ରିକୀ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ବାସ୍ତବ ବିଶ୍ୱ ଉଦାହରଣ ଦ୍ୱାରା ବ୍ୟବହାର କରି ଅନେକ ସୀମିତ ଉପାଦାନ କାର୍ଯ୍ୟକାରିତା ପ୍ରଦାନ କରେ । ଏହା ଗାଣିତିକ ଏବଂ ଅଣୁ-ଗଠନମୂଳକ ଦୃଷ୍ଟିକୋଣରୁ କଠିନ ଅବକ୍ଷୟର ଉତାପ-ଗତିବିଜ୍ଞାନ ସହିତ ସଂଯୋଗ କରିଥାଏ ।

ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଧ୍ୟୟନ (ପରିବେଶ / ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱ / ସାମାଜିକ / ନୈତିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ)

(Case Study (Environmental / Sustainability / Social / Ethical Issues)

ପ୍ରୟୋଗହୋଇଥିବା ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନରେ ବିକାଶ ଅଧ୍ୟୟନର ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବ୍ୟାପକ ପ୍ରୟୋଗ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରେ। ଏହି ବିଷୟକୁ ଅଭ୍ୟାସରେ ରଖିଥିବା କେତେକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର କ୍ଷେତ୍ର ହେଉଛି ମେକାନିକାଲ୍ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ, ମେଟେରିଏଲ୍ ବିଜ୍ଞାନ, ସିଭିଲ୍ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ, ଏରୋସ୍ପେସ୍ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ, ବାୟୋ-ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଏବଂ ଆହୁରି ଅନେକ। ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନ ଏହିପରି ଭୌତିକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଏବଂ ଟେକ୍ନୋଲୋଜିରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରୟୋଗ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଖାଲିକୁ ସେତୁ ପୂରଣ କରେ।

ଚିରସମ୍ମତ ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନରେ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ସ୍ଥାନ ଏକ ସମ୍ବେଦନଶୀଳ ବହୁଗୁଣ(symplectic manifold) ଭାବରେ ଏକ ପ୍ରାକୃତିକ ବର୍ଣ୍ଣନାକୁ ଅନୁମତି ଦିଏ। ଭୌତିକ ଆଗ୍ରହ ଏବଂ ସମ୍ବେଦନଶୀଳ ଟୋପୋଲୋଜି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହା ପ୍ରକୃତରେ ଏକ କୋଟାଞ୍ଜେଣ୍ଟ ବଣ୍ଡଲ୍। ହାମିଲଟନିଆନ୍ ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନର ବିଶ୍ୱସ୍ତରୀୟ ପ୍ରସଙ୍ଗର ଅଧ୍ୟୟନ ଭାବରେ ଏହା ଚିନ୍ତା କରାଯାଇପାରେ।   ଦଶକରୁ ଏହା ଗଣିତ ଗବେଷଣାର ଏକ ଉର୍ବର କ୍ଷେତ୍ର ରେ ପରିଣତ ହୋଇଛି।

ଜିଜ୍ଞାସୁତା ଏବଂ କୌତୁହଳ ବିଷୟ

(Inquisitiveness and Curiosity Topics)

ଆଧୁନିକ ପ୍ରୟୋଗ ଯାନ୍ତ୍ରିକବିଜ୍ଞାନ ଆଇଜାକ୍ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଉପରେ ଆଧାରିତ ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରୟୋଗର ଆଧୁନିକ ଅଭ୍ୟାସ ଷ୍ଟିଫେନ୍ ଟିମୋଶେଙ୍କୋଙ୍କ ଠାରୁ ଅନୁସରଣ କରାଯାଇପାରିବ, ଯିଏ ଆଧୁନିକ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନର ପିତା ଭାବରେ ବିବେଚନା ହୋଇଛନ୍ତି।

ବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଶେଷରେ, ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନରେ ଚିରସମ୍ମତ ଯାନ୍ତ୍ରୀକବିଜ୍ଞାନ ଆଉ ଏକ ସ୍ୱାଧୀନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନଥିଲା। ଚିରସମ୍ମତ ବିଦ୍ୟୁତ୍ ଚୁମ୍ବକୀୟ ସହିତ, କ୍ୱାଣ୍ଟମ୍ କ୍ଷେତ୍ରର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କିମ୍ବା ଆପେକ୍ଷିକ କ୍ୱାଣ୍ଟମ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକବିଜ୍ଞାନରେ ଅର୍ନ୍ତଭୁକ୍ତ ହୋଇଛି। ଏହା ବର୍ତ୍ତମାନ ବୃହତ ବସ୍ତୁପାଇଁ ଅଣ-ଆପେକ୍ଷିକ ଏବଂ ଅଣ-କ୍ୱାଣ୍ଟମ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ସୀମାକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରେ। ଗଣିତଜ୍ଞମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଚିରସମ୍ମତ ଯାନ୍ତ୍ରିକବିଜ୍ଞାନ ପ୍ରେରଣାର ଉତ୍ସ ପାଇଛି।

ଷ୍ଟେପାନ ପ୍ରୋକୋପୋଭିଚ୍ ଟାଇମୋଶେଙ୍କୋ
ଆଧୁନିକ ଇଞ୍ଜିନିୟରିଂ ମେକାନିକ୍ସର ପିତା

ସର୍ନ୍ଦଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପାଠ (References & Suggested Readings)

1. Kleppner and R. Kolenkow, An Introduction to Mechanics, Cambridge University Press, 2010. 2. J. L. Synge and B. A. Griffiths, Principles of Mechanics, McGraw-Hill Inc., US, 1959.
3. J. P. Den Hartog, Mechanics, Dover Publications Inc., 2003.
4. R. Dugas, A History of Classical Mechanics, New York, NY: Dover Publications Inc., 1988.
5. F. Espinoza, An Analysis of the Historical Development of Ideas about Motion and its Implications for Teaching, Physics Education, vol. 40 (2), pp. 141, 2005.
6. M. E. Browne, Schaum's Outline of Theory and Problems of Physics for Engineering and

Science (Series: Schaum's Outline Series), McGraw-Hill Companies, 1999.

7. R. Resnick and D. Halliday, Physics, 3rd Edition, John Wiley and Sons, 1977.
8. B. Crowell, "4. Force and Motion", Newtonian Physics, 2001.
9. W. Greiner, Classical Mechanics: Point Particles and Relativity, New York: Springer, 2003.
10. A. Wachter, H. Hoeber, Compendium of Theoretical Physics, New York: Springer, 2006.
11. P. W. Likins, Elements of Engineering Mechanics, McGraw-Hill Book Company, 1973.
12. W. Thomson and P. G. Tait, "242, Newton's Laws of Motion", Treatise on Natural Philosophy,1867
13. https://nptel.ac.in/content/storage2/courses/122101002/downloads/lec-2.pdf
14. http://www.danfleisch.com/maxwell/CoordinateSystemReview.pdf
15. https://www.lehman.edu/faculty/anchordoqui/chapter07.pdf

2 ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତି

ୟୁନିଟ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ

ଏହି ୟୁନିଟ୍ ମାଧ୍ୟମରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି:

- ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ଫଳନ ଏବଂ ବଳ ସହିତ ସମ୍ପର୍କ;
- ସମବିଭବ ପୃଷ୍ଠ ଏବଂ ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟର ଅର୍ଥ;
- ସଂରକ୍ଷଣ ଏବଂ ଅସଂରକ୍ଷଣ ବଳ, ଏକ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଲ;
- କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ;
- କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ;
- ଶକ୍ତିର ସମୀକରଣ ଏବଂ ଶକ୍ତିର ଚିତ୍ର;
- ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ, ପରିବଳୟାକାର, ଅତିପରିବଳୟାକାର କକ୍ଷପଥ;
- କେପଲରଙ୍କ ସମସ୍ୟା, ଉପଗ୍ରହ କୌଶଳ ।

ଅଧିକ କୌତୁହଳ ଏବଂ ସୃଜନଶୀଳତା ସୃଷ୍ଟି କରିବା ସହିତ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଦକ୍ଷତାରେ ଉନ୍ନତି ଆଣିବାପାଇଁ ଏହି ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ଏହି ୟୁନିଟ୍ ମାଧ୍ୟମରେ ବହୁ ସଂଖ୍ୟାକ ଏକାଧିକ ବିକଳ୍ପୀୟ ପ୍ରଶ୍ନ ଦେବା ବ୍ୟତୀତ, ଛୋଟ ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ପ୍ରକାର ଉତ୍ତର, ବ୍ଲୁମ ବର୍ଗୀକରଣର ନିମ୍ନ ଏବଂ ଉଚ୍ଚ କ୍ରମ ଅନୁସରଣ କରି ଦୁଇଟି ବର୍ଗରେ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି, ଅନେକ ସାଂଖ୍ୟିକ ପ୍ରଶ୍ନ ମାଧ୍ୟମରେ ରଚନାତ୍ମକ କାର୍ଯ୍ୟ, ସନ୍ଦର୍ଭର ଏକ ତାଲିକା ଏବଂ ପରାମର୍ଶିତ ପଠନଗୁଡ଼ିକ ଏହି ୟୁନିଟରେ ଦିଆଯାଇଛି, ଯାହାଦ୍ୱାରା ଜଣେ ଏ ସମସ୍ତ ବିଷୟ ଗୁଡିକରେ ଅଭ୍ୟାସ କରିପାରିବ ଏହା ଧ୍ୟାନଦେବା ଜରୁରୀ ଯେ, ବିଭିନ୍ନ ବିଷୟ ଉପରେ ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇବାପାଇଁ କେତେକ QR କୋଡ୍ ବିଭିନ୍ନ ବିଭାଗରେ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି, ଯାହା ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ସହାୟକ ଜ୍ଞାନପାଇଁ ସ୍କାନ କରାଯାଇପାରିବ ।

ୟୁନିଟ୍ ଶେଷ ହେବାପରେ, ବିଷୟବସ୍ତୁ ଉପରେ ଆଧାର କରି, ଏକ "ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ" ବିଭାଗ ଅଛି। ଏହି ବିଭାଗକୁ ଯତ୍ନର ସହ ଡିଜାଇନ୍ କରାଯାଇଛି ଯାହାଦ୍ୱାରା ଏହି ଅଂଶରେ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଥିବା ସପ୍ଲିମେଣ୍ଟାରୀ ସୂଚନା ପୁସ୍ତକର ଉପଭୋକ୍ତାମାନଙ୍କପାଇଁ ଲାଭଦାୟକ ହେବ । ଏହି ବିଭାଗ ମୁଖ୍ୟତଃ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ, କିଛି ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟର ଉଦାହରଣ, ଅନୁରୂପ, ବିଷୟ ବିକାଶର ଇତିହାସ, ମୁଖ୍ୟତଃ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଏବଂ ସନ୍ଧାନକୁ ଧ୍ୟାନ ଦେଇ, ସମ୍ପୃକ୍ତ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ବିକାଶଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ସମ୍ପ୍ରତି ସମୟ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମୟସୀମା, ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ବାସ୍ତବ ଜୀବନପାଇଁ ବିଷୟବସ୍ତୁର ପ୍ରୟୋଗ କିମ୍ବା/ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ଦିଗ ଉପରେ ଶିଳ୍ପ ପ୍ରୟୋଗକୁ ଆଲୋକିତ କରେ, ପରିବେଶ, ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱ, ସାମାଜିକ ଏବଂ ନୈତିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ ସହିତ ଜଡିତ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଧ୍ୟୟନ (case study) ଯାହା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ, ଏବଂ ଶେଷରେ ଏହି ୟୁନିଟ୍‌ର ଅନୁସନ୍ଧିତ୍ସା (inquisitiveness) ଏବଂ କୌତୁହଳ ବିଷୟ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି ।

ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଆଧାର

ଏହି ୟୁନିଟ୍ 'ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତି' ଆମର ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ, ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ଫଳନ, ସମ ବିଭବ ପୃଷ୍ଠ, ଏବଂ ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟର ଅର୍ଥ ସହିତ ସଂରକ୍ଷଣ ଓ ଅସଂରକ୍ଷଣ ବଳ ବିଷୟରେ ଏକ ସ୍ୱଷ୍ଟ ଧାରଣା ପାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ। ଏକ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଲ, କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ, କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ ଏବଂ ଶକ୍ତିର ସମୀକରଣ ଏବଂ ଶକ୍ତି ଚିତ୍ର, ଦର୍ଶାଇ ଏହା କିଛି ତାତ୍ତ୍ୱିକ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରେ । ଏହି ତାତ୍ତ୍ୱିକ ଆଭିମୁଖ୍ୟ ବ୍ୟତୀତ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ, ପରିବଳୟାକାର ଏବଂ ଅତିପରିବଳୟାକାର କକ୍ଷପଥ, ଏବଂ କେପଲରଙ୍କ ସମସ୍ୟା ଏବଂ ଉପଗ୍ରହ କୌଶଳ ସହିତ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରୟୋଗର ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି ।

'ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣର ନୀତି' ଦର୍ଶାଏ ଯେ ଶକ୍ତିର ସୃଷ୍ଟି ହୁଏନାହିଁ କିମ୍ବା ଶକ୍ତିର କ୍ଷୟ ହୁଏନାହିଁ। କେବଳ ଏହା ଗୋଟିଏ ପ୍ରକାରରୁ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରକୁ ରୂପାନ୍ତରିତ ହୁଏ। ଶକ୍ତିର କେତେକ ସାଧାରଣ ରୂପ ଯଥା: ତାପଜ(thermal), ଯାନ୍ତ୍ରିକ(mechanical), ବୈଦ୍ୟୁତିକ(electrical), ରାସାୟନିକ(chemical), ଗତିଜ ଓ ସ୍ଥିତିଜ ଇତ୍ୟାଦି। କୁହାଯାଇଛି ଯେ, ସମସ୍ତ ପ୍ରକାରର ଶକ୍ତିର ମିଶ୍ରଣ ଏକ ଧ୍ରୁବ ଅଟେ। ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ, ସଂବେଗ, ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ ଏବଂ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ ସବୁ କ୍ଲାସିକାଲ ମେକାନିକ୍ସରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇପାରିବ। ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତିରୁ ଆମେ ଜାଣିଥାଉ ଯେ, ପରିବର୍ତ୍ତନ ସମୟରେ କିଛି ରାଶି, ପରିମାଣ କିମ୍ବା ଗୁଣବତ୍ତା ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିଥାଏ।

ପୂର୍ବ-ଆବଶ୍ୟକୀୟ

ଗଣିତ: ସଦିଶ ଗଣନା(Vector calculus) (ଦ୍ୱାଦଶ ଶ୍ରେଣୀ)

ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ: ଗତିବିଜ୍ଞାନ, ପଦାର୍ଥର ସାଧାରଣ ଗୁଣ (ଦ୍ୱାଦଶ ଶ୍ରେଣୀ)

ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳ

ଏହି ୟୁନିଟର ଫଳାଫଳର ତାଲିକା ଏହିପରି ଅଟେ:

U2-O1: ସଂରକ୍ଷଣ ଏବଂ ଅସଂରକ୍ଷଣ ବଳର ବର୍ଣ୍ଣନା।

U2-O2: କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କକ୍ଷପଥର ବ୍ୟାଖ୍ୟା।

U2-O3: ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ, ଶକ୍ତି ଏବଂ କୋଣୀୟ ଗତିର ସଂରକ୍ଷଣ ବ୍ୟାଖ୍ୟା।

U2-O4: ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁ କେପଲର୍ ସମସ୍ୟାର ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁକୁ ହ୍ରାସ କରିବାର ବର୍ଣ୍ଣନା।

U2-O5: କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ଗତି ସମସ୍ୟାରେ ଶକ୍ତି ଏବଂ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତିର ପ୍ରୟୋଗ।

U2-O6: ବିଭିନ୍ନ ଶକ୍ତି ସ୍ତର ସମାଧାନରେ ଶକ୍ତି ଚିତ୍ରର ବିଶ୍ଳେଷଣ।

ୟୁନିଟ୍ -2 ଫଳାଫଳ	*ଆଶା କରାଯାଉଥିବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସହ ଫଳାଫଳ ସଂଯୋଗ (1- ଦୁର୍ବଳ ସହବନ୍ଧନ; 2- ମାଧମ ସହବନ୍ଧନ; 3- ଶକ୍ତିଶାଳୀ ସହବନ୍ଧନ)*					
	CO-1	**CO-2**	**CO-3**	**CO-4**	**CO-5**	**CO-6**
U2-O1	1	2	2	3	3	3
U2-O2	-	2	1	3	2	-
U2-O3	2	3	2	2	2	1
U2-O4	-	1	1	3	-	-
U2-O5	-	2	1	3	1	-
U2-O6	-	-	1	3	-	-

2.1 ଉପକ୍ରମ

ଆମେ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନର ଅନେକ ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମ ସହିତ ପରିଚିତ ଅଟୁ । ଏହି ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ରହିଛି: i) ଶକ୍ତିର ସଂରକ୍ଷଣ, ii) ରୈଖିକ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ, iii) କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣ ଇତ୍ୟାଦି । ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନରେ ବିଭିନ୍ନ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନପାଇଁ ଏହି ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଉପଯୋଗୀ, ଯାହା ବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ସମାନତାର ସାଧାରଣ ପରିଣାମ ।

ଜୋହାନ୍ସ କେପଲର ପ୍ରଥମେ ଗ୍ରହମାନଙ୍କର ଗତିର ନିୟମ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିଲେ, ଯାହା ଗ୍ରହମାନଙ୍କ ଗତିର ସମୀକରଣର ସମାଧାନପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇପାରିବ । ଏହିପରି ସମସ୍ୟାଗୁଡିକ କେପଲର ସମସ୍ୟା ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ତିନୋଟି ବସ୍ତୁର ସମସ୍ୟା ବିଷୟରେ, ଯେପରି ଚନ୍ଦ୍ରର ଗତି ଯାହା ପୃଥିବୀ ଏବଂ ସୂର୍ଯ୍ୟ ସହିତ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଜନିତ ଆକର୍ଷଣ କରେ, ତାହା ସଠିକ୍ ପଦ୍ଧତିଦ୍ୱାରା ସମାଧାନ କରିବା କଷ୍ଟକର । ଗ୍ରହପ୍ରଣାଳୀକୁ ଅସ୍ଥିର କରୁଥିବା ଗ୍ରହମାନେ ଏକ ଦୁର୍ବଳ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଶକ୍ତି ଗ୍ରହଣ କରନ୍ତି କି ନାହିଁ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନପାଇଁ, ଲିଓନହାର୍ଡ ୟୁଲରଙ୍କର ତ୍ରିବସ୍ତୁର ସମସ୍ୟା ଉପରେ ଅଧିକ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରାଯାଇଥିଲା ।

2.2 ସଂରକ୍ଷଣ ଏବଂ ଅସଂରକ୍ଷଣ ବଳ (Conservative And Non-Conservative Forces)

2.2.1 ସଂରକ୍ଷଣ ବଳ (Conservative forces)

ଯଦି ଏକ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରଥମ ବିନ୍ଦୁରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବସ୍ତୁର ବିସ୍ଥାପନପାଇଁ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ, ବସ୍ତୁଦ୍ୱାରା ବିସ୍ଥାପିତ ହୋଇଥିବା ପଥ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ ବରଂ କେବଳ ବସ୍ତୁର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଏବଂ ଅନ୍ତିମ ସ୍ଥିତି ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ, ତେବେ ଏହିପରି ବଳକୁ ସଂରକ୍ଷଣ ବଳ ଭାବରେ ଜଣାଯାଏ । ଉଦାହରଣ: ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳ, ସ୍ଥିର ବିଦ୍ୟୁତ ବଳ (electrostatic force) ଇତ୍ୟାଦି ।

ସଂରକ୍ଷଣ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟର ପରିମାଣ, ପଥ ଉପରେ ଅନିର୍ଭର ଏବଂ ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି, ଏକ ସଂରକ୍ଷଣ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରପାଇଁ ସର୍ବଦା ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଥାଏ ।

ଏକ ଅଣ-ସଂରକ୍ଷଣ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟର ପରିମାଣ ପଥ ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ ।

ଚିତ୍ର 2.1 ରେ ଏକ ବସ୍ତୁ A ରୁ B କୁ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ପଥରେ ନିଆଯାଏ AMB ଏବଂ ANB । ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ବଳଦ୍ୱାରା କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟର ପରିମାଣ ସମାନ ରହେ, ତେବେ ଏହି ବଳ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ । ତେଣୁ ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳପାଇଁ

$$\underset{(\text{Path } AMB)}{\int_A^B} \vec{F}.d\vec{r} = \underset{(\text{Path } ANB)}{\int_A^B} \vec{F}.d\vec{r}$$

ଏଠାରେ, AMB ଏବଂ ANB ହେଉଛି, A ଏବଂ B ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ମନମୁଖୀ ପଥ । ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳର ଅଞ୍ଚଳକୁ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ କ୍ଷେତ୍ର ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଏପରି ଏକ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବନ୍ଦପଥରେ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଶୂନ ଅଟେ, ଅର୍ଥାତ୍,

$$\oint_C \vec{F}.d\vec{r} = 0$$

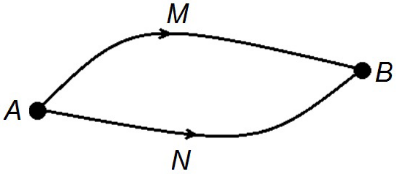
ବର୍ତ୍ତମାନ, ଷ୍ଟୋକ୍ସ ପ୍ରାମାଣ୍ୟ (Stokes' theorem) ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ପାଇବା,

$$\oint_C \vec{F}.d\vec{r} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{F}.d\vec{S}$$

ଯେଉଁଠାରେ, S ଏକ ପୃଷ୍ଠ Cଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ହୋଇଛି ।

ତେଣୁ ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରପାଇଁ ଆମର ଜାଣିବା ଉଚିତ୍

$$\int_S \vec{\nabla} \times \vec{F}.d\vec{S} = 0$$



ଚିତ୍ର 2.1: ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପଥ ସମାକଳ

ଯେହେତୁ ଏହା ଯେକୌଣସି ବନ୍ଦ ପଥପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ, ତେଣୁ ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରପାଇଁ,

$$\vec{\nabla}\times\vec{F}=0 \tag{2.1}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏକ ସଦିଶ ରାଶି V ନେବା, ଯାହା ବଳକ୍ଷେତ୍ରରେ ସଂଯୋଜନାର ଏକ ଫଳନ । ଯେହେତୁ, $\vec{\nabla}\times\vec{F}=0$ ସମୀକରଣ (2.1)ରେ ବଳ $\vec{F}$, କୌଣସି ସଦିଶ ଫଳନର ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ। ତେଣୁ ଆମେ $\vec{F}$ କୁ ଏପରି ଲେଖିପାରିବା,

$$\vec{F}=-\vec{\nabla}V \tag{2.2}$$

ବିଭବ ଫଳନ V ସମୀକରଣ (2.2)ଦ୍ୱାରା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି, ଯାହା କେବଳ ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ କ୍ଷେତ୍ରପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ଅଟେ। ସର୍ବଦା ଏପରି ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରିବ । ବିଭବ ଫଳନ V ଏକ ଅଦିଶ (ଦିଗହୀନ) ରାଶି ଅଟେ । ଏହା ସହଜରେ, ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁରେ ବଳର ଉପାଦାନଗୁଡିକ ନିମ୍ନପ୍ରକାରେ ପ୍ରଦାନ କରିପାରିବ ,

$$\vec{F}=\left(\hat{i}F_x+\hat{j}F_y+\hat{k}F_z\right)=-\left(\hat{i}\frac{\partial V}{\partial x}+\hat{j}\frac{\partial V}{\partial y}+\hat{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

ତେଣୁ,
$$F_x=-\frac{\partial V}{\partial x} \tag{2.3(a)}$$

$$F_y=-\frac{\partial V}{\partial y} \tag{2.3(b)}$$

ଏବଂ,
$$F_z=-\frac{\partial V}{\partial z} \tag{2.3(c)}$$

ତଥାପି ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ରୂପରେ, ଆମେ ଜାଣୁ,

$$\vec{F}=\left(\hat{r}F_r+\hat{\theta}F_\theta+\hat{\phi}F_\phi\right)=-\left(\hat{r}\frac{\partial V}{\partial r}+\hat{\theta}\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}+\hat{\phi}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\right)$$

ତେଣୁ,
$$F_r=-\frac{\partial V}{\partial r} \tag{2.4(a)}$$

$$F_\theta=-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} \tag{2.4(b)}$$

ଏବଂ,
$$F_\phi=-\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi} \tag{2.4(c)}$$

ସମସ୍ତ ସଦିଶ ପରି, ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟର ଉଭୟ ପରିମାଣ ଏବଂ ଦିଗ ଅଛି । ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ ବିଷୟରେ ଏକ ସଠିକ୍ ଧାରଣା ପାଇବାପାଇଁ , $\vec{\nabla}V$ ସହ $d\vec{r}$ ର ବିନ୍ଦୁ ଗୁଣନ ନେବା । ଯେପରି

$$\vec{\nabla}V.d\vec{r}=\left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{j}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)V.\left(\hat{i}dx+\hat{j}dy+\hat{k}dz\right)$$

$$=\frac{\partial V}{\partial x}dx+\frac{\partial V}{\partial y}dy+\frac{\partial V}{\partial z}dz=dV \tag{2.5(a)}$$

ଯେଉଁଠାରେ V = V (x, y, z) ଏକ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତି ସଂଯୋଜନାଗୁଡିକ (x, y, z), ଏକ ଅଦିଶ (ଦିଗହୀନ) ଫଳନକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ । ବର୍ତ୍ତମାନ, ଆମେ ଲେଖିପାରିବା,

$$\vec{\nabla}V.d\vec{r} = \left|\vec{\nabla}V\right|.\left|d\vec{r}\right|\cos\theta \qquad (2.5)(b)$$

ଯେଉଁଠାରେ θ ହେଉଛି $\vec{\nabla}V$ ଏବଂ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣ । ତେଣୁ, ଯଦି ଆମେ $d\vec{r}$ ର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର ରଖି ଏବଂ θ କୁ ବଦଳାଯାଏ, ତେବେ V ର ସର୍ବାଧିକ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟିବ ଯେତେବେଳେ θ = 0 ହେବ । ତେଣୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତା $d\vec{r}$ ପାଇଁ, dV ସର୍ବାଧିକ ହେବ ଯେତେବେଳେ ଜଣେ $\vec{\nabla}V$ ର ସମାନ ଦିଗରେ ଗତି କରେ । ତେଣୁ, $\vec{\nabla}V$ ର ସର୍ବାଧିକ ବୃଦ୍ଧି ଦିଗରେ $\vec{\nabla}V$ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ହୁଏ । ଏଣୁ ଏହା ହେଉଛି ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟର ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ଅର୍ଥ ଏବଂ ମୂଳବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାରେ ଅବସ୍ଥିତ ଥିବା ପୃଷ୍ଠଗୁଡ଼ିକ, ସମବିଭବ ପୃଷ୍ଠ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ।

ଯେକୌଣସି ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳର, ସାଧାରଣ ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଏପରି ହୋଇପାରେ:

a) ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳଦ୍ୱାରା କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ, ବଳକ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱାରା ଅନୁସରଣ କରାଯାଉଥିବା ପଥ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ,

b) ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଆବଦ୍ଧ ପଥରେ କରାଯାଇଥିବା ସମୁଦାୟ କାର୍ଯ୍ୟ ଶୂନ ଅଟେ ଏବଂ

c) ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳର ପରିମାଣକୁ, ଏକ ଅଦିଶ (ଦିଗହୀନ) ଫଳନର ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ ଭାବରେ ନିଆଯାଇପାରେ ।

କାର୍ଯ୍ୟ-ଶକ୍ତି ପ୍ରାମାଣ୍ୟ (Work energy theorem): ଯଦି ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ସମୁଦାୟ ବାହ୍ୟ ବଳ କାର୍ଯ୍ୟକରେ, ଯାହା ଏହାର ଅବସ୍ଥାନର ଏକ ଫଳନ । ଅର୍ଥାତ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥାନରୁ ଅନ୍ତିମ ଅବସ୍ଥାନକୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତର କରିବାରେ ବଳ ହେତୁ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ରୈଖିକ ସମାକଳ (line integral)ଦ୍ୱାରା ଏପରି ଲେଖାଯାଏ -

$$W_{if} = \int_i^f \vec{F}.d\vec{r} \qquad (2.6)$$

ଏହି ସମାକଳ ବଳର ପଥ ସମାକଳ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ଏବଂ ସମଗ୍ର ସ୍ଥାନ ଉପରେ ଏକ ବଳର ସମୁଚିତ ପ୍ରଭାବକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ । ଆମେ ଦର୍ଶାଇପାରିବା ଯେ, ଏହି ସମାକଳଟି ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କଲେ, ଏହା ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତି (KE)ର ପରିବର୍ତ୍ତନ ସୃଷ୍ଟି କରେ, ଯାହା ଉପରେ ଏହା କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଆମେ ବଳର ପଥ ସମାକଳ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିବା ।

$$W_{if} = \int_i^f \vec{F}.d\vec{r} = \int_i^f m\frac{d\vec{v}}{dt}.d\vec{r} = \int_i^f m\vec{v}.d\vec{v} = \int_i^f mv.dv = \frac{m}{2}\int_i^f d\left(v^2\right)$$

କିମ୍ବା,

$$W_{if} = \frac{m}{2}\left(v_f^2 - v_i^2\right) = T_f - T_i \qquad (2.7)$$

ଏହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ, ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଏବଂ ଅନ୍ତିମ ଅବସ୍ଥାନ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତିର ପାର୍ଥକ୍ୟ , କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ସହିତ ସମାନ । ସମୀକରଣ (2.7) ହେଉଛି 'କାର୍ଯ୍ୟ-ଶକ୍ତି ପ୍ରାମାଣ୍ୟ' ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ।

(i) **ଯଦି,** $T_f > T_i$; $W_{if} > 0$; ଏବଂ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ବସ୍ତୁଉପରେ ବଳଦ୍ୱାରା କରାଯାଏ ଏବଂ ଏହାର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ବୃଦ୍ଧି ପାଇଥାଏ ।

(ii) ଯଦି, $T_f > T_i$; $W_{if} > 0$; ଅର୍ଥାତ୍, କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ବଳ ବିରୁଦ୍ଧରେ ବସ୍ତୁଦ୍ୱାରା କରାଯାଏ ଏବଂ ଏହାର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହ୍ରାସ ପାଇଥାଏ ।

(iii) ଯେତେବେଳେ, $T_f = T_i$; ବସ୍ତୁର ବେଗ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଥାଏ, ତାହାହେଲେ, $W_{if} = 0$ ଏବଂ ଏହାର ଗତିଜ ଶକ୍ତିରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟିବ ନାହିଁ ।

ଏହି କାରଣ ଯୋଗୁଁ, ଯେକୌଣସି ସମବୃତ୍ତାକାର ଗତିରେ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ନାହିଁ, କାରଣ ସେଠାରେ ଗତିର

ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁରେ ବସ୍ତୁର ବଳ ଏବଂ ପରିବେଗ ପରସ୍ପର ମଧ୍ୟରେ ଅଭିଲମ୍ବ ଅଟନ୍ତି । ଗତି ସହିତ ଅଭିଲମ୍ବ ଭାବରେ ଥିବା ଏକ ବଳ, କେବଳ ଦିଗ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିପାରେ ଏବଂ ପରିବେଗର ପରିମାଣ ନୁହେଁ ଏବଂ ତେଣୁ ସର୍ବଦା ଉପରୋକ୍ତ ଅବସ୍ଥା (iii) ପରି କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଶୂନ୍ୟ ହୋଇଥାଏ ।

2.2.2 ଅଣ-ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ (Non-conservative Forces)

ଯଦି ଏକ ବଳକ୍ଷେତ୍ରର ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ସ୍ଥିରାଙ୍କ ନୁହେଁ ତେବେ ବଳକ୍ଷେତ୍ରକୁ ଏକ ଅଣ-ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ଶକ୍ତି କ୍ଷେତ୍ର ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଏବଂ ସେହି ବଳକ୍ଷେତ୍ର ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ବଳକୁ ଅଣ-ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଅଣ-ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳପାଇଁ, ଏକ ବସ୍ତୁକୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରୁ ଅନ୍ୟ ସ୍ଥାନକୁ ବିସ୍ଥାପିତ କରିବାରେ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ, ବସ୍ତୁଦ୍ୱାରା ବିସ୍ଥାପିତ ହୋଇଥିବା ପଥ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ, କିନ୍ତୁ ଏହା ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଏବଂ ଅନ୍ତିମ ଅବସ୍ଥାନ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ । ଉଦାହରଣ: ଘର୍ଷଣଜନିତ ବଳ, ଶ୍ୟାନ (viscous) ବଳ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ, ଉଭୟ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ଏବଂ ଅଣ-ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳଦ୍ୱାରା କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଇପାରେ । ଏହିପରି ଏକ ଉଦାହରଣ ହେଉଛି, ଏକ ବସ୍ତୁ ଏକ ଗଡାଣିଆ ପୃଷ୍ଠରୁ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଜନିତ, ଘର୍ଷଣ ସହିତ ତଳକୁ ଘୋଷାଡିହୋଇ ଗତି କରୁଛି, ଯେଉଁଠାରେ ଘର୍ଷଣ ହେଉଛି ଅଣ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ ଏବଂ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ହେଉଛି ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ । ତେଣୁ, ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ସମୁଦାୟ ବଳ ଏପରି ପ୍ରଦାନ କରାଯାଏ,

$$\vec{F} = \vec{F}_F + \vec{F}_G$$

ଯେଉଁଠାରେ $\vec{F}_G$ ଏବଂ $\vec{F}_F$ ଯଥାକ୍ରମେ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ହେତୁ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ ଏବଂ ଘର୍ଷଣ ହେତୁ କ୍ଷୟିକ ବଳକୁ ସୂଚିତ କରେ ।

କାର୍ଯ୍ୟ ଶକ୍ତି ପ୍ରାମାଣ୍ୟ ସମସ୍ତ ପ୍ରକାରର ବଳପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ଅଟେ: ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ କିମ୍ବା କ୍ଷୟିକ । ତେଣୁ, ଯେତେବେଳେ ବସ୍ତୁ କୌଣସି ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥାନରୁ ଏକ ଅନ୍ତିମ ଅବସ୍ଥାନକୁ ଗତି କରେ, ସେତେବେଳେ, ସମୁଦାୟ ବଳଦ୍ୱାରା କରାଯାଇଥିବା ମୋଟ କାର୍ଯ୍ୟ ,

$$W_{if} = \int_i^f \vec{F}.d\vec{r} = \int_i^f \vec{F}_F.d\vec{r} + \int_i^f \vec{F}_G.d\vec{r} = (V_i - V_f) + W_{if}^F$$

ଯେଉଁଠାରେ V ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ $\vec{F}_G$ ସହିତ ଜଡିତ ବିଭବ ଫଳନ ଏବଂ ହେଉଛି କ୍ଷୟିକବଳ $\vec{F}_F$ ଯୋଗୁଁ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ । ତେଣୁ, ଜଣାଶୁଣା 'କାର୍ଯ୍ୟ ଶକ୍ତି ପ୍ରମାଣ୍ୟ' ନିମ୍ନଲିଖିତ ରୂପରେ ଅନୁମାନ କରାଯାଏ,

$$\frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_i^2\right) = (V_i - V_f) + W_{if}^F$$

କିମ୍ବା,
$$\left(\frac{1}{2}mv_f^2 + V_f\right) - \left(\frac{1}{2}mv_i^2 + V_i\right) = W_{if}^F$$

କିମ୍ବା,
$$\left(T_f + V_f\right) - \left(T_i + V_i\right) = W_{if}^F$$

କିମ୍ବା,
$$E_f - E_i = W_{if}^F \tag{2.8}$$

ଯେଉଁଠାରେ E = T + V ସିଷ୍ଟମର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ଯାହା, ଏକ କ୍ଷୟିକ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଅବସ୍ଥିତ, ଆଉ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ ସିଷ୍ଟମର ଅବସ୍ଥା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣ ହୋଇଥାଏ, କେବଳ ଯେତେବେଳେ $W_{if}^F = 0$, ଅର୍ଥାତ୍, ଯେତେବେଳେ କ୍ଷୟିକ ବଳମାନେ କୌଣସି କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ନାହିଁ ।

2.3 ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି

ଏକ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ଏହାର ସ୍ଥିତି ହେତୁ ଏଥିରେ ଗଚ୍ଛିତ ଶକ୍ତି ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଇପାରେ । ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳକ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ଏହାର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥାନରୁ କିଛି ଅନ୍ତିମ ଅବସ୍ଥାନକୁ ଯିବାବେଳେ ବସ୍ତୁ କେତେ କାମ କରିପାରିବ ତାହା କାର୍ଯ୍ୟର ପରିମାଣଦ୍ୱାରା ମାପ କରାଯାଏ । ସାଧାରଣତଃ, ଅନ୍ତିମ ଅବସ୍ଥାନ ଅନନ୍ତରେ ଅବସ୍ଥିତ ବୋଲି ନିଆଯାଏ । ଯଦି ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥାନକୁ ଏକ ସଦିଶ $\vec{r}$ ଦ୍ୱାରା ଏବଂ ଏହାର ଅନ୍ତିମ ଅବସ୍ଥାନକୁ ଏକ ସଦିଶ $\vec{r_0}$ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଏ, ତେବେ, ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ଏପରି ହେବ,

$$U = \int_{\vec{r}}^{\vec{r_0}} \vec{F}.d\vec{r}$$

ଯଦି ଅନ୍ତିମ ଅବସ୍ଥାନ ଅନନ୍ତରେ ଥାଏ ତେବେ ଆମେ ଜାଣୁ $\vec{r_0} = \infty$ ଏବଂ ତେଣୁ,

$$U = \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{F}.d\vec{r}$$

ଅପରପକ୍ଷରେ ଯଦି ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥାନ ଅନନ୍ତରେ ଥାଏ ଏବଂ ଅନନ୍ତରେ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ଶୂନ ହୁଏ , ତେବେ $\vec{r}$ ଦୂରତାରେ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ହେବ,

$$U = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{F}.d\vec{r} \tag{2.9}$$

ତେଣୁ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳକ୍ଷେତ୍ରରେ (ଉଦାହରଣ : ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ କ୍ଷେତ୍ର, ବୈଦ୍ୟୁତିକ କ୍ଷେତ୍ର ଇତ୍ୟାଦି) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଶକ୍ତି, ଏହାକୁ ଅନନ୍ତରୁ ସେହି ବିନ୍ଦୁକୁ ଘୁଞ୍ଚାଇବାପାଇଁ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟର ପରିମାଣଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଯାଏ ।

ସାଧାରଣତଃ, ଅନ୍ତିମ ଅବସ୍ଥିତିକୁ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଭାବରେ ନିଆଯାଏ ଯେଉଁଠାରେ କୌଣସି ବଳ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ନାହିଁ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଏକ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯେତେବେଳେ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏହାର ପ୍ରସାରିତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହିତ ସମାନ ହୁଏ, ସେତେବେଳେ ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଉପରେ କୌଣସି ବଳ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ନାହିଁ । ଏହି ଅବସ୍ଥାରେ, ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ଶୂନ ଅଟେ । ପୁନର୍ବାର, ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ କିମ୍ବା ବୈଦ୍ୟୁତିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଅନନ୍ତରେ ଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କୌଣସି ବଳ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ନାହିଁ । ତେଣୁ ଏପରି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅନନ୍ତରେ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତିକୁ ଶୂନ ବୋଲି ନିଆଯାଏ । ବେଳେବେଳେ ପୃଥିବୀ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହାର ପୃଷ୍ଠରେ ମଧ୍ୟ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତିକୁ ଶୂନ ଭାବରେ ନିଆଯାଏ ।

2.4 ବଳ ଏବଂ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ସମ୍ପର୍କ (FORCE AND POTENTIAL RELATIONSHIP)

ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳକ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହା ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ ଯେ, ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ବଳ, ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତିର ବିଯୁକ୍ତ ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ ସହିତ ସମାନ । ଅର୍ଥାତ୍, $\vec{F} = -\vec{\nabla} V$ ଏହା ଦେଖାଇବାପାଇଁ ଆସନ୍ତୁ ଏକ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତିକୁ $\vec{r}$ ଦୂରତାରେ ନେବା, ଯେପରି ସମୀକରଣ (2.3)ରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ହୋଇଛି ଯେପରି,

$$U = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{F}.d\vec{r}$$

$$= -\int_{\infty}^{\vec{r}} (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

x, y ଏବଂ z ସହ ଆଂଶିକ ଅବକଳନ କରିବା ପରେ ଆମେ ପାଇବା,

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}$$

ଏବଂ $$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

ତେଣୁ, $$\vec{F} = \hat{i}F_x + \hat{j}F_y + \hat{k}F_z = -\left(\hat{i}\frac{\partial U}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial U}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial U}{\partial z}\right) = -\vec{\nabla}U$$

ଏହିପରି ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳକୁ ସ୍ଥିତଜ ଶକ୍ତିର ବିଯୁକ୍ତ ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, $$\vec{\nabla} \times \vec{F} = -\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}U = -\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial U}{\partial x} & \frac{\partial U}{\partial y} & \frac{\partial U}{\partial z} \end{vmatrix}$$

କିମ୍ବା, $$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \hat{i}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y}\right) + \hat{j}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x}\right)$$

କିମ୍ବା, $$\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$$ [ଯେହେତୁ U ର ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅବକଳନପାଇଁ , $\frac{\partial^2 U}{\partial u \partial v} = \frac{\partial^2 U}{\partial v \partial u}$]

ତେଣୁ, ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳର କର୍ଲ (Curl) ଶୂନ୍ୟ ହୋଇଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ 2.1 ଦର୍ଶାଅ ଯେ ବଳ $\vec{F}=\hat{i}\left(y^2z^3-6xz^2\right)+\hat{j}2xyz^3+\hat{k}\left(3xy^2z^2-6x^2z\right)$ ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ଅଟେ । ଯଦି ବଳ ଏକ ବସ୍ତୁଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ଏବଂ ଏହାକୁ (0, 2, 1) ରୁ (2, 5, 4) ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ଥାପିତ କରେ, ତେବେ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଗଣନା କର |

ସମାଧାନ:

ଏଠାରେ $\vec{F}=\hat{i}\left(y^2z^3-6xz^2\right)+\hat{j}2xyz^3+\hat{k}\left(3xy^2z^2-6x^2z\right)$

ତେଣୁ, $$\vec{\nabla}\times\vec{F}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ y^2z^3-6xz^2 & 2xyz^3 & 3xy^2z^2-6x^2z\end{vmatrix}$$

କିମ୍ବା, $$\vec{\nabla}\times\vec{F}=\hat{i}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(3xy^2z^2-6x^2z\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(2xyz^3\right)\right]+\hat{j}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(y^2z^3-6xz^2\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(3xy^2z^2-6x^2z\right)\right]+\hat{k}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(2xyz^3\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(y^2z^3-6xz^2\right)\right]$$

କିମ୍ବା, $\vec{\nabla}\times\vec{F}=0$; ତେଣୁ ବଳକ୍ଷେତ୍ର ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ଅଟେ ।

ଯେତେବେଳେ ଫୋର୍ସ $\vec{F}=\hat{i}\left(y^2z^3-6xz^2\right)+\hat{j}2xyz^3+\hat{k}\left(3xy^2z^2-6x^2z\right)$ ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ଏବଂ ଏହାକୁ (0, 2, 1) ରୁ (2, 5, 4) ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ଥାପିତ କରେ, ତାହାହେଲେ, କାର୍ଯ୍ୟ ହେବ,

$$W=\int_{(0,2,1)}^{(2,5,4)}\vec{F}.d\vec{r}=\int_{(0,2,1)}^{(2,5,4)}(F_xdx+F_ydy+F_zdz)$$

ଉଦାହରଣ 2.1

କିମ୍ବା, $$W=\int_{(0,2,1)}^{(2,5,4)}d\left(xy^2z^3-3x^2z^2\right)$$

କିମ୍ବା, $$W=\left(xy^2z^3-3x^2z^2\right)\Big|_{(0,2,1)}^{(2,5,4)}$$

$$=2\times5^2\times4^3-3\times2^2\times4^2-0$$

$$=3200-192=3008 \text{ unit}$$

ଉଦାହରଣ 2.1

ଉଦାହରଣ 2.2 ଦର୍ଶାନ୍ତୁ ଯେ ବଳ $\vec{F}=\hat{i}\left(2xy+z^2\right)+\hat{j}x^2+\hat{k}2xz$ ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ । ତେଣୁ ଅନୁରୂପ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ବାହାର କର ।

ସମାଧାନ:

ଏଠାରେ $\vec{F}=\hat{i}\left(2xy+z^2\right)+\hat{j}x^2+\hat{k}2xz$ (a)

ତେଣୁ, $$\vec{\nabla}\times\vec{F}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ 2xy+z^2 & 2xyz^3 & 2xz\end{vmatrix}$$

କିମ୍ବା, $$\vec{\nabla}\times\vec{F}=\hat{i}\left[\frac{\partial}{\partial y}(2xz)-\frac{\partial}{\partial z}\left(x^2\right)\right]+\hat{j}\left[\frac{\partial}{\partial z}(2xy+z)-\frac{\partial}{\partial x}(2xz)\right]$$
$$+\hat{k}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(2xy+z^2\right)\right]$$

କିମ୍ବା, $\vec{\nabla}\times\vec{F}=0$

ତେଣୁ ବଳକ୍ଷେତ୍ର ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ଅଟେ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମର ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳକ୍ଷେତ୍ରପାଇଁ,

$$\vec{F}=-\vec{\nabla}V=-\hat{i}\frac{\partial V}{\partial x}-\hat{j}\frac{\partial V}{\partial y}-\hat{k}\frac{\partial V}{\partial z} \quad \text{(b)}$$

(କ) ଏବଂ (ଖ)ସହ ତୁଳନା କଲେ ଆମେ ପାଇଥାଉ,

$$\frac{\partial V}{\partial x}=-\left(2xy+z^2\right) \text{ କିମ୍ବା, } V=-x^2y-xz^2+C_1$$

$$\frac{\partial V}{\partial y}=-x^2 \text{ କିମ୍ବା, } V=-x^2y+C_2$$

$$\frac{\partial V}{\partial z}=-2xz \text{ କିମ୍ବା, } V=-xz^2+C_3$$

ତେଣୁ, ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତିକୁ ଏକାଠି କଲେ, ଆମେ ପାଇବା,

$$V=-x^2y-xz^2+C$$

ଯାହା ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (ବିଭବ) ଦେଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ 2.2

2.5 କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ (CENTRAL FORCE)

A କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ହେଉଛି ଏକ ବଳ ଯାହା ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁରେ ଏକ ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ ଆଡକୁ କିମ୍ବା କ୍ଷେତ୍ରର ଏକ ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ (ବଳର କେନ୍ଦ୍ର)ଠାରୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ହୁଏ ଏବଂ ଯାହାର ପରିମାଣ ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ, କେବଳ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉତ୍ପତ୍ତିବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା (r)ର ଏକ ଫଳନ । କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ଅଧୀନରେ ଏକ ବସ୍ତୁଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନଟ ହୋଇଥିବା ପଥକୁ ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କକ୍ଷପଥ କୁହାଯାଏ । କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ଗାଣିତିକ ଭାବରେ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଇପାରେ ଯେପରି,

$$\vec{F}(\vec{r}) = F(r)\hat{r} \tag{2.10}$$

ଯେଉଁଠାରେ $\hat{r}$ ସ୍ଥିତି ସଦିଶର ଦିଗରେ ଏକକ ସଦିଶ ଏବଂ $F(r)$ କେବଳ ଏକ r ର ଫଳନ ଅଟେ ।

2.5.1 ଗତିର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ (Characteristics of Motion)

କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ଅଧୀନରେ ଗତିକରୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁର ଅନେକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ ଅଛି, ଯେପରି ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

i) ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ପ୍ରକୃତରେ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ ଅଟେ ।

ii) କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ହେଉଛି ଗତିର ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ।

iii) ଗତି ହେଉଛି ସମତଳୀୟ (planar), ଅର୍ଥାତ୍, ବସ୍ତୁର ଗତି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମତଳରେ ସୀମିତ ।

iv) ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସଦିଶର କ୍ଷେତ୍ରୀୟ ପରିବେଗ (areal velocity) ଅର୍ଥାତ୍, ଯେଉଁ ରେଖା ବସ୍ତୁ ଓ କେନ୍ଦ୍ର ସହିତ ଯୋଗ କରେ ତାହା ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଅଟେ ।

2.5.2 କକ୍ଷପଥର ପ୍ରକୃତି (Nature of Orbit)

ଯେପରି, କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ହେଉଛି ଅନୁରୂପ ରୈଖିକ ସଂବେଗ, ତେଣୁ ଅମେ ଜାଣୁ

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} \tag{2.11}$$

$\vec{r} \times m\vec{v}$ = କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଗତିରେ ସଂବେଗ ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ସଦିଶ ।

$\vec{L}$ ର ଦିଗ ସର୍ବଦା ସଦିଶ $\vec{r}$ ଏବଂ $\vec{v}$ ଧାରଣ କରିଥିବା ସମତଳ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ ।

ତେଣୁ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳକ୍ଷେତ୍ରରେ, ଏକ ବସ୍ତୁର ପଥ ସର୍ବଦା ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମତଳରେ ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ, ଯେଉଁ ସମତଳ ସଦିଶ $\vec{r}$ ଏବଂ $\vec{v}$ ଧାରଣ କରିଥିବ ।

ଉଦାହରଣ 2.3

ଉଦାହରଣ 2.3

ଏକ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ 10 ଗ୍ରାମ୍ ଯାହାର ଅବସ୍ଥାନ ସଦିଶ $5\hat{i} + 2\hat{j}$ ସେମି ଏବଂ ଏହାର ପରିବେଗ ହେଉଛି $3\hat{i}$ ସେମି/ସେ । ଉତ୍ପତ୍ତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ଗଣନା କର ।

ସମାଧାନ:

କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ହେବ,

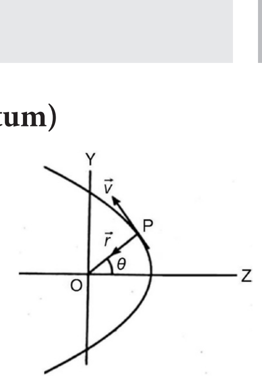
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = m\vec{r} \times \vec{v} = 10\left(5\hat{i} + 2\hat{j}\right) \times 3\hat{i} = 60\hat{k} \text{ g-cm}^2\text{/s}$$

2.5.3 କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ (Conservation of Angular Momentum)

ମନେକର, O ଏକ ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ, ଯେଉଁଥିରେ ବଳ ସର୍ବଦା ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ହୁଏ, $\vec{r}$ ଯେକୌଣସି ସମୟ t ରେ ବସ୍ତୁ P ର ଅବସ୍ଥାନ ସଦିଶ ଅଟେ (ଚିତ୍ର 2.2) । ଧରାଯାଉ, $\vec{v}$ ବସ୍ତୁର ପରିବେଗ, ଯାହା କକ୍ଷପଥକୁ ବାହ୍ୟସ୍ପର୍ଶ ଭାବରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ । ତେଣୁ, ସେହି ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (torque) ହେଉଛି,

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \hat{r}F(r) = 0 \tag{2.12}$$

ଯେଉଁଠାରେ ଯେଉଁଠାରେ $\vec{F}$, କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛି $\vec{r}$ ଦିଗରେ । କିନ୍ତୁ, ଯେହେତୁ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ $\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt}$, ଯେଉଁଠାରେ $\vec{L}$ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ସଦିଶକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ, ଆମେ ଜାଣୁ



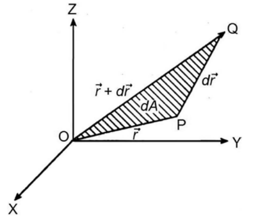
ଚିତ୍ର. 2.2: କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=0$$

ତେଣୁ, $\vec{L}$ = ସ୍ଥିରାଙ୍କ

ଏହିପରି ଏକ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ସଦିଶ ($\vec{L}$) ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳକ୍ଷେତ୍ରରେ ସର୍ବଦା ସ୍ଥିରାଙ୍କ ରହିଥାଏ ଏବଂ ତେଣୁ ଏହା ଗତିର ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଅଟେ ।

2.5.4 କ୍ଷତ୍ରିୟ ପରିବେଗ (Areal Velocity)



ଚିତ୍ର 2.3: କ୍ଷେତ୍ରିୟ ପରିବେଗ

ମନେକର, m ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ, $\vec{r}$ ହେଉଛି P ବିନ୍ଦୁରେ ତତକ୍ଷଣାତ୍ ଅବସ୍ଥାନ ସଦିଶ, କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ O ସହ ଯାହା ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଅଟେ । ଧରାଯାଉ, ଅବସ୍ଥାନ ସଦିଶ $\vec{r}+d\vec{r}$ କୁ dt ସମୟରେ ବିନ୍ଦୁ Q କୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରେ ।

$$\therefore \quad PQ=\left(\vec{r}+d\vec{r}\right)-\vec{r}=d\vec{r}$$

ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସଦିଶ $\vec{r}$ ଦ୍ୱାରା dt ସମୟରେ ଆବୃତ ଅଞ୍ଚଳ ହେଉଛି, କ୍ଷେତ୍ର ΔOPQ [ଚିତ୍ର. 2.3] ଏବଂ ଏହା ଏପରି ଦିଆଯାଏ,

$$d\vec{A}=\frac{1}{2}\vec{r}\times d\vec{r}$$

ଯେଉଁ ହାରରେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସଦିଶ ଏହି ଅଞ୍ଚଳକୁ ଆବୃତ କରେ ତାହାକୁ କ୍ଷତ୍ରିୟ ପରିବେଗ (areal velocity) ବୋଲି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଏ । ତେଣୁ, ଏଠାରେ ବସ୍ତୁ ଗତିର କ୍ଷେତ୍ରିୟ ପରିବେଗ ହେବ,

$$\frac{d\vec{A}}{dt}=\frac{1}{2}\vec{r}\times\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{1}{2m}\vec{r}\times m\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{1}{2m}\vec{r}\times m\vec{v}=\frac{\vec{L}}{2m} = \text{नियतांक} \qquad (2.13)$$

ଯେହେତୁ, ଗତିର ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଏବଂ m ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ, ତେଣୁ ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ଅଧୀନରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସଦିଶର କ୍ଷେତ୍ରିୟ ପରିବେଗ ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଅଟେ ।

2.6 ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କକ୍ଷପଥର ସାଧାରଣ ସମୀକରଣ (General Equation Of A Central Orbit)

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିସାରିଛୁ ଯେ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ଅଧୀନରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଗତି ଏକ ସମତଳରେ ସୀମିତ । ଏହିପରି ସମତଳ ଧୃବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (r,θ) ଦ୍ୱାରା ସୁବିଧାଜନକ ଭାବରେ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଇପାରେ । ଯେହେତୁ ବଳ ତ୍ରିଜ୍ୟ ଅଟେ, ସର୍ବଦା କେନ୍ଦ୍ରଆଡେ (କିମ୍ବା କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ) ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ହୁଏ, କ୍ଷତ୍ରିୟ ତ୍ୱରଣ f_r କେବଳ ବିଦ୍ୟମାନ ଏବଂ କ୍ରସ୍- ତ୍ରିଜ୍ୟ ତ୍ୱରଣ ଶୂନ ଅଟେ।

$$\therefore \text{ ଆମେ ଜାଣୁ, } f_\theta=\frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\theta}\right)=0 \qquad (2.14)(a)$$

ଏବଂ

$$f_r=\ddot{r}-r\dot{\theta}^2=\pm\frac{F(r)}{m} \qquad (2.14)(b)$$

ଯେଉଁଠାରେ ବଳର ପରିମାଣ । ବିଯୁକ୍ତ ସଙ୍କେତ ହେଉଛି , ଉତ୍ପତ୍ତି ଦିଗରେ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ବଳ ଏବଂ ଯୁକ୍ତ ସଙ୍କେତ ହେଉଛି , ଉତ୍ପତ୍ତିଠାରୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ତ୍ରିଜ୍ୟବଳ । ବର୍ତ୍ତମାନ ସମୀକରଣ (2.14) (କ) ଠାରୁ ଆମେ ଜାଣୁ, $r^2\dot{\theta}$ = ସ୍ଥିରାଙ୍କ = h (କୁହନ୍ତୁ)

ସୁବିଧାପାଇଁ , ପାରସ୍ପରିକ ଦ୍ୱେଶାଙ୍କ u , ଏପରି ବର୍ଣ୍ଣନା ହୋଇଛି: $r=\frac{1}{u}$ ଆମେ ଜାଣୁ ,

$$\dot{r} = -\frac{1}{u^2}\frac{du}{d\theta}\dot{\theta} = -h\frac{du}{d\theta}$$

ଏବଂ
$$\ddot{r} = -h\frac{d^2u}{d\theta^2}\dot{\theta} = -h^2u^2\frac{d^2u}{d\theta^2}$$

$\therefore$ ଆମେ ସମୀକରଣ (2.8)ରୁ ଜାଣୁ,

$$-h^2u^2\frac{d^2u}{d\theta^2} - \frac{1}{u}.\frac{h^2}{r^4} = \pm\frac{F(r)}{m}$$

କିମ୍ବା,
$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \mp\frac{F(1/u)}{mh^2u^2}$$

କିମ୍ବା,
$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \mp\frac{f(1/u)}{h^2u^2} \quad (f = F/m = \text{त्वरण}) \tag{2.15(a)}$$

ଯେହେତୁ, $h = r^2\dot{\theta}, mh = mr^2\dot{\theta}$ = କୋଣୀୟ ଗତି L, ଏହିପରି, ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣ ବ୍ୟବହାର କରି, ଲିଖିତ ହୋଇପାରିବ,

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \mp\frac{mF(1/u)}{L^2u^2} \tag{2.15(b)}$$

ଏହା ହେଉଛି କକ୍ଷପଥର ଅବକଳ ସମୀକରଣର ବିକଳ୍ପ ରୂପ ।

2.7 କେନ୍ଦ୍ରୀୟବଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶକ୍ତି (ENERGY IN CENTRAL FORCE FIELD)

ଯଦି କୌଣସି ବଳ ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ ତେବେ, ତାହାର ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦୁଇଟି ଗୁଣ ଅଛି, ଯଥା, (i) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁରୁ ବଳ ସର୍ବଦା ସେଆଡକୁ କିମ୍ବା ସେଠାରୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ଏବଂ (ii) ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ବଳର ପରିମାଣ କେବଳ କେନ୍ଦ୍ରୀୟବଳଠାରୁ ଦୂରତା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ, ତେବେ ଏହି ଦୁଇଟି ଗୁଣ ଥିବା ବଳ କେନ୍ଦ୍ରୀୟବଳ ଭାବରେ ଜଣାଯାଏ ।

ମନେକର m ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ ଏବଂ ଏକ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ L (r, θ), ଏହାର ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ସହିତ ଗତି କରେ । ପାରସ୍ପରିକ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ, $r = \frac{1}{u}$, ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ପାଇଥାଉ,

$$\dot{r} = -\frac{1}{u^2}\frac{du}{d\theta}\dot{\theta} = -\frac{L}{m}\frac{du}{d\theta} \qquad \left(\because r^2\dot{\theta} = \frac{L}{m}\right) \tag{2.16}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, ସମତଳ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ କଣିକାର ମୋଟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ହେଉଛି

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + V(r) = \frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right) + V(r)$$, ଯେଉଁଠାରେ $V(r)$, ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ଅଟେ ।

$$E = \frac{1}{2}m\left[\left(-\frac{L}{m}\frac{du}{d\theta}\right)^2 + r^2\left(\frac{L}{mr^2}\right)^2\right] + V(r) = \frac{L^2}{2m}\left[\left(\frac{du}{d\theta}\right)^2 + u^2\right] + V(r) \tag{2.17}$$

ଯାହା ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟବଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶକ୍ତିପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସମୀକରଣ ଅଟେ ।

2.7.1 କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଗତିରେ ଶକ୍ତିର ସଂରକ୍ଷଣ (Conservation of Energy in Central Motion)

ସମତଳ ପୋଲାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ, ଯଥାକ୍ରମେ କ୍ଷତ୍ରିୟ ଏବଂ କ୍ରସ୍- ତ୍ରିଜ୍ୟ ତ୍ୱରଣ ଏପରି ଦିଆଯାଏ ।

$$f_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \quad \text{ଏବଂ} \quad f_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$$

$$\therefore \qquad F(r) = m\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right) = \text{ ତ୍ରିଜ୍ୟବଳ}$$

$$\text{ଏବଂ} \qquad F(\theta) = m\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right) = \text{ କ୍ରସ୍ତ୍ରିଜ୍ୟବଳ}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଗତି ତ୍ରିଜ୍ୟ ଅଟେ, ଯାହାଦ୍ୱାରା କେବଳ $F(r)$ ବିଦ୍ୟମାନ ଏବଂ $F(\theta) = 0$.

ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବାପାଇଁ କୋଣୀୟ ଗତିର ପରିମାଣକୁ ବିଚାର କରିବା $L = |\vec{L}| = mr^2\dot{\theta}$

$$\therefore \qquad \frac{d\vec{L}}{dt} = 2mr\dot{r}\dot{\theta} + mr^2\ddot{\theta} = mr\left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right) = 0$$

ଯେହେତୁ, $\vec{L}$ ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳକ୍ଷେତ୍ରରେ ଗତିର ସ୍ଥିରାଙ୍କ , ଧରାଯାଉ $\dot{\theta} = \frac{L}{mr^2}$, ଆମେ ପ୍ରାପ୍ତ କରିବା,

$$F(r) = m\ddot{r} - \frac{L^2}{mr^3}$$

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ, ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ଅଟେ ଏବଂ ଏହିପରି ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି Vର ଫଳନର ବିଯୁକ୍ତ ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ । ଯେପରି, $F(r) = -\vec{\nabla}V$

$$\therefore \qquad m\ddot{r} - \frac{L^2}{mr^3} = F(r) = -\frac{dV}{dr}$$

$$\text{କିମ୍ବା,} \qquad m\ddot{r} = -\frac{d}{dr}\left(V + \frac{L^2}{2mr^2}\right)$$

ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ପର୍କର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ $\dot{r}$, ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରି, ଆମେ ପାଇଥାଉ

$$m\dot{r}\ddot{r} = -\frac{d}{dr}\left(V + \frac{L^2}{2mr^2}\right)\dot{r}$$

$$\text{କିମ୍ବା,} \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{r}^2\right) = -\frac{d}{dr}\left(V + \frac{L^2}{2mr^2}\right)\frac{dr}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(V + \frac{L^2}{2mr^2}\right)$$

$$\text{କିମ୍ବା,} \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{r}^2 + V + \frac{L^2}{2mr^2}\right) = 0$$

$$\text{କିମ୍ବା,} \qquad \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + V + \frac{L^2}{2mr^2} = E = \text{ ସ୍ଥିରାଙ୍କ} \qquad (2.18)$$

$$\text{କିମ୍ବା,} \qquad \frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right) + V = \text{ ସ୍ଥିରାଙ୍କ} = E \quad (\because L = mr^2\dot{\theta})$$

କିମ୍ବା, $$\frac{1}{2}mv^2 + V = \text{ ସ୍ଥିରାଙ୍କ}$$

ତେଣୁ, $$T + V = \text{ ସ୍ଥିରାଙ୍କ}$$

ଯେଉଁଠାରେ $T = \frac{1}{2}mv^2 =$ ଗତିଜଶକ୍ତି KE

ଏହିପରି, ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମୁଦାୟ ଶକ୍ତି $E = T + V$, ଅନ୍ୟ ଏକ ଗତିର ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଗତିରେ ଶକ୍ତିର ସଂରକ୍ଷଣ ହୋଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ 2.4

ଉଦାହରଣ 2.4 ଏକ ଗ୍ରହ ଏକ ଏଲିପ୍ଟିକ୍ କକ୍ଷପଥରେ ଏକ ତାରା ଚାରିପାଖରେ ଘୂରି ବୁଲୁଛି । ତାରାଠାରୁ ଗ୍ରହର ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ଦୂରତା ଏବଂ ଦୀର୍ଘତମ ଦୂରତାର ଅନୁପାତ ହେଉଛି ୪ । ଗ୍ରହର ଗତିଜ ଶକ୍ତି (KE) ର ଦୀର୍ଘତମ ଓ ନିକଟତମ ଅବସ୍ଥିତିର ଅନୁପାତ ବାହାର କର ।

ସମାଧାନ:

ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଅଟେ ଏବଂ ତେଣୁ ଚାରିପାଖରେ ଘୂରି ବୁଲିବା ସମୟରେ ଗ୍ରହର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ L ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ରହିଥାଏ ।

∴ ଗତିଜ ଶର୍କ୍ତି $$T = \frac{L^2}{2mr^2}$$

କିମ୍ବା, $$T \propto \frac{1}{r^2}$$

ତେଣୁ, $$\frac{T_2}{T_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

କିମ୍ବା, $$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

ଏହା ହେଉଛି ଗତିଜ ଶକ୍ତିର ନିକଟତମ ଓ ଦୂରତମ ଅବସ୍ଥାନର ଅନୁପାତ ।

2.8 ସମାନୀତ ଦୁଇ-ବସ୍ତୁର ସମସ୍ୟା (Reduction Of Two-Body Problem)

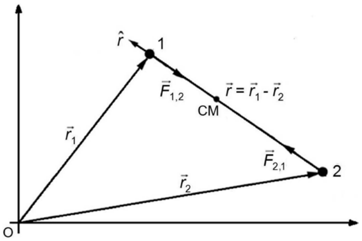
ଏଠାରେ ଆମେ ଦର୍ଶାଇବା ଯେ, ଏକ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣଜନିତ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁର ଗତି, ଏକ ସମାନୀତ ବସ୍ତୁତ୍ୱ (reduced mass) ସହ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ସମତୁଲ୍ୟ ଗତି ସହିତ ସମାନ । ଧରନ୍ତୁ, ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m_1 ଏବଂ m_2 ପରସ୍ପର ସହିତ ଜଡିତ ଥାଏ, ଯାହାଦ୍ୱାରା ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ତୃତୀୟ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ, ବସ୍ତୁ 1 ହେତୁ ବସ୍ତୁ 2 ଉପରେ ବଳର ପ୍ରଭାବ, ବସ୍ତୁ 2 ହେତୁ ବସ୍ତୁ 1 ଉପରେ ବଳର ପ୍ରଭାବର ପରିମାଣ ଏବଂ ବିପରୀତ ଦିଗ ସହ ସମାନ (ଚିତ୍ର 2.4) । ଗାଣିତିକ ଭାବରେ ଏହା ପ୍ରଦତ୍ତ କରାଯାଇଛି,

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad (2.19)$$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ ଆମେ ପାଇବା,

$$\vec{F}_{12} = m_1 \frac{d^2\vec{r}_1}{dt^2}$$

ଏବଂ $$\vec{F}_{21} = m_2 \frac{d^2\vec{r}_2}{dt^2}$$



ଚିତ୍ର. 2.4: ଦୁଇ ବସ୍ତୁ ସମସ୍ୟା

ପୁନଃ ସଜାଡି ଆମେ ପାଉ,

$$\frac{\vec{F}_{12}}{m_1} = \frac{d^2\vec{r}_1}{dt^2} \qquad (2.20)$$

ଏବଂ $$\frac{\vec{F}_{21}}{m_2} = \frac{d^2\vec{r}_2}{dt^2} \qquad (2.21)$$

ସମୀକରଣ (2.20) ରୁ ସମୀକରଣ (2.21) ବିୟୋଗ କରି, ଆମେ ପାଉ,

$$\frac{\vec{F}_{12}}{m_1} - \frac{\vec{F}_{21}}{m_2} = \frac{d^2\vec{r}_1}{dt^2} - \frac{d^2\vec{r}_2}{dt^2}$$

$$= \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \qquad (2.22)$$

ସମୀକରଣ (2.19) ବ୍ୟବହାର କରି, ସମୀକରଣ (2.22) ଏପରି ହୋଇଯାଏ

$$\vec{F}_{12}\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

କିମ୍ବା , $$\frac{\vec{F}_{12}}{\mu} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

ଯେଉଁଠାରେ, μ ସମାନୀତ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ ଏହାଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଏ

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$$

କିମ୍ବା, $$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \qquad (2.23)$$

ତେଣୁ $$\vec{F}_{12} = \mu \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \qquad (2.24)$$

ବିଶେଷ ଭାବରେ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର ଏହି ଗାଣିତିକବ୍ୟାଖ୍ୟା $\vec{F}_{12}$ ପାଇଁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇପାରିବ। ସମୀକରଣ (2.24)ରେ μ ହେଉଛି ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଆଡକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ଏକ ଆକର୍ଷଣୀୟ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳପାଇଁ ମୂଳବିନ୍ଦୁ O ର ସାପେକ୍ଷ ସ୍ଥିତି ସଦିଶ $\vec{r}$ ସହିତ ଏକ ସମାନୀତ ବସ୍ତୁର ସମାନୀତ ବସ୍ତୁତ୍ୱ।

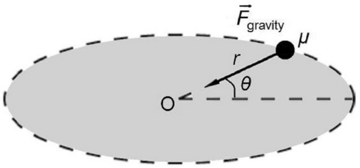
ତେଣୁ, ମୌଳିକ ଦୁଇ-ବସ୍ତୁ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ସମସ୍ୟା, ସମାନୀତ ବସ୍ତୁତ୍ୱ μ ସହ ଏକକ-ବସ୍ତୁ ସମସ୍ୟାକୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ ଯାହା ସମାନୀତ ବସ୍ତୁ ଓ ଉତ୍ପତ୍ତି ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା $\vec{r}$ ସହ ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟବଳ $-\vec{F}_{12}$ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଭାବିତ।

ଏଠାରେ ଏହି ପୁନଃନିର୍ମାଣରେ, କୌଣସି ଏକ ବସ୍ତୁ ଉତ୍ପତ୍ତିରେ ଅବସ୍ଥିତ ନୁହେଁ। ଯେଉଁଠି, $\vec{r}$ ଦୁଇ-ବସ୍ତୁ ସମସ୍ୟାରେ ମୂଳ ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଆପେକ୍ଷିକ ଦୂରତା ସହ ସମାନ।

2.9 ଶକ୍ତି ଏବଂ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ (ENERGY AND ANGULAR MOMENTUM)

ଧରାଯାଉ ଏକ ସମାନୀତ ବସ୍ତୁ ସମାନୀତ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସହ ଯାହା ତ୍ରିଜ୍ୟା ଆକର୍ଷିତ ବଳ ପ୍ରଭାବରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁ ଚାରିପଟେ ଘୁରିବୁଲେ। ସମତୁଲ୍ୟ ଏକକ-ବସ୍ତୁ ସମସ୍ୟାପାଇଁ ଉତ୍ପତ୍ତି (origin) O ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଗତିର ଉଭୟ, ଶକ୍ତି (E) ଏବଂ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ (L) ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଅଟନ୍ତି। E ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ କାରଣ ସମାନୀତ ବସ୍ତୁଉପରେ କୌଣସି ବାହ୍ୟବଳ ପ୍ରଭବିତ କରୁନାହିଁ ଏବଂ O ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ L ସ୍ଥିରାଙ୍କ କାରଣ କେବଳ ଏକମାତ୍ର ବଳ ଉତ୍ପତ୍ତି ଆଡକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ଥାଏ। ତେଣୁ ସେହି ବଳ ହେତୁ ଉତ୍ପତ୍ତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି

ଶୂନ (ଚିତ୍ର 2.5)। ଯେହେତୁ, L ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ; ସମାନୀତ ବସ୍ତୁର କକ୍ଷପଥ, L ସଦିଶ ସହ ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥାନ କରେ ଯାହା ଏହି ସମତଳକୁ ସମକୋଣ ଭାବେ ସୂଚିତ କରେ।



ଚିତ୍ର 2.5: ପୋଲାର ସଂଯୋଜନା ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ସମାନୀତ ବସ୍ତୁର ଗତି

ଧରାଯାଉ, (r,θ) ଉତ୍ପତ୍ତି (origin) O ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମାନୀତ ବସ୍ତୁର ପୋଲାର ସଂଯୋଜନା ଏବଂ ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତୁ ଯେ,

$$\vec{F}_{gravity} = -\vec{F}_{12} \quad (2.25)$$

ଯେହେତୁ, ବଳ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ, ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ଏପରି ଦର୍ଶାଯାଏ: $U(r) = -\frac{Gm_1m_2}{r}$, ଏହି ଅନୁମାନ ସହିତ, ଅସୀମରେ, ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) $U(\infty) = 0$

ସମୁଦାୟ ଶକ୍ତି ହେଉଛି ଗତିଜ ଶକ୍ତି (KE)ଏବଂ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE)ର ମିଶ୍ରଣ ଅଟେ ଏବଂ ଏହା ଏପରି ଦିଆଯାଇଛି।

$$E = \frac{1}{2}\mu v^2 - \frac{Gm_1m_2}{r} \quad (2.26)$$

ଯେଉଁଠାରେ ଗତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ହେଉଛି $\frac{1}{2}\mu v^2$, μ ହେଉଛି ସମାନୀତ ବସ୍ତୁତ୍ୱ

ଏବଂ v ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଆପେକ୍ଷିକ ବେଗ ଏପରି ଲେଖାଯାଏ ,

$$v^2 = v_r^2 + v_\theta^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

ଏଠାରେ, $v_r = \frac{dr}{dt}$ ପରିବେଗର ତ୍ରିଜ୍ୟ ଉପାଦାନ ଏବଂ ପରି $v_\theta = r\frac{d\theta}{dt}$ ବେଗର କ୍ରସ୍- ତ୍ରିଜ୍ୟ ଉପାଦାନ |

ତେଣୁ, $$E = \frac{1}{2}\mu\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right] - \frac{Gm_1m_2}{r} = \frac{1}{2}\mu\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right) - \frac{Gm_1m_2}{r} \quad (2.27)$$

କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ପାରିମାଣ, କେନ୍ଦ୍ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସାପେକ୍ଷ, ଏପରି ହେବ

$$L = \mu r v_\theta = \mu r^2\frac{d\theta}{dt} = \mu r^2\dot{\theta} \quad (2.28)$$

ଉଦାହରଣ 2.5 ଏକ ବସ୍ତୁ ଏକ ସ୍ପାଇରାଲ୍ କକ୍ଷପଥ ଅନୁସରଣ କରେ ଯାହା, $r = c\theta^2$ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ବଳ ଅଧୀନରେ। ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ଏପରି କକ୍ଷପଥ କେବଳ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ଭବ। ବଳ ନିୟମର ରୂପ ମଧ୍ୟ ବାହାର କର।

ସମାଧାନ:

सर्पिल कक्षा का समीकरण है, $u = \frac{1}{r} = \frac{1}{c\theta^2}$

ଯେଉଁଠାରେ u व्युत्क्रम निर्देशांक है।

ତେଣୁ, $\frac{du}{d\theta} = -\frac{2}{c\theta^3}$ ଏବଂ $\frac{d^2u}{d\theta^2} = \frac{6}{c\theta^4}$

କୁଣ୍ଡଳୀୟ କକ୍ଷପଥ ସମୀକରଣ ଏପରି ଦିଆଯାଏ,

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = -\frac{mF(1/u)}{L^2u^2}$$

କିମ୍ବା, $$F(1/u) = -\frac{L^2u^2}{m}\left(\frac{d^2u}{d\theta^2} + u\right)$$

ଉଦାହରଣ 2.5

କିମ୍ବା, $$F(1/u) = -\frac{L^2u^2}{m}\left(\frac{6}{c\theta^4} + \frac{1}{c\theta^2}\right)$$

କିମ୍ବା, $$F(r) = -\frac{L^2}{mr^2}\left(\frac{6}{c\theta^4} + \frac{1}{c\theta^2}\right)$$

କିମ୍ବା, $$F(r) = -\frac{L^2}{m}\left[\frac{6c}{\left(c\theta^2\right)^4} + \frac{1}{\left(c\theta^2\right)^3}\right] = -\frac{L^2}{m}\left[\frac{6c}{r^4} + \frac{1}{r^3}\right]$$

ଯାହା ହେଉଛି ବଳ ନିୟମର ଆବଶ୍ୟକ ରୂପ। ଯେହେତୁ, ବଳ F (r) କେବଳ r ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ, ତେଣୁ ଏହା ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ।

ଉଦାହରଣ 2.5

2.10 ସମାନୀତ ବସ୍ତୁର କକ୍ଷପଥପାଇଁ ସମୀକରଣ (Equation For The Orbit Of Reduced Body)

ସମୀକରଣ (2.15)ରୁ ଆମେ ପାଇଥାଉ ସମାନୀତ ବସ୍ତୁର କକ୍ଷପଥପାଇଁ ସମୀକରଣ

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{\mu G m_1 m_2}{L^2} \tag{2.29}$$

ସମୀକରଣ (2.29) ଗାଣିତିକ ଭାବରେ ଡାହାଣ ହାତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳନ ସମୀକରଣ ସହିତ ସମାନ। ସମୀକରଣ (2.29)ର ସମାଧାନର ଦୁଇଟି ଅଂଶ ଥାଏ,

i) କୋଣ-ନିରପେକ୍ଷ ଅସମାଙ୍ଗୀ (angle-independent inhomogeneous)ସମାଧାନ $u_0 = \frac{\mu G m_1 m_2}{L^2}$ ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରୁଛି,

ii) ଏକ ଜ୍ୟାବ୍ରକୀୟ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମାଙ୍ଗୀ (sinusoidally) ସମାଧାନ ଯେପରି $u_1(\theta) = A\cos(\theta - \theta_0)$; ଯେଉଁଠାରେ A ଏବଂ θ_0 ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଯାହା କକ୍ଷପଥର ପ୍ରକୃତିରୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରାଯାଇପାରିବ।

ଯେହେତୁ, $u_0 = \frac{1}{r_0}$

$$\therefore \quad r_0 = \frac{L^2}{\mu G m_1 m_2} \tag{2.30}$$

ଏହାକୁ କକ୍ଷପଥର ଅର୍ଦ୍ଧ ଲଟସ୍ ରେକ୍ଟମ୍ (semi latus rectum) କୁହାଯାଏ । ସମୀକରଣ (2.29) ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ସମାଧାନ ଏହିପରି ହୋଇପାରେ,

$$u = u_0 + u_1 = \frac{1}{r_0} + A\cos(\theta - \theta_0) = \frac{1}{r_0}\left[1 + r_0 A\cos(\theta - \theta_0)\right] \tag{2.31 (a)}$$

କିମ୍ବା,
$$r = \frac{r_0}{1 + r_0 A\cos(\theta - \theta_0)} \tag{2.31 (b)}$$

ଆସ ବାଛିବା
$$A = \frac{\varepsilon}{r_0}, \tag{2.32}$$

ଯେଉଁଠାରେ ଏହା ଉତ୍‌କେନ୍ଦ୍ରତା (eccentricity)
$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2\mu E r_0^2}{L^2}} = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{\mu(G m_1 m_2)^2}} \tag{2.33}$$
ଏବଂ $\theta_0 = \pi$ ହିଁ।

ତେଣୁ, ସମୀକରଣ (2.31) (ଖ) ଏପରି ଲେଖାଯାଇପାରିବ,

$$r = \frac{r_0}{1 - \varepsilon\cos\theta} \tag{2.34}$$

ପୁନର୍ବାର , r_0 ବ୍ୟବହାର କରି ସମୀକରଣ (2.30), ଆମର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ହେବ,

$$L = (\mu G m_1 m_2 r_0)^{\frac{1}{2}} \tag{2.35}$$

ଏବଂ r_0 ଏବଂ ε ବ୍ୟବହାର କରି ସମୀକରଣ (2.33) ଏବଂ ସମୀକରଣ (2.35)ରୁ ଆମେ ଶକ୍ତି ଏପରି ପାଇବା,

$$E = \frac{G m_1 m_2 \left(\varepsilon^2 - 1\right)}{2r_0} \tag{2.36}$$

ସମୀକରଣ (2.34) ଏକ ସାଧାରଣ ଶଙ୍କୁ ଖଣ୍ଡ (conic section) ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ଏବଂ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ରୂପାନ୍ତରଣ ଯୋଗୁଁ, $x = r\cos\theta$ ଏବଂ $y = r\sin\theta$, ଏହା ସହିତ $r^2 = x^2 + y^2$, କକ୍ଷପଥ ସମୀକରଣକୁ ପୁନଃଲିଖିତ କରାଯାଇପାରିବ,

$$r = r_0 + \varepsilon r\cos\theta$$

କିମ୍ବା,
$$\left(x^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}} = r_0 + \varepsilon x$$

କିମ୍ବା,
$$x^2 + y^2 = r_0^2 + 2\varepsilon x r_0 + \varepsilon^2 x^2$$

କିମ୍ବା,
$$x^2(1 - \varepsilon^2) - 2\varepsilon x r_0 + y^2 = r_0^2 \tag{2.37}$$

ଏହା ହେଉଛି ଏକ ଶଙ୍କୁଖଣ୍ଡ ସାଧାରଣ ଗାଣିତିକ ବ୍ୟାଖ୍ୟା ଯାହାର ଅକ୍ଷ X-ଦିଗରେ ଅଟେ । ସମୀକରଣ (2.30) ଅନୁସାରେ $r_0 > 0$ ଏକ ଦିଆଯାଇଥିବା ଅଣ-ଶୂନ୍ୟ L ର ଅନୁରୂପ, ର ମୂଲ୍ୟଦ୍ୱାରା ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି ହୋଇଛି,

ପରିସ୍ଥିତି 1: ଯେବେ $\varepsilon = 1, E = E_{min} < 0$ ଏବଂ $r = r_0$, ସମୀକରଣ (2.37) ଏପରି ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଥିବ,

$x^2 + y^2 = r_0^2$; ଏହା ଏକ ବୃତ୍ତ (circle)ର ସମୀକରଣକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ।

ପରିସ୍ଥିତି 2: ଯେବେ $0 < \varepsilon < 1, E_{min} < E < 0$] ସମୀକରଣ (2.37) ଏକ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତ (ellipse) ବର୍ଣ୍ଣନା କରେ ଯାହା ଏପରି ଦିଆଯାଇଛି $y^2 + Ax^2 - Bx = k$; ଯେଉଁଠାରେ A > 0 ଏବଂ k ଏକ ଯୁକ୍ତ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ।

ପରିସ୍ଥିତି 3: ଯେବେ $\varepsilon = 1, E = 0$, ସମୀକରଣ (2.37) ଏକ ପରିବଳୟ (parabola)କୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରେ, ଯାହା ଏପରି ଦିଆଯାଇଛି

$$x = \frac{y^2}{2r_0} - \frac{r_0}{2}$$

ପରିସ୍ଥିତି 4: ଯେବେ $\varepsilon > 1, E > 0$] ସମୀକରଣ (2.37) ଏକ ଅତିପରିବଳୟ (hyperbola)କୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରେ ଯାହା ଏପରି, ଦିଆଯାଇଛି $y^2 + Ax^2 - Bx = k$; ; ଯେଉଁଠାରେ A > 0 ଏବଂ k ଏକ ଯୁକ୍ତ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ।

2.11 ଶକ୍ତି ସମୀକରଣ ଏବଂ ଶକ୍ତି ଚିତ୍ର (ENERGY EQUATION AND ENERGY DIAGRAMS)

ସମୀକରଣ (2.27)ରୁ ଜଣାଯାଏ,

$$E = \frac{1}{2}\mu\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right) - \frac{Gm_1m_2}{r} = \frac{1}{2}\mu v^2 + \frac{1}{2}\mu r^2\dot{\theta}^2 - \frac{Gm_1m_2}{r} \quad (2.38)(a)$$

ପୁନର୍ବାର, ସମୀକରଣ (2.22) ବ୍ୟବହାର କରି, ଆମେ ଜାଣୁ ,

$$L = \mu r^2\dot{\theta}$$

ତେଣୁ, ସମୁଦାୟ ଶକ୍ତି ହେବ,

$$E = \frac{1}{2}\mu v^2 + \frac{L^2}{2\mu r^2} - \frac{Gm_1m_2}{r} = K_{eff} + U_{eff} \quad (2.38)(b)$$

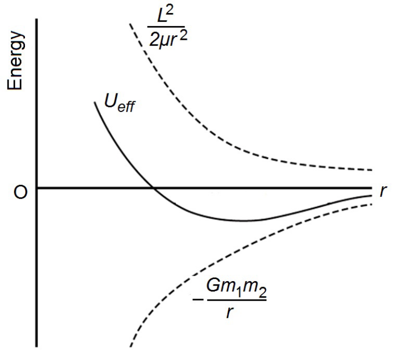
ଯେଉଁଠାରେ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE) ଏପରି ଦିଆଯାଏ,

$$U_{eff} = \frac{L^2}{2\mu r^2} - \frac{Gm_1m_2}{r} \quad (2.39)$$

ଏବଂ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ଗତିଜ ଶକ୍ତି (KE) ହେଉଛି

$$K_{eff} = \frac{1}{2}\mu v^2 \quad (2.40)$$

U_{eff} ର r ସହ ଭିନ୍ନତା (variation), ଚିତ୍ର 2.6 ରେ ଦେଖାଯାଇଛି। ଉପର ଚରମ ବକ୍ର $\frac{1}{r^2}$ ଅନୁସାରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଥାଏ, ଏବଂ ନିମ୍ନ ଚରମ $-\frac{1}{r}$ ଅନୁସାରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଥାଏ । ସମିଷ୍ଟି U_{eff} ମଧ୍ୟମ ବକ୍ରଦ୍ୱାରା ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଏ।



ଚିତ୍ର 2.6: ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତିର ଭିନ୍ନତା

ଯେତେବେଳେ $K_{eff} = 0$, U_{eff} ର ସର୍ବନିମ୍ନ ମୂଲ୍ୟ $r = r_0$ ଠାରେ ହେବ , ସମୁଦାୟ ଶକ୍ତି ପ୍ରଭାବଶାଳୀ PE ସହିତ ସମାନ ହେବ ,

$$E = U_{eff} = \frac{L^2}{2\mu r^2} - \frac{Gm_1m_2}{r} \tag{2.41}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, PE, ବଳଦ୍ୱାରା କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟର ବିଯୁକ୍ତ ବ୍ୟୁତ୍ପନ୍ନ ବୋଲି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି |

ଏକକ-ବସ୍ତୁ ସମସ୍ୟାକୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ କରିବାପାଇଁ, ଏହି U_{eff} ବ୍ୟବହାର କରି, ଆମେ ଏକ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ବଳ ପ୍ରବର୍ତ୍ତନ କରିପାରିବା $\vec{F}_{eff}$ ସେପରି

$$U^B_{eff} - U^A_{eff} = -\int_A^B \vec{F}_{eff} . d\vec{r} = -\int_A^B (F_r)_{eff} . dr$$

ପୁନର୍ବାର, $$U^B_{eff} - U^A_{eff} = \int_A^B \frac{dU_{eff}}{dr} dr$$

ତୁଳନା କରି ଆମେ ପାଇଲୁ ଯେ $\vec{F}_{eff}$, ର ତ୍ରିଜ୍ୟ ଉପାଦାନ ହେଉଛି, U_{eff}ର ବିଯୁକ୍ତ ଅବକଳନ ଅଟେ , ଅର୍ଥାତ୍,

$$(F_r)_{eff} = -\frac{dU_{eff}}{dr} \tag{2.42}$$

ବାହାର କରାଯାଇଥିବା PE, ଏକକ ବିସ୍ତାରରେ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ ସମାନୀତ ବସ୍ତୁର PE ହୋଇଥାଏ । ଏହା କେବଳ r ର ଫଳନ ହୋଇଥାଏ ଏବଂ θ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ ।

$$(F_r)_{eff} = -\frac{dU_{eff}}{dr} = -\frac{d}{dr}\left(\frac{L^2}{2\mu r^2} - \frac{Gm_1m_2}{r}\right) = \frac{L^2}{\mu r^3} - \frac{Gm_1m_2}{r^2} \tag{2.43}$$

ତେଣୁ, ସମାନୀତ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ଦୁଇଟି ବଳ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛନ୍ତି, $(F_r)_{eff} = (F_r)_g + (F_r)_c$

ଯେଉଁଠାରେ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ କେନ୍ଦ୍ରପ୍ରସାରୀ ବଳ, $(F_r)_c = \frac{L^2}{\mu r^3}$

ଏବଂ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳ , $(F_r)_g = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}$

2.11.1 ବୃତ୍ତୀୟ,ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ, ପରିବଳୟାକାର ଏବଂ ଅତିପରିବଳୟାକାର କକ୍ଷପଥ

(Circular, Elliptic, Parabolic and Hyperbolic Orbits)

ଶ୍ରେଣୀ 1: ବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥ ($E = E_{min}$)

ସର୍ବନିମ୍ନ ଶକ୍ତି ସ୍ତର, E_{min}, ସାପେକ୍ଷ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ସର୍ବନିମ୍ନ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି (PE), ଅର୍ଥାତ୍,

$$E_{min} = (U_{eff})_{min}$$

ଯେତେବେଳେ ଏହି ସର୍ତ୍ତ ଲାଗୁହୁଏ , ପ୍ରଭାବଶାଳୀ KE ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଅର୍ଥାତ୍,

$$K_{eff} = \frac{1}{2}\mu\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = 0$$

ତେଣୁ, କ୍ଷତ୍ରିୟ ପରିବେଗ v_r ଶୂନ ଅଟେ, ତେଣୁ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବିନ୍ଦୁରୁ ଦୂରତା r ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ, ଯାହା ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥପାଇଁ ଏକ ସର୍ତ୍ତ ଅଟେ । ସର୍ବନିମ୍ନ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ PEପାଇଁ ସର୍ତ୍ତ ହେଉଛି,

$$0=\frac{dU_{eff}}{dr}=-\frac{L^2}{\mu r^3}+\frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

ଯାହା ସମାଧାନ ହେଲେ ଆମେ ପାଇଥାଉ,

$$r=r_0=\frac{L^2}{Gm_1m_2} \tag{2.44}$$

ଶ୍ରେଣୀ 2: ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥ $(E_{\min}<E<0)$

ଯେବେ $K_{eff}=0$, ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ହେଉଛି $E=U_{eff}$. ବର୍ତ୍ତମାନ, $\frac{dr}{dt}=0$, ନିକଟତମ କିମ୍ବା ଦୂରତମ ସାନ୍ନିଧ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ (ଚିତ୍ର 2.6) । ଏହି ସର୍ତ୍ତ ଏକ କକ୍ଷପଥପାଇଁ r ର ସର୍ବାଧିକ ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ସର୍ବନିମ୍ନ ମୂଲ୍ୟକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ଯାହା ବାସ୍ତବରେ ଏକ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ (elliptical) ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, ପୁନଃଲିଖନ କରି, $E=\frac{L^2}{2\mu r^2}-\frac{Gm_1m_2}{r}$, ଦୂରତା r ପାଇଁ ଆମେ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ (quadratic equation) ପାଇଥାଉ, ଯେପରି,

$$r^2+\frac{Gm_1m_2}{E}r-\frac{L^2}{2\mu E}=0 \tag{2.45}$$

ସମୀକରଣର ଦୁଇଟି ମୂଳରାଶି (roots) ହେଉଛି,

$$r=-\frac{Gm_1m_2}{2E}\pm\left\{\left(\frac{Gm_1m_2}{2E}\right)^2+\frac{L^2}{2\mu E}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

କିମ୍ବା,
$$r=-\frac{Gm_1m_2}{2E}\left[1\pm\left\{1+\frac{2EL^2}{\mu(Gm_1m_2)^2}\right\}^{\frac{1}{2}}\right]$$

କିମ୍ବା,
$$r=-\frac{Gm_1m_2}{2E}(1\pm\varepsilon) \quad \text{[समी. (2.33) का उपयोग करने पर]} \tag{246}$$

ତେଣୁ,
$$\frac{r_0}{1-\varepsilon^2}=\frac{\frac{L^2}{\mu Gm_1m_2}}{1-\left[1+\frac{2L^2E}{\mu(Gm_1m_2)^2}\right]}=\frac{\frac{L^2}{\mu}}{-\frac{2L^2E}{\mu(Gm_1m_2)^2}}=-\frac{Gm_1m_2}{2E} \tag{2.47}$$

ସମୀକରଣ (2.47)କୁ ସମୀକରଣ (2.46)ରେ ବ୍ୟବହାର କରି, ଆମେ ନିକଟତମ ଏବଂ ଦୂରତମ ବିନ୍ଦୁପାଇଁ ଗାଣିତିକ ବ୍ୟାଖ୍ୟା ଏହିପରି ପାଇଥାଉ,

$$r=\frac{r_0}{1-\varepsilon^2}(1\pm\varepsilon) \tag{2.48}$$

ଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନ ନିକଟତମ ସାନ୍ନିଧ ଦୂରତା ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ,

$$r = r_{min} = \frac{r_0}{1+\varepsilon} \quad (2.49)$$

ଏବଂ ବିଯୁକ୍ତ ଚିହ୍ନ ଦୂରତମ ସାନ୍ନିଧ ଦୂରତା ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ,

$$r = r_{max} = \frac{r_0}{1-\varepsilon} \quad (2.50)$$

ଶ୍ରେଣୀ 3: ପରିବଳୟ କକ୍ଷପଥ (E = 0)

ଯଦି E = 0, ପ୍ରଭାବଶାଳୀ PE ଶୂନ ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ହୁଏ ($r \to \infty$), ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ଯେତେବେଳେ ଦୂରତା r ଅସୀମର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ହୁଏ ($r \to \infty$). ଯେହେତୁ ସମୁଦାୟ ଶକ୍ତି ଶୂନ ଅଟେ, ଯେବେ $r \to \infty$, KE ମଧ୍ୟ ଶୂନ୍ୟ ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ହୁଏ, $K_{eff} \to 0$. ଏହା ଏକ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥ ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅଟେ । ବର୍ତ୍ତମାନ, ଏକ ବସ୍ତୁର ଗ୍ରହରୁ ପଳାୟନ (escape) ପାଇଁ, ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଶକ୍ତି E = 0 ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ । (ଆମେ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିଛୁ, ଅସୀମରେ $U_{eff} = 0$)। ଏହି ପଳାୟନ ବେଗ ସର୍ତ୍ତ, ଏକ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥ ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅଟେ ।

ଏକ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥପାଇଁ, ବସ୍ତୁର ନିକଟତମ ସାନ୍ନିଧ ଦୂରତା ମଧ୍ୟ ଅଛି । ଏହି ଦୂରତା r_{par} ସମାଧାନ କରି ପ୍ରାପ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ,

$$E = U_{eff} = \frac{L^2}{2\mu r^2} - \frac{Gm_1m_2}{r} = 0 \quad (2.51)$$

ଯେପରି,

$$r_{par} = \frac{L^2}{2\mu Gm_1m_2} = \frac{1}{2r_0} \quad (2.52)$$

ବାସ୍ତବରେ ମୂଳବିନ୍ଦୁଠାରୁ ନ୍ୟୁନତମ ଦୂରତା ଅର୍ଥାତ୍, ପରିବଳୟର ଫୋକସ୍, ଅର୍ଦ୍ଧ-ଲୋଟସ୍ ରେକ୍ଟମ୍ ର ଅଧା ସହିତ ସମାନ ହୁଏ, ଏହା ପରିବଳୟର ଏକ ମୌଳିକ ଗୁଣ ।

ଶ୍ରେଣୀ 4: ଅତିପରିବଳୟ କକ୍ଷପଥ (E > 0)

ଯେତେବେଳେ, E > 0, ଏହି ସୀମାରେ $r \to \infty$ $K_{eff} > 0$ । ଏହା ଏକ ଅତିପରିବଳୟ କକ୍ଷପଥ ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ଅଟେ । ଏଠାରେ ନିକଟତମ ସାନ୍ନିଧ ସର୍ତ୍ତ, ସମୀକରଣ (2.51) ସହିତ ସମାନ, ଏହା ବ୍ୟତୀତ ବର୍ତ୍ତମାନ, E ଏକ ସକରାତ୍ମକ, ଯାହା କେବଳ ସମୀକରଣ (2.45)ର ଗୋଟିଏ ସକରାତ୍ମକ ସମାଧାନ ଏହି ଅତିପରିବଳୟ କକ୍ଷପଥପାଇଁ ନିକଟତମ ସାନ୍ନିଧ ଦୂରତା ହେବ,

$$r_{hyp} = \frac{r_0}{1+\varepsilon} \quad (2.53)$$

ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଶକ୍ତି ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ନାହିଁ ଏବଂ ସମୀକଣ (2.33)ରୁ, ଯେହେତୁ ସମାନୀତ ବସ୍ତୁର ଶକ୍ତି ବୃଦ୍ଧି ପାଇବ, ତେବେ, ଉତ୍କେନ୍ଦ୍ରତା ବୃଦ୍ଧି ପାଇବ ଏବଂ ତେଣୁ ନିକଟତମ ସାନ୍ନିଧର ଦୂରତା ହ୍ରାସ ହୁଏ।

2.12 ଗ୍ରହମାନଙ୍କ ଗତିର ନିୟମାବଳୀ (LAWS OF PLANETARY MOTION)

କେପଲର ଗ୍ରହଗୁଡ଼ିକର ଗତିକୁ ବହୁତ ବିସ୍ତୃତ ଭାବରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଥିଲେ ଏବଂ ତିନୋଟି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ନିୟମ ଆକାରରେ ତାଙ୍କର ଅନୁସନ୍ଧାନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିଲେ, ଯାହା ଗ୍ରହମାନଙ୍କ ଗତିର ନିୟମାବଳୀ ଭାବରେ ଜଣାଯାଏ । ଏହି ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ଗ୍ରହମାନଙ୍କ ଗତିର ଏକ ସରଳ କିନ୍ତୁ ସଠିକ୍ ବର୍ଣ୍ଣନା ଦେଇଥାଏ ଏବଂ ଏହା ଏପରି ଭାବରେ ବର୍ଣ୍ଣିତ ହୋଇଛି ଯେପରି ନ୍ୟୁଟନ୍ ତାଙ୍କର ପ୍ରସିଦ୍ଧ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣର ନିୟମ ଆବିଷ୍କାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିଥିଲେ ।

2.12.1 କେପଲରଙ୍କ ପ୍ରଥମ ନିୟମ (Kepler's First Law)

ସବୁ ଗ୍ରହ ସୂର୍ଯ୍ୟର ଚାରିପାଖରେ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥରେ ଗତି କରନ୍ତି, ଯାହାର ଗୋଟିଏ ଫୋକସରେ ସୂର୍ଯ୍ୟ ଅବସ୍ଥାନ କରନ୍ତି ।

ଯେତେବେଳେ $E < 0$, ସମୀକରଣ (2.33)ରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, $0 \le \varepsilon < 1$. ଏହି କକ୍ଷପଥଗୁଡ଼ିକ ବୃତ୍ତକାର (circles) କିମ୍ବା ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତାକାର (ellipses) । ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥ ନିୟମ କେବଳ ସେତେବେଳେ ସତ୍ୟ ହେବ, ଯେତେବେଳେ ସେଠାରେ ଏକକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ଥାଏ ଏବଂ ବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡର ଅନ୍ୟ ବସ୍ତୁ ହେତୁ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଜନିତ ପାରସ୍ପରିକ କ୍ରିୟାର କୌଣସି ଗୁରୁତ୍ୱ ନାହିଁ ।

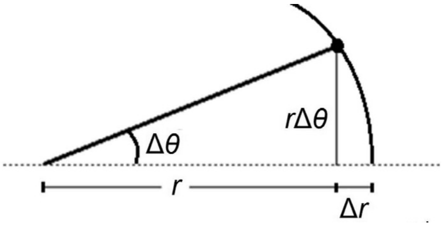
2.12.2 କେପଲରଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ (Kepler's Second Law)

ସୂର୍ଯ୍ୟଠାରୁ ଯେକୌଣସି ଗ୍ରହ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସଦିଶ ସମାନ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଆବୃତ୍ତ କରେ । ବର୍ତ୍ତମାନ, ତ୍ରିଭୁଜମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ମିଶ୍ରଣ (ଚିତ୍ର 2.7), ଛୋଟ $\Delta\theta$ ସୀମାରେ ଏପରି ଦିଆଯାଇଛି,

$$\Delta A = \frac{1}{2}(r\Delta\theta)r + \frac{r\Delta\theta}{2}\Delta r$$

ତେଣୁ, ହାରାହାରି କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାର Δt ସମୟରେ ଅଟେ,

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2}\frac{r\Delta\theta}{\Delta t}\cdot r + \frac{r\Delta\theta}{2}\frac{\Delta r}{\Delta t}$$



ଚିତ୍ର 2.7: କେପଲରଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମର ବର୍ଣ୍ଣନା

ଯେହେତୁ, $\Delta t \to 0, \Delta\theta \to 0$, ଏବଂ $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}r^2\frac{d\theta}{dt}$ (2.54)

ପୁନର୍ବାର ଆମେ ଜାଣୁ, $\frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{\mu r^2}$

ତେଣୁ, $$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2\mu} \tag{2.55}$$

ଯେହେତୁ, L ଏବଂ μ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଅଟେ, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପରିବର୍ତ୍ତନର ସମୟ ହାର ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଅଟେ ଅର୍ଥାତ୍, ସମାନ ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଆବୃତ କରେ ।

2.12.3 କେପଲରଙ୍କ ତୃତୀୟ ନିୟମ (Kepler's Third Law)

ଗ୍ରହର ପରିକ୍ରମା ସମୟ ଅବଧିର ବର୍ଗ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥର ଅର୍ଦ୍ଧ-ପ୍ରମୁଖ (semi-major)ଅକ୍ଷର ଘନ ସହିତ ଆନୁପାତିକ ଅଟେ । $\left(T^2 \propto a^3\right)$

ସମୀକରଣ (2.55)ରୁ ଆମେ ଏହାକୁ ଏହି ରୂପରେ ଲେଖିପାରିବା, $2\mu\frac{dA}{dt} = L$

ସମାକଳନ କରିବାପରେ, ଆମେ ପାଇଥାଉ, $\int_C 2\mu dA = \int_0^T L dt$

କିମ୍ବା, $$T = \frac{2\pi\mu ab}{L} \tag{2.56}$$

କେଉଁଠାରେ T କକ୍ଷପଥର ଅବଧି। ଏକ ଉପବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥପାଇଁ, $A = \pi ab$; କେଉଁଠାରେ a ଏବଂ b ଯଥାକ୍ରମେ ଅର୍ଦ୍ଧ-ପ୍ରମୁଖ ଅକ୍ଷ ଏବଂ ଅର୍ଦ୍ଧ-ଗୌଣ (semi-minor) ଅକ୍ଷ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, $$T^2 = \frac{4\pi^2 \mu^2 a^2 b^2}{L^2}$$

ପୁନର୍ବାର ସମୀକରଣ (2.35) ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ପାଇବା,

$$L^2 = \mu G m_1 m_2 r_0 = \mu G m_1 m_2 a(1-\varepsilon^2)$$

ତେଣୁ, $$T^2 = \frac{4\pi^2 \mu^2 a^2 b^2}{\mu G m_1 m_2 a\left(1-\varepsilon^2\right)}$$

କେପଲରଙ୍କ ନିୟମ ଉପରେ ଅଧିକ ଜାଣିବାପାଇଁ

ପୁନର୍ବାର, ଅର୍ଦ୍ଧ-ଗୌଣ ଅକ୍ଷଦ୍ୱାରା ଏପରି ଦିଆଯାଏ,

$$b = \sqrt{\frac{aL^2}{\mu G m_1 m_2}}$$

ତେଣୁ, $$T^2 = \frac{4\pi^2 \mu^2 a^3}{\mu G m_1 m_2} = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1+m_2)} \quad \text{[ସମୀକରଣ (2.23)ବ୍ୟବହାର କରି]} \qquad (2.57)$$

2.13 ଉପଗ୍ରହ କୌଶଳ (SATELLITE MANEUVERS)

ଆମେ ବିଚାର କରିବା ଯେ , ଏକ ଉପଗ୍ରହ ଯାହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ms ପ୍ରାରମ୍ଭରେ ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥରେ ଅଛି , ଯାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ,ଏହା ପୃଥିବୀ ଚାରିପାଖରେ ପରିକ୍ରମା କରୁଛି, ଯାହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ M_e ଏବଂ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ Re , Me >> m_s.

ବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥପାଇଁ ତ୍ୱରଣର ପରିମାଣ ହେଉଛି $\frac{v^2}{r}$ ଏବଂ ତେଣୁ ଉପଗ୍ରହର ଗତିପାଇଁ, ବଳର ସମୀକରଣ, କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ସହିତ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳକୁ ସନ୍ତୁଳିତ କରି ପ୍ରାପ୍ତ ହେବ।

ଏହିପରି, $$\frac{m_s v^2}{r} = \frac{G m_s M_e}{r^2}$$

ତେଣୁ, $$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \qquad (2.58)$$

ତେଣୁ, ସମୁଦାୟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ହେଉଛି,

$$E = -\frac{GM_e m_s}{r} + \frac{1}{2} m_s v^2 = -\frac{GM_e m_s}{2r} \quad \text{[ଧରାଯାଉ } U(r) \to 0 \text{ ଯେହେତୁ } r \to \infty \text{]} \qquad (2.59)$$

ମନେକର, କକ୍ଷୀୟ ପରିଚାଳନା (orbital maneuver)ର ପରିମାଣ ସ୍ୱରୂପ ଉପଗ୍ରହ ପ୍ରକ୍ଷେପ ବକ୍ର ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଛି। ଏହା ଅଳ୍ପ ସମୟ ଅବଧିପାଇଁ ରକେଟ୍ ଫାୟାରିଂ ଦ୍ୱାରା କରାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ଏହାଦ୍ୱାରା ଉପଗ୍ରହର ଟେନଜେନ୍ସିଏଲ୍ ବେଗ ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଇପାରିବ। ମନେକର, ପୃଥିବୀଠାରୁ ଅତ୍ୟଧିକ ଦୂରତା, ଯାହା ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥର ଅପଭୂ (apogee) ଭାବରେ ଜଣାଯାଏ, ନିକଟତମ ସାନ୍ନିଧରର ତିନି ଗୁଣ ଅଟେ ଅର୍ଥାତ୍, ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ ପେରିଜି (perigee) ଅଟେ। ତେଣୁ,

$$r_a = 3r_p = 3r$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣରୁ ଆମେ ଜାଣୁ $r_p v_p = r_a v_a$

କିମ୍ବା, $rv_p = 3rv_a$

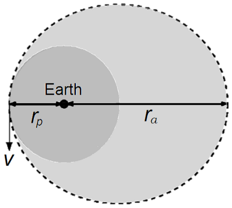
ତେଣୁ, $v_a = v_p/3$

ସର୍ତ୍ତ ଏହା ଯେ, ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଅଟେ ,ତା'ପରେ ହୋଇଥାଏ,

$$\frac{1}{2}m_s v_p^2 - \frac{Gm_sM_e}{r} = \frac{1}{2}m_s v_a^2 - \frac{Gm_sM_e}{r_a} = \frac{1}{2}m_s\left(\frac{v_p}{3}\right)^2 - \frac{Gm_sM_e}{3r}$$

କିମ୍ବା, $$\frac{4}{9}v_p^2 = \frac{2GM_e}{3r}$$

କିମ୍ବା, $$v_p = \sqrt{\frac{3GM_e}{2r}} \qquad (2.60)$$



ଚିତ୍ର 2.8: ଉପଗ୍ରହ କୌଶଳ (ମାନୁଭର୍ସ)

ତେଣୁ, $v_p > v$

ରକେଟ୍ ଜଳିବା ପରେ, ଅନ୍ତିମ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ହେଉଛି,

$$E_f = -\frac{GM_em_s}{r} + \frac{1}{2}m_s v_p^2 = -\frac{GM_em_s}{r} + \frac{3GM_em_s}{4r}$$

କିମ୍ବା, $$E_f = -\frac{Gm_sM_e}{4r} = -\frac{Gm_sM_e}{A} \qquad (2.61)$$

ଯେଉଁଠାରେ $A = r + 3r$, ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ ପ୍ରମୁଖ ଅକ୍ଷ ଅଟେ ।

ୟୁନିଟ୍ ସାରାଂଶ

ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ଏବଂ ଅଣ-ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ଶକ୍ତି

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0 \quad \vec{F} = -\vec{\nabla}V$$

- ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି

$$U = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{F}.d\vec{r}$$

- **ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ ଏବଂ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ**

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} V$$

- କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ: କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କକ୍ଷପଥ

$$\vec{F}(\vec{r}) = F(r)\hat{r}$$

- କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କକ୍ଷପଥ ଅଧୀନରେ ଗତିର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ
  i) ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଶକ୍ତି ପ୍ରକୃତିର ରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ ।
  ii) କୋଣୀୟ ଗତି ହେଉଛି ଗତିର ଏକ ନିରନ୍ତରତା ।
  iii) ଗତି ହେଉଛି ସମତଳୀୟ ।
  iv) ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସଦିଶର କ୍ଷତ୍ରୀୟ ପରିବେଗ ସ୍ଥିର ଅଟେ ।
- ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କକ୍ଷପଥର ସାଧାରଣ ସମୀକରଣ

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \mp \frac{mF(1/u)}{L^2u^2}$$

- ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶକ୍ତି

$$E = \frac{1}{2}m\left[\left(-\frac{L}{m}\frac{du}{d\theta}\right)^2 + r^2\left(\frac{L}{mr^2}\right)^2\right] + V(r) = \frac{L^2}{2m}\left[\left(\frac{du}{d\theta}\right)^2 + u^2\right] + V(r)$$

- କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଗତିରେ ଶକ୍ତିସଂରକ୍ଷଣ

$$\frac{1}{2}mv^2 + V \quad = \text{fu;rkad}$$

- ଦୁଇ ବସ୍ତୁ ସମସ୍ୟାକୁ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ସମସ୍ୟାରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ କରିବା

$$\mu = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2} \qquad \vec{F}_{12} = \mu\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

ଶକ୍ତି ଏବଂ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ

$$E = \frac{1}{2}\mu v^2 - \frac{Gm_1m_2}{r}$$

$$L = \mu r v_\theta = \mu r^2\frac{d\theta}{dt} = \mu r^2\dot{\theta}$$

ସମାନୀତ ବସ୍ତୁର କକ୍ଷପଥପାଇଁ ସମୀକରଣ

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{\mu Gm_1m_2}{L^2}$$

$$r = \frac{r_0}{1-\varepsilon\cos\theta}$$

ଶକ୍ତି ସମୀକରଣ

$$E=\frac{1}{2}\mu v^2+\frac{L^2}{2\mu r^2}-\frac{Gm_1m_2}{r}=K_{eff}+U_{eff}$$

ବୃତ୍ତାକାର, ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ, ପରିବଳୟାକାର ଏବଂ ଅତିପରିବଳୟାକାର କକ୍ଷପଥ

ବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥ $(E = E_{min})$ $r=r_0=\frac{L^2}{Gm_1m_2}$

ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥ $(E_{min} < E < 0)$ $r=\frac{r_0}{1-\varepsilon^2}(1\pm\varepsilon)$

ପରିବଳୟାକାର କକ୍ଷପଥ $(E = 0)$ $r_{par}=\frac{L^2}{2\mu Gm_1m_2}=\frac{1}{2r_0}$

ଅତିପରିବଳୟାକାର କକ୍ଷପଥ $(E > 0)$ $r_{hyp}=\frac{r_0}{1+\varepsilon}$

- **କେପଲରଙ୍କ ଗ୍ରହ ଗତିର ନିୟମାବଳୀ**

  ପ୍ରଥମ ନିୟମ: ସମସ୍ତ ଗ୍ରହ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥରେ ସୂର୍ଯ୍ୟ ଚାରିପଟେ ଗତି କରନ୍ତି ।

  ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ : " କ୍ଷେତ୍ରୀୟ ପରିବେଗ (Arealvelocity)"= $=\frac{dA}{dt}=\frac{L}{2\mu}=$ ସ୍ଥିରାଙ୍କ

  ତୃତୀୟ ନିୟମ : $T^2 \propto a^3$

- **ଉପଗହ କୌଶଳ**

$$E=-\frac{GM_em_s}{2r} \quad v_p=\sqrt{\frac{3GM_e}{2r}} \quad E_f=-\frac{Gm_sM_e}{4r}$$

ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ବହୁବିକଳ୍ପୀୟ ପ୍ରଶ୍ନ

2.1 2 ନିୟୁତ କିଲୋମିଟର2 ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ଏକ ଗ୍ରହଦ୍ୱାରା ନିଆଯାଇଥିବା ସମୟ କ'ଣ ହେବ, ଯଦି ସେହି ଗ୍ରହଦ୍ୱାରା 1 ନିୟୁତ କିଲୋମିଟର2 ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ନିଆଯାଇଥିବା ସମୟ 36 ଘଣ୍ଟା ହୁଏ ?

(କ) 18 ଘଣ୍ଟା (ଖ) 36 ଘଣ୍ଟା (ଗ) 72 ଘଣ୍ଟା (ଘ) 144 ଘଣ୍ଟା

2.2 ବୃତ୍ତାକାର ଗ୍ରହର କକ୍ଷପଥପାଇଁ ଉତ୍ କେନ୍ଦ୍ରତା ହେଉଛି,

(କ) $\varepsilon > 1$ (ଖ) $\varepsilon \geq 1$ (ଗ) $\varepsilon < 1$ (ଘ) ε ¾ 0

2.3 ଯେତେବେଳେ ଏକ ଗ୍ରହ ସୂର୍ଯ୍ୟକୁ ପରିକ୍ରମା କରେ, ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥର ଏକ ଫୋକସ୍ କେଉଁଠି ରହିବା ଉଚିତ୍ ।

(କ) ଅକ୍ଷ (ଖ) ନିକଟାବସ୍ଥାନ (the perihelion)

(ଗ) କେନ୍ଦ୍ର (ଘ) ସୂର୍ଯ୍ୟ

2.4 ନିମ୍ନଲିଖିତ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟିରେ ଉତ୍ କେନ୍ଦ୍ରତା ଶୂନ୍ୟ ଅଛି ?

(କ) ଏକ ସିଧା ରେଖା (ଖ) ଏକ ବଡ଼ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ

(ଗ) ଏକ ବୃତ୍ତ (ଘ) ଏକ ଛୋଟ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ

2.5 କେପଲରଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମକୁ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ

(କ) କକ୍ଷପଥର ନିୟମ (ଖ) କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ନିୟମ

(ଗ) ଅବଧିର ନିୟମ (ଘ) ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ନିୟମ

2.6 କେପଲର ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ ଜଡିତ ଅଛି

(କ) ଗ୍ରହର କକ୍ଷପଥର ଆକୃତି (ଖ) ଗ୍ରହଗତି କରୁଥିବା ବେଗ/କ୍ଷେତ୍ର

(ଗ) ଗ୍ରହ ସୂର୍ଯ୍ୟକୁ ପରିକ୍ରମା କରିବାକୁ ଯେତେ ସମୟ ଲାଗେ

(ଘ) ଗତି କରିବାର ସମୟ

2.7 କେପଲରଙ୍କ ତୃତୀୟ ନିୟମକୁ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ

(କ) କକ୍ଷପଥର ନିୟମ (ଖ) କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ନିୟମ

(ଗ) ଅବଧିର ନିୟମ (ଘ) ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ନିୟମ

2.8 କେପଲରଙ୍କ ତୃତୀୟ ନିୟମର ଗାଣିତିକ ରୂପ ହେଉଛି

(କ) $T^3 = a^2$ (ଖ) $T^3 = a^3$

(ଗ) $T^2 = a^2$ (ଘ) $T^2 = a^3$

2.9 କେପଲରଙ୍କ ପ୍ରଥମ ନିୟମରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ଯେ ଗ୍ରହଗୁଡ଼ିକର କକ୍ଷପଥ ଅଣ୍ଡାକାର ଆକୃତିର

(କ) ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ (ଖ) ପୂର୍ଣ୍ଣ ବୃତ୍ତ

(ଗ) ବର୍ଗ (ଘ) ତ୍ରିଭୁଜ

2.10 କେପଲରଙ୍କ ପ୍ରଥମ ନିୟମ ଭାବରେ ଜଣାଯାଇଥାଏ ।

(କ) କକ୍ଷପଥର ନିୟମ (ଖ) କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ନିୟମ

(ଗ) ସମୟ ଅବଧିର ନିୟମ (ଘ) ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ନିୟମ

2.11 ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳକ୍ଷେତ୍ରରେ, କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ହେଉଛି

(କ) ଶୂନ (ଖ) ସଂରକ୍ଷିତ ହୁଏନାହିଁ

(ଗ) ଅସୀମତା (ଘ) ସଂରକ୍ଷିତ

2.12 ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଶକ୍ତି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ବସ୍ତୁର କ୍ଷତ୍ରୀୟ ପରିବେଗ ହେଉଛି

(କ) ଶୂନ (ଖ) ସଂରକ୍ଷିତ

(ଗ) ଅସୀମତା (ଘ) ସଂରକ୍ଷିତ ହୁଏନାହିଁ

2.13 କୌଣସି ଏକ ବିଭବ କ୍ଷେତ୍ରର ନିର୍ଣ୍ଣାୟକ ବିନ୍ଦୁ (turning point) କ୍ଷତ୍ରୀୟ ପରିବେଗ ହେଉଛି

(କ) ଶୂନ (ଖ) 1

(ଗ) ଅସୀମତା (ଘ) 1/2

2.14 ଏକ ଅତିପରିବଳୟ କକ୍ଷପଥପାଇଁ ଶକ୍ତି E ଏବଂ ଉତ୍ କେନ୍ଦ୍ରତା ର ପରିମାଣ ହେଉଛି

(କ) $E = 0$ ଏବଂ ε 1 (ଖ) $E > 0$ ଏବଂ ε 1

(ଗ) $E > 0$ ଏବଂ $\varepsilon = 1$ (ଘ) $E > 0$ ଏବଂ $\varepsilon = 0$

2.15 ପରିବଳୟ କକ୍ଷପଥପାଇଁ ଶକ୍ତି E ଏବଂ ଉତ୍ କେନ୍ଦ୍ରତା ର ର ପରିମାଣ ହେଉଛି

(କ) E = 0 ଏବଂ ε = 1 (ଖ) E > 0 ଏବଂ ε 1

(ଗ) E > 0 ଏବଂ ε = 1 (ଘ) E > 0 ଏବଂ ε = 0

2.16 ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥପାଇଁ ଶକ୍ତି E ଏବଂ ଉତ୍ କେନ୍ଦ୍ରତା ର ର ପରିମାଣ ହେଉଛି

(କ) E = 0 ଏବଂ ε 1 (ଖ) E > 0 ଏବଂ ε 1

(ଗ) E ε 0 ଏବଂ ε 1 (ଘ) E > 0 ଏବଂ ε = 0

2.17 ଏକ ବସ୍ତୁ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ ପଥରେ ଓଲଟା ବର୍ଗ ନିୟମ ବଳ ଅଧୀନରେ ଗତି କରୁଛି , ଏହି ରୂପରେ $F(r) = -k/r^2$ କକ୍ଷପଥର ଉତ୍ କେନ୍ଦ୍ରତା ହେଉଛି

(କ) ସମୁଦାୟ ଶକ୍ତିର ଏକ ଫଳନ (ଖ) ସମୁଦାୟ ଶକ୍ତି ଉପରେ ଅନିର୍ଭର

(ଗ) କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ଏକ ଫଳନ (ଘ) କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ଉପରେ ଅନିର୍ଭର

ବହୁବିକଳ୍ପୀୟ ପ୍ରଶ୍ନ

2.1 (ଗ), 2.2 (ଡି), 2.3 (ଡି), 2.4 (ସି), 2.5 (ବି), 2.6 (ବି), 2.7 (ସି), 2.8 (ଡି), 2.9 (ଏ), 2.1 (କ), 2.11 (ଘ), 2.12 (ଖ), 2.13 (କ), 2.14 (କ), 2.15 (କ), 2.16 (ସି), 2.17 (କ) ଏବଂ (ଗ)।

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତର ପ୍ରଶ୍ନ

ବର୍ଗ: *I*

2.1 ଉଦାହରଣ ସହିତ ସଂରକ୍ଷଣର ବଳ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

2.2 ଉଦାହରଣ ସହିତ ଅଣ-ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳର ଧାରଣାକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।

2.3 ଏକ ଉଦାହରଣ ସହିତ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳର ଭୂମିକା ବିଷୟରେ ଉଲ୍ଲେଖ କର ।

2.4 ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ କ୍ଷେତ୍ରପାଇଁ, ଏକ ବନ୍ଦ ପଥରେ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଶୂନ ଅଟେ ।

2.5 ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ଏକ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳ ଏପରି ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଇପାରିବ $\vec{F} = -\vec{\nabla}V$ ଏବଂ ଏହାର କର୍ଲ ସର୍ବଦା ଶୂନ ଅଟେ ।

2.6 ଦର୍ଶାଅ ଯେ , ଅଣ ସଂରକ୍ଷଣଶୀଳ ବଳକ୍ଷେତ୍ରରେ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷିତ ରହେନାହିଁ ।

2.7 ଏକ ଅଣ-ବିଚ୍ଛିନ୍ନ ସିଷ୍ଟମ୍ପାଇଁ ଦର୍ଶାଅ ଯେ, $W_{if} = \int_i^f \vec{F}.d\vec{r} = T_f - T_i$, ଯେଉଁଠି Tf ଏବଂ Ti ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଏବଂ ଅନ୍ତିମ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ।

2.8 କେପଲରଙ୍କ ଗ୍ରହଗତିର ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

2.9 ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଶକ୍ତି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଗତି ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କର ଏବଂ ରୈଖିକ ସଂବେଗ ଏବଂ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଶକ୍ତିର ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ ପ୍ରମାଣ କର ।

2.10 ପ୍ରମାଣ କର ଯେ , ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ମାଧ୍ୟମରେ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁର ମୋଟ ଶକ୍ତି, ଏକ ଗତିର ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଅଟେ।

2.11 ଦର୍ଶାଅ ଯେ , ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟବଳ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷିତ ଅଟେ ।

2.12 ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ କକ୍ଷପଥର ଧ୍ରୁବୀୟ ସମୀକରଣ ପ୍ରାପ୍ତ କର ।

2.13 କେପଲରଙ୍କ ଗ୍ରହ ଗତିର ତୃତୀୟ ନିୟମ ପ୍ରାପ୍ତ କର ।

ବର୍ଗ : II

2.14 କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ ଚାରିପାଖରେ ଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁର ବୃତ୍ତାକାର ଗତି ପାଇବାପାଇଁ କେଉଁ ବଳ ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ ?

2.15 ଦର୍ଶାନ୍ତୁ ଯେ ଓଲଟା ବର୍ଗ ନିୟମ ବଳ(inverse square law forces,) ମାଧ୍ୟମରେ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁପାଇଁ, କ୍ଷେତ୍ରୀୟ ପରିବେଗ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ରହିଥାଏ ।

2.16 ଏକ ବଳକ୍ଷେତ୍ରରେ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁର କକ୍ଷପଥର ସମୀକରଣ ହେବ: $r = a\theta$। ବଳର ନିୟମାବଳୀ ବାହାର କର ।

2.17 କେଉଁ ପ୍ରକାରର ବଳପାଇଁ, ଏହାର କର୍ଲ୍ ଶୂନ ହେବ ?

2.18 ଏକ ବଳ $\vec{F} = -C\hat{i}x$ ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ । ଦର୍ଶାଅ ଯେ $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$
ତୁମର ଉପରୋକ୍ତ ଅନୁସନ୍ଧାନରେ ତୁମେ ବଳର ପ୍ରକୃତି ବିଷୟରେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରିପାରିବ କି?

ଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନ (Numerical Problems)

2.1 ଏକ ବସ୍ତୁ ଓଲଟା ବର୍ଗ ନିୟମ କୁ ମାନି ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥରେ ଗତି କରେ । ଦର୍ଶାଅ ଯେ, କକ୍ଷପଥଗୁଡିକର ବିଭିନ୍ନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧମାନଙ୍କପାଇଁ, ବସ୍ତୁଦ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ, ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ମୂଳ ଭାବରେ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଥାଏ ଏବଂ ମୋଟ ଶକ୍ତି , ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଓଲଟା ଆନୁପାତିକ ହୋଇଥାଏ ।

2.2 କକ୍ଷପଥଦ୍ୱାରା ବର୍ଣ୍ଣିତ ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଶକ୍ତି କ୍ଷେତ୍ର ତଳେ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ କଣିକା $r = ae^{b\theta}$ ବଳପ୍ରୟୋଗର ନିୟମ ଖୋଜନ୍ତୁ ।

2.3 ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳକ୍ଷେତ୍ରରେ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁର କକ୍ଷପଥଦ୍ୱାରା ବର୍ଣ୍ଣିତ ହୋଇଛି: $r = a\ (1 + \cos\theta)$। ବଳର ପ୍ରକୃତିକୁ ଗ୍ରାଫିକାଲ୍ ଭାବରେ ଦର୍ଶାଅ ।

2.4 ଏକ ଗ୍ରହ ଏକ ଦୀର୍ଘ ଏପିଲିପ୍ଟିକ୍ କକ୍ଷପଥ ରେ ଏକ ତାରା ଚାରିପାଖରେ ଘୂରି ବୁଲୁଛି । ତାରାଠାରୁ ଗ୍ରହର ଦୂରତମ ଦୂରତ ସହିତ ନିକଟତମ ଦୂରତାର ଅନୁପାତ ହେଉଛି 2 । ଗ୍ରହର ଦୂରତମ ଓ ନିକଟତମ ଅବସ୍ଥାନର ଗତିଜ ଶକ୍ତିର ଅନୁପାତ ବାହାର କର। [ଉତ୍ତର: 1: 4]

ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ

ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣର ନିୟମ ମେକାନିକ୍ସରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ଯେ, ଏକ ବିଚ୍ଛିନ୍ନ ବ୍ୟବସ୍ଥା(isolated system)ରେ ସମୁଦାୟ ଶକ୍ତିର ପରିମାଣ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ରହେ । ଏହି ନିୟମ ଆଧାରରେ ବୈଜ୍ଞାନିକମାନେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହୋଇଛନ୍ତି ଯେ, ଏକ ବିଚ୍ଛିନ୍ନ ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ଶକ୍ତିର ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ ନାହିଁ କିମ୍ବା ନଷ୍ଟ ହୁଏନାହିଁ କିନ୍ତୁ ଏହା ଗୋଟିଏ ରୂପରୁ ଅନ୍ୟ ରୂପକୁ ରୂପାନ୍ତରୀତ ହୋଇପାରେ । ଏକ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତିକୁ ଗତିଜ ଶକ୍ତିରେ ପରିଣତ କରାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଉତ୍ତାପ ଶକ୍ତିରେ ପରିଣତ ହୋଇପାରେ ।

କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ

ଏହା ସହଜ ଔପଚାରିକତା ଯେ, ଖୋଲା ଉତ୍ସ ଜାଭା ପ୍ରୋଗ୍ରାମ୍ ସେଣ୍ଟ୍ରାଲ୍ ଫୋର୍ସ ୱାର୍କବେଞ୍ଚକୁ ବ୍ୟବହାର କରି , କେନ୍ଦ୍ରୀୟବଳ ଅଧୀନରେ ଏକ ବସ୍ତୁ (କିମ୍ବା ଦୁଇ-ବସ୍ତୁ ସିଷ୍ଟମ୍) ଗତିକୁ ଅନୁକରଣ କରିବାପାଇଁ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇପାରିବ । ଯେଉଁ ସମସ୍ୟାରେ ବିଶ୍ଳେଷଣାତ୍ମକ ସମାଧାନ ଉପଲବ୍ଧ ନାହିଁ ତାହା ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ଉପଯୋଗୀ ହୋଇପାରେ ।

ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟ

ଆପେକ୍ଷିକତାର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ସହିତ ଆଲବର୍ଟ ଆଇନ୍ ଷ୍ଟାଇନ୍ ଏକ ଶକ୍ତି-ସଂବେଗ 4-ସଦିଶର ଗୋଟିଏ ଉପାଦାନ ପ୍ରସ୍ତାବ ଦେଇଥିଲେ । ଏହି ଚାରୋଟି ଉପାଦାନ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଶକ୍ତି ଏବଂ ତିନୋଟି ହେଉଛି ସଂବେଗ ସଦିଶ, ଯାହା ଯେକୌଣସି ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମରେ ପୃଥକ ଭାବରେ ସଂରକ୍ଷିତ ଥାଏ । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ, ସଦିଶ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଂରକ୍ଷିତ ହେଉଛି, ଯାହାକୁ କୁହାଯାଏ ମିନକୋଭସ୍କି ଙ୍କ ନିୟମ, ଯାହାକି ସ୍ଥିର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଅଟେ । ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଥିବା ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର ଆପେକ୍ଷିକ ଶକ୍ତି, ଏହାର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ବ୍ୟତୀତ ଏହାର ସ୍ଥିର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସହିତ ଜଡିତ । ଯେତେବେଳେ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଶୂନ୍ୟ ଆଡକୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ, କଣିକା କିମ୍ବା ବସ୍ତୁର ମୋଟ ଶକ୍ତି ଏହାର ସ୍ଥିର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସହିତ ଜଡିତ ହୋଇଥାଏ । ଆପେକ୍ଷିକତାର ସାଧାରଣ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ, ଶକ୍ତି-ଗତିର ସଂରକ୍ଷଣ ଏକ ପ୍ରତିବଳ-ଶକ୍ତି-ସଂବେଗ (stress-energy-momentum) ଛଦ୍ମ ଟେନସର (pseudo tensor) ସାହାଯ୍ୟରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ ।

ସଦୃଶତା (ଆନାଲୋଜି)

ବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ, ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡର ବୃହତ ଗୁଣ ବିଷୟରେ ବିସ୍ତୃତ ଜ୍ଞାନ ସୃଷ୍ଟି କଲା । ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣର ସର୍ବବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡ ନିୟମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷିତ ବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡକୁ ସଠିକ୍ ଭାବରେ ଅନୁକରଣୀୟ କରିବାକୁ ସକ୍ଷମ ହୋଇନଥିଲେ ଏବଂ ତେଣୁ ଏହାକୁ ସାଧାରଣ ଆପେକ୍ଷିକତା ସିଦ୍ଧାନ୍ତଦ୍ୱାରା ବଦଳାଇବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଥିଲା । ବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଶେଷ ସୁଦ୍ଧା ଏବଂ ଏକବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଆରମ୍ଭରେ, କିଛି ନୂତନ ଅନୁସନ୍ଧାନ, ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡର ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ସମ୍ପ୍ରସାରଣ, 'ଅନ୍ଧକାର ଶକ୍ତି' (dark energy)ପରି ନୂତନ ଧାରଣା ର ପ୍ରବର୍ତ୍ତନ କରିବାକୁ ଦାବି କରିଛି । ଏହି ଧାରଣା ପୁଣି ଥରେ ନିରୀକ୍ଷିତ ଘଟଣାର ଉପଯୁକ୍ତ ବ୍ୟାଖ୍ୟାପାଇଁ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନର ମୌଳିକ ଧାରଣାର ଏକ ମୌଳିକ ପୁନର୍ବିଚାରକୁ ନେଇଯାଇଥାଏ ।

ଇତିହାସ

ପୂର୍ବ କାଳରେ ଦାର୍ଶନିକମାନେ କିଛି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପଦାର୍ଥର ସଂରକ୍ଷଣର ସପକ୍ଷରେ ନେଇଥିଲେ ଯାହାଦ୍ୱାରା ସବୁକିଛି ତିଆରି ହୁଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଥେଲ୍ସ ମିଲେଟସ୍ (Thales of Miletus) ଭାବିଲେ ଯେ, ଏହା ଜଳ ଅଟେ । 1638 ରେ, ଗାଲିଲିଓ ତାଙ୍କର ପ୍ରବନ୍ଧ "ବାଧାପ୍ରାପ୍ତ ଦୋଳକ" (interrupted pendulum)ରେ ପ୍ରକାଶ କରିଥିଲେ, ଯାହାକୁ ଆଧୁନିକ ଭାଷା ବ୍ୟବହାର କରି ସ୍ଥିତି ଶକ୍ତିଜ ଶକ୍ତିକୁ ଗତିଜ ଶକ୍ତିରେ ପରିଣତ କରିବା ଓ ବିପରୀତ, ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରିବ । କିନ୍ତୁ ଗାଲିଲିଓ ଆଧୁନିକ ଶବ୍ଦରେ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କଲେନାହିଁ । ତେଣୁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅନ୍ତର୍ଦୃଷ୍ଟିକୁ ଶ୍ରେୟ ଦିଆଯାଇପାରିବ ନାହିଁ । 1676-1689 ସମୟରେ ଗୋଟଫ୍ରିଡ୍ ୱିଲହେମ ଲେବନିଜ୍ (Gottfried Wilhelm Leibniz) ହିଁ ପ୍ରଥମେ ଗତି ସହ ଶକ୍ତିର ଏକ ଉପଯୁକ୍ତ ଗାଣିତିକ ସୂତ୍ର ବିକଶିତ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିଥିଲେ ।

ସମୟଧାରା

1619: କେପଲରଙ୍କ ନିୟମ ।

1710: ଜାକୋବ ହର୍ମାନ ଦର୍ଶାଇଲେ ଯେ, ଲାପ୍ଲେସ୍-ରୁଞ୍ଜ-ଲେଞ୍ଜ ସଦିଶ ଓଲଟା ବର୍ଗ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳପାଇଁ ସଂରକ୍ଷିତ ରହେ ।

1803: ଲୁଇ ପୋଇନସୋଟ୍ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷଣର ଧାରଣା ବିକଶିତ କରିଥିଲେ ।

ପ୍ରୟୋଗ (ବାସ୍ତବ ଜୀବନ / ଉଦ୍ୟୋଗ) (Applications (Real Life / Industrial)

ବିଷୟକୁ ଗଭୀରଭାବରେ ବୁଝି, ଇଞ୍ଜିନିୟରମାନେ ମେସିନ୍ ଡିଜାଇନ୍ କରିପାରିବେ ଯାହା କାର୍ଯ୍ୟ ଉତ୍ପାଦନପାଇଁ ଶକ୍ତିର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଥର୍ମାଲ୍ ଶକ୍ତି କିମ୍ବା ଇନ୍ଧନ ଜାଳି ଉତ୍ପାଦିତ ଉତ୍ତାପକୁ ଏକ ଟର୍ବାଇନ୍ ଚଳାଇବାପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ, ଯାହା ବିଦ୍ୟୁତ୍ ଉତ୍ପାଦନପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ଏହି ନିୟମ ଆଧାରରେ, ଜଣେ କହିପାରେ ଯେ ଚିରସ୍ଥାୟୀ ଗତି ଯନ୍ତ୍ର କେବଳ କାର୍ଯ୍ୟ କରିପାରିବ ଯଦି ସେମାନେ ସେମାନଙ୍କ ଆଖପାଖକୁ କୌଣସି ଶକ୍ତି ବିତରଣ କରନ୍ତି ନାହିଁ । ତଥାପି, ଆଲବର୍ଟ ଆଇନ୍ ଷ୍ଟାଇନ୍ ଙ୍କ ଆପେକ୍ଷିକତା ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ର ସୂତ୍ରରୁ ବୈଜ୍ଞାନିକମାନେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଶକ୍ତିର ସଂରକ୍ଷଣକୁ ଏକ ବୃହତ ନିୟମର ଏକ ଅଂଶ

ଭାବରେ ବିବେଚନା କରନ୍ତି ଯାହା "ବସ୍ତୁତ୍ୱ-ଶକ୍ତି" ("mass-energy)ସଂରକ୍ଷଣ ଭାବରେ ଜଣାଯାଏ ।

କେସ୍ ଅଧ୍ୟୟନ (ପରିବେଶ / ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱ / ସାମାଜିକ / ନୈତିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ) (Case Study (Environmental / Sustainability / Social / Ethical Issues)

ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏକ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ ସିଷ୍ଟମ୍ ଡିଜାଇନ୍ କରୁଛୁ, ଆମକୁ ସିଷ୍ଟମର ଗତି ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ସମ୍ବେଦନଶୀଳର ବହୁ ସଂଖ୍ୟକ ସଂଗ୍ରହ ଉପଲବ୍ଧ ଥାଏ । ଏକ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଜିପିଏସ୍ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ, ପୃଥିବୀପୃଷ୍ଠର ଅବସ୍ଥାନ ଜାଣିବାପାଇଁ, ଉପଗ୍ରହରୁ ବୈଦ୍ୟୁତିକ-ଚୁମ୍ବକୀୟ ତରଙ୍ଗର ସମୟ ମାପିବାପାଇଁ , ଯାହା ସମ୍ବେଦନଶୀଳକୁ ମହାକାଶରେ ଅବସ୍ଥାନ କୁହାଯାଏ ।

ଅନୁସନ୍ଧିତ୍ସା ଏବଂ କୌତୁହଳର ବିଷୟ (Inquisitiveness and Curiosity Topics)

1705 ରେ ହାଲି 'ହାଲିଙ୍କ ଧୂମକେତୁ' ଚିହ୍ନଟ କରିଥିଲେ। ଧୂମକେତୁ 1531 ଏବଂ 1607 ଏବଂ ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟାବର୍ତ୍ତନ 1758 ରେ ପୂର୍ବାନୁମାନ କରିଛନ୍ତି, ଏହି ବିଚାରରେ ଯେ, କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପାରସ୍ପରିକ କ୍ରିୟାରେ ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଗତି ସହିତ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ପ୍ରସ୍ତାବ ଅନୁଯାୟୀ ଗତିର ସାଧାରଣ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ।

ଅନୁସନ୍ଧିତ୍ସା ଏବଂ କୌତୁହଳ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକପାଇଁ ସନ୍ଦର୍ଭ (Reference)

Aguirregabiria, Juan. (2015). Simulating central forces in the classroom

ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପାଠ

1. D. Kleppner and R. Kolenkow, An Introduction to Mechanics, McGraw-Hill, 1973.
2. 2. J. L. Meriam and L. G. Kraige, Engineering Mechanics - Dynamics, 7th Edition, John Wiley and Sons., 2016
3. S. Philipson, Modeling by Nonlinear Differential Equations: Dissipative and Conservative Processes, World Scientific Publishing Company, 2009.
4. J. R. Taylor, Classical Mechanics, University Science Books, 2005.
5. R. P. Feynman, Work and potential energy, The Feynman Lectures on Physics, Basic Books, 2011.
6. P. A. Tipler, Physics for Scientists and Engineers: Mechanics, Oscillations and Waves, Thermodynamics, 5th Edition, W. H. Freeman, 2004.
7. R. A. Serway and J. W. Jewett, Physics for Scientists and Engineers, 8th Edition, Brooks/Cole, Cengage Learning, 2010.
8. B. Stephenson, Kepler's Physical Astronomy, Princeton University Press, 1994.
9. R. Porter, The Scientific Revolution in National Context, Cambridge University Press, 1992.
10. https://nptel.ac.in/courses/115/105/115105098/
11. https://www.uu.edu/dept/math/SeniorPapers/09-10/DavisEmily.pdf
12. https://web.njit.edu/~kenahn/19fall/phys102/lecture/L15-L16.pdf
13. https://web.njit.edu/~tyson/P111_chapter7.pdf
14. https://www.math.ksu.edu/~dbski/writings/planetary.pdf

3 ବସ୍ତୁ ଗତିବିଜ୍ଞାନ

ୟୁନିଟ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ

ଆମେ ଏହି ୟୁନିଟରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦିଗଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱରୋରୋପ କରିଛୁ:

- ଅଣ-ଜଡତ୍ୱୀୟ (Non-inertial) ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ;
- ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବସ୍ଥା;
- ପାଞ୍ଚ-ପଦ ତ୍ୱରଣ ସୂତ୍ର;
- କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ;
- କୋରିଓଲିସ୍ (Coriolis) ତ୍ୱରଣ;
- ପ୍ରୟୋଗ: ପାଣିପାଗ ବ୍ୟବସ୍ଥା ;
- ଫୌକଲ୍ଟ (Foucault) ଦୋଳକ ।

ଅଧିକ କୌତୁହଳ ଏବଂ ସୃଜନଶୀଳତା ସୃଷ୍ଟି କରିବା ସହିତ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଦକ୍ଷତାରେ ଉନ୍ନତି ଆଣିବା ପାଇଁ ଏହି ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ଅନେକ ସଂଖ୍ୟାରେ ବହୁ ବିକଳ୍ପୀୟ ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରଦାନ କରିବା ସହିତ ବ୍ଲୁମ ବର୍ଗୀକରଣର ନିମ୍ନ ଏବଂ ଉଚ୍ଚ କ୍ରମରେ ଦୁଇଟି ଶ୍ରେଣୀରେ ଚିହ୍ନିତ, , ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତର ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ, ଅନେକ ସଂଖ୍ୟାଗତ ପ୍ରଶ୍ନ ମାଧ୍ୟମରେ ଆସାଇନମେଣ୍ଟ, ସନ୍ଦର୍ଭର ଏକ ତାଲିକା ଏବଂ ଅନୁମୋଦିତ ପଠନ, ଏହି ୟୁନିଟରେ ଦିଆଯାଇଛି, ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଜଣେ ସେସବୁ ମାଧ୍ୟମରେ ଅଭ୍ୟାସ କରିପାରିବ । ଟିପ୍ପଣୀ କରିବାକୁ ଏହା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବା ଜରୁରୀ ଯେ ବିଭିନ୍ନ ବିଷୟ ଉପରେ ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇବା ପାଇଁ କେତେକ QR କୋଡ୍ ବିଭାଗରେ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି, ଯାହା ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ସହାୟକ ଜ୍ଞାନ ପାଇଁ ସ୍କାନ କରାଯାଇପାରିବ ।

ୟୁନିଟ୍ ଶେଷ ହେବାପରେ, ବିଷୟବସ୍ତୁ ଉପରେ ଆଧାର କରି, ଏକ "ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ" ବିଭାଗ ଅଛି । ଏହି ବିଭାଗକୁ ଯତ୍ନର ସହ ସଜିତ କରାଯାଇଛି ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଏହି ଅଂଶରେ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଥିବା ଅନୁରୂପତା ସୂଚନା ପୁସ୍ତକର ଉପଭୋକ୍ତାମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଲାଭଦାୟକ ହେବ । ଏହି ବିଭାଗ ମୁଖ୍ୟତଃ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ, କିଛି ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟର ଉଦାହରଣ, ଅନୁରୂପ, ବିଷୟ ବିକାଶର ଇତିହାସ, ମୁଖ୍ୟତଃ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଏବଂ ସନ୍ଧାନକୁ ଧ୍ୟାନ ଦେଇ, ସମ୍ପୃକ୍ତ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ବିକାଶଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ସମ୍ପ୍ରତି ସମୟ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମୟସୀମା, ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ପାଇଁ ବିଷୟବସ୍ତୁର ପ୍ରୟୋଗ କିମ୍ବା/ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ଦିଗ ଉପରେ ଶିଳ୍ପ ପ୍ରୟୋଗକୁ ଆଲୋକିତ କରେ, ପରିବେଶ, ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱ, ସାମାଜିକ ଏବଂ ନୈତିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ ସହିତ ଜଡିତ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଧ୍ୟୟନ (case study) ଯାହା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ, ଏବଂ ଶେଷରେ ଏହି ୟୁନିଟ୍ ର ଜିଜ୍ଞାସୁତା (inquisitiveness) ଏବଂ କୌତୁହଳ ବିଷୟ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି ।

ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଆଧାର

'ବସ୍ତୁମାନଙ୍କ ଗତି ବିଜ୍ଞାନ' ଉପରେ ଏହି ମୌଳିକ ୟୁନିଟ୍ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ , ଅଣ-ଜଡତ୍ୱୀୟ (Non-inertial) ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ , ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସଂଯୋଜନା ବ୍ୟବସ୍ଥା, ତ୍ୱରଣ ସୂତ୍ର ସହିତ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ଏବଂ କୋରିଓଲିସ୍ (Coriolis)ତ୍ୱରଣ ବିଷୟରେ ଏକ ପ୍ରାଥମିକ ଧାରଣା ପାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ । ଏହି ଜ୍ଞାନ ଆଧାରରେ ସେମାନେ ବସ୍ତୁ ଗତି ବିଜ୍ଞାନର ମୌଳିକତାକୁ ବୁଝିବାରେ ସକ୍ଷମ ହେବେ । ଏହା

କିଛି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସମ୍ପର୍କ ଏବଂ ପ୍ରୟୋଗକୁ ଆହୁରି ବର୍ଣ୍ଣନା କରେ ଯାହା ଅନେକ ମୌଳିକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଉପଯୋଗୀ ହେବ ।

ଏକ ବସ୍ତୁକୁ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ କରିବା ପାଇଁ ଦାୟୀ ଯେକୌଣସି ପ୍ରଭାବକୁ ଏକ ବଳ କୁହାଯାଏ । ବଳ ସହିତ ଗତିର ସଂପର୍କ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ,ବସ୍ତୁର ଗତି ବିଷୟରେ ଅଧ୍ୟୟନ ,ଯାହା ବସ୍ତୁ ଗତି ବିଜ୍ଞାନ ଭାବରେ ଜଣାଯାଏ । ଏକ ବସ୍ତୁ ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ପରିବେଗ ପାଇଥାଏ ଯେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହା ଏକ ସମୁଦାୟ ବଳ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଭାବିତ ହୋଇନାହିଁ।

ଯାନ୍ତ୍ରିକ ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଗତିବିଜ୍ଞାନ, ପ୍ରଥମେ ଆଇଜାକ୍ ନ୍ୟୁଟନ୍ ତାଙ୍କ 'ପ୍ରିନସିପିଆ' ରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରିଥିଲେ ଏବଂ ତେଣୁ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ନିୟମାବଳୀ ବସ୍ତୁମାନଙ୍କ ଗତିର ସମୀକରଣର ଉତ୍ପତ୍ତି ପାଇଁ ମୂଳ ଆଧାର ଅଟେ । ଏକ ବସ୍ତୁକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରିବା ପାଇଁ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବ୍ୟବହାର ହେଉଛି, ଏକ ଆଦର୍ଶ ଧାରଣା ଯାହା ଗତିବିଜ୍ଞାନରେ ସରଳ ନମୁନା ପ୍ରଦାନ କରେ । ଗତିକୁ ପ୍ରଭାବିତ କରୁଥିବା ଭୌତିକ ଉପାଦାନ ଗୁଡିକ ସହିତ ଗତି ବିଜ୍ଞାନ ଜଡିତ ।

ପୂର୍ବ- ଆବଶ୍ୟକତା

ଗଣିତ: ବିଭେଦୀ ଗଣନା (Differential calculus) (ଦ୍ୱାଦଶ ଶ୍ରେଣୀ)

ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ: €ଗତି ବିଜ୍ଞାନ (ଦ୍ୱାଦଶ ଶ୍ରେଣୀ)

ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳ

ଏହି ୟୁନିଟ୍ ର ଫଳାଫଳର ତାଲିକା ଏହିପରି ଅଟେ:

U3-O1: ଅଣ-ଜଡତ୍ୱୀୟ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍‌ର ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ।

U3-O2: କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ରପ୍ରସାରୀ ବଳର ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ।

U3-O3: ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସନ୍ଦର୍ଭର ଫ୍ରେମ୍ ରେ କଳ୍ପିତ ବଳର ଭୂମିକା ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ।

U3-O4: ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଉପରେ କେନ୍ଦ୍ରପ୍ରସାରୀ ବଳର ପ୍ରଭାବର ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ।

U3-O5: ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରାକୃତିକ ଘଟଣାରେ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳର ଧାରଣା ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ।

ୟୁନିଟ୍ -3 ଫଳାଫଳ	ଆଶା କରାଯାଉଥିବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସହ ଫଳାଫଳ ସଂଯୋଗ *(1- ଦୁର୍ବଳ ସହବନ୍ଧନ; 2- ମାଧ୍ୟମ ସହବନ୍ଧନ; 3- ଶକ୍ତିଶାଳୀ ସହବନ୍ଧନ)*					
	CO-1	**CO-2**	**CO-3**	**CO-4**	**CO-5**	**CO-6**
U3-O1	2	2	1	-	3	-
U3-O2	-	1	1	2	3	-
U3-O3	2	1	1	-	3	-
U3-O4	-	1	1	1	1	-
U3-O5	-	1	1	-	3	-

3.1 ଉପକ୍ରମ (INTRODUCTION)

ଏକ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ (Reference frame) ଯେଉଁଥିରେ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ନିୟମ ବୈଧ ଅଟେ ତାହାକୁ, ଜଡତ୍ୱୀୟ (inertial) ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ କୁହାଯାଏ । ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ତ ସମଗତି କରୁଥିବା ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ମଧ୍ଯ ଜଡତ୍ୱୀୟ ହେବ । ଯେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଜଡତ୍ୱୀୟ ଫ୍ରେମରେ ଅଧ୍ୟୟନ ହୋଇନାହିଁ , ସେତେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବସ୍ତୁର ଗତି ଅଧ୍ୟୟନ କରିପାରିବା ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ, ଯଦି ଏକ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍, ଜଡତ୍ୱୀୟ ଫ୍ରେମ୍ ଅନୁସାରେ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ହୁଏ, ତେବେ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମପରି ଭୌତିକ ନିୟମର ରୂପ ଭିନ୍ନ ହୋଇଯାଏ । ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ସାପେକ୍ଷ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ, ଏହି ପ୍ରକାରର ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ କୁ ଅଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ କୁହାଯାଏ ।

3.2 ଅଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ (NON-INERTIAL REFERENCE FRAME)

ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍, ଯାହା ଏକ ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ର ସାପେକ୍ଷ ତ୍ୱରିତ ହୋଇଥାଏ, ତାହାକୁ ଅଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ଭାବରେ ଜଣାଯାଏ । ଅଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ରେ ତ୍ୱରଣ ହେତୁ ଛଦ୍ମବଳ (pseudo force)ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ । ଏହି ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ରେ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ନିୟମ ଆଉ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ନୁହେଁ । ମନେକର, ଏକ ନିୟତ ତ୍ୱରଣ ସହିତ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ଅନ୍ୟ ଏକ ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ S ସହ ସାପେକ୍ଷିକ ଗତି କରୁଛି । ଯଦି f_0 ଏବଂ ଏକ ବସ୍ତୁର ତ୍ୱରଣ ଅଟନ୍ତି, ଯଥାକ୍ରମେ S ଏବଂ S^1 ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ , ତେବେ, $f' = f - f_0$

କିମ୍ବା, $$mf' = mf - mf_0$$

କିମ୍ବା, $$mf' = F - mf_0$$

କିମ୍ବା, $$f' = \frac{F - mf_0}{m} \tag{3.1}$$

ଯାହା ସନ୍ଦର୍ଭର ଫ୍ରେମ୍ ରେ ବସ୍ତୁର ତ୍ୱରଣ ପ୍ରଦାନ କରେ ।

ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣ ଦର୍ଶାଏ ଯେ, ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ନିୟମ $\left[f = \frac{F}{m}\right]$ ଅଣ- ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ରେ ବୈଧ ନୁହେଁ । ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ନିୟମକୁ ଅଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ରେ ବୈଧ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ଅତିରିକ୍ତ ପଦ, $-mf_0$ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ପ୍ରକୃତ ବଳ ସହିତ ଯୋଡାଯିବ । ଏହା ଛଦ୍ମ ବଳ କିମ୍ବା କଳ୍ପିତ ବଳ ଭାବରେ ଜଣାଯାଏ । ଏହା ହେଉଛି ବଳ, ଯାହା କେବଳ ଫ୍ରେମ୍ ର ତ୍ୱରଣ ହେତୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ ।

3.3 କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ଏବଂ କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣ (CENTRIPETAL AND CORIOLIS ACCELERATIONS)

ଘୂର୍ଣ୍ଣାୟମାନ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍, ଅଣ-ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ର ଏକ ଅତ୍ୟନ୍ତ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଶ୍ରେଣୀ ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଇପାରେ , ଯାହା ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ପରିପେକ୍ଷୀରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ । ଘୂର୍ଣ୍ଣୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ର ଏକ ଅତି ସାଧାରଣ ଉଦାହରଣ ହେଉଛି, ପୃଥିବୀର ପୃଷ୍ଠ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏକ ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ସାପେକ୍ଷ, ଏକ ସମାନ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଫ୍ରେମ୍ ରେ କୌଣସି ଏକ ବସ୍ତୁର ପରିବେଗ, ତ୍ୱରଣ ଏବଂ ବଳ ପାଇଁ ବ୍ୟଞ୍ଜକ ପ୍ରାପ୍ତକରିବା । ମନେକର, ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ (X, Y, Z) ଏବଂ ( ) ଯଥାକ୍ରମେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଜଡତ୍ୱୀୟ ଫ୍ରେମ୍ S ଏବଂ ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅଜଡତ୍ୱୀୟ ଫ୍ରେମ୍ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଏ । ଧରାଯାଉ, ଫ୍ରେମ୍ , S ଫ୍ରେମ୍ ର ସାପେକ୍ଷ କୌଣସି କୋଣୀୟ ପରିବେଗ ରେ, ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ, S ଏବଂ ଫ୍ରେମ୍ ରେ, ଯେକୌଣସି ଏକ ସଦିଶ ର ଦିଗ ସମାନ ରହେ, କିନ୍ତୁ, ସେମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ଭିନ୍ନ ହେବ । S ଏବଂ ଫ୍ରେମ୍ ସାପେକ୍ଷରେ, ଏକ ବସ୍ତୁର ଅବସ୍ଥାନ,

$$\vec{r} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z = \vec{r}\Big|_{fixed} \tag{3.2}$$

ଏବଂ $$\vec{r} = \hat{i}'x' + \hat{j}'y' + \hat{k}'z' = \vec{r}\Big|_{rotation} \tag{3.3}$$

ଯାହା (x, y, z) ଏବଂ (x', y', z') ଯଥାକ୍ରମେ ଫ୍ରେମ୍ S ଏବଂ ର ସାପେକ୍ଷ କୌଣସି ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତି ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ଅଟେ।

ବାସ୍ତବରେ,

$$\vec{r}\Big|_{fixed} = \vec{r}\Big|_{rotation}$$

କିମ୍ବା,
$$\left.\frac{d\vec{r}}{dt}\right|_{fixed} = \left.\frac{d\vec{r}}{dt}\right|_{rotation}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ,
$$\left.\frac{d\vec{r}}{dt}\right|_{fixed} = \hat{i}\frac{dx}{dt} + \hat{j}\frac{dy}{dt} + \hat{k}\frac{dz}{dt}$$

ଏବଂ,
$$\left.\frac{d\vec{r}}{dt}\right|_{rotation} = \hat{i}'\frac{dx'}{dt} + \hat{j}'\frac{dy'}{dt} + \hat{k}'\frac{dz'}{dt} + x'\frac{d\hat{i}'}{dt} + y'\frac{d\hat{j}'}{dt} + z'\frac{d\hat{k}'}{dt}$$

କିମ୍ବା,
$$\hat{i}\frac{dx}{dt} + \hat{j}\frac{dy}{dt} + \hat{k}\frac{dz}{dt} = \hat{i}'\frac{dx'}{dt} + \hat{j}'\frac{dy'}{dt} + \hat{k}'\frac{dz'}{dt} + x'\frac{d\hat{i}'}{dt} + y'\frac{d\hat{j}'}{dt} + z'\frac{d\hat{k}'}{dt}$$

କିମ୍ବା,
$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{S'} + x'\frac{d\hat{i}'}{dt} + y'\frac{d\hat{j}'}{dt} + z'\frac{d\hat{k}'}{dt}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ,
$$\frac{d\hat{i}'}{dt} = \vec{\omega}\times\hat{i}', \quad \frac{d\hat{j}'}{dt} = \vec{\omega}\times\hat{j}' \quad \text{ଏବଂ} \quad \frac{d\hat{k}'}{dt} = \vec{\omega}\times\hat{k}'$$

$$\therefore \quad \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{S'} + \vec{\omega}\times\left(x'\hat{i}' + y'\hat{j}' + z'\hat{k}'\right)$$

କିମ୍ବା,
$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{S'} + \vec{\omega}\times\vec{r} \tag{3.4}$$

କିମ୍ବା,
$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{\omega}\times\vec{r} = \vec{v}' + \vec{v}_0 \tag{3.5}$$

ଯେଉଁଠାରେ $\vec{v}_0$ ହେଉଛି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ ବସ୍ତୁର ରୈଖିକ ପରିବେଗ, $\vec{v}$ ଏବଂ $\vec{v}'$ ହେଉଛି ଯଥାକ୍ରମେ S ଏବଂ S' ଫ୍ରେମ୍ ରେ ବସ୍ତୁର ପରିବେଗ।

ତେଣୁ, ଯେକୌଣସି ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ସାପେକ୍ଷରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ, ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅପରେଟର୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଇପାରେ:

$$\left(\frac{d}{dt}\right)_S = \left(\frac{d}{dt}\right)_{S'} + \vec{\omega}\times \tag{3.6}$$

ପରିବେଗ ସଦିଶ $\vec{v}$ ରେ ଏହି ଅପରେଟର୍ କୁ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ ଆମେ ପାଇବା,

$$\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_S + \vec{\omega}\times\vec{v}$$

କିମ୍ବା, $$\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\left[\vec{v}' + \vec{\omega}\times\vec{r}\right]}{dt}\right)_S + \vec{\omega}\times\left(\vec{v}' + \vec{\omega}\times\vec{r}\right)$$

କିମ୍ବା, $$\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\vec{v}'}{dt}\right)_S + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\right)_S + \vec{\omega}\times\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_S + \vec{\omega}\times\vec{v}' + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)$$

କିମ୍ବା, $$\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\vec{v}'}{dt}\right)_S + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\right)_S + \vec{\omega}\times\vec{v}' + \vec{\omega}\times\vec{v}' + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)$$

କିମ୍ବା, $$\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\vec{v}'}{dt}\right)_S + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\right)_S + 2\vec{\omega}\times\vec{v}' + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)$$

କିମ୍ବା, $$\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\vec{v}'}{dt}\right)_S + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\right)_S + 2\vec{\omega}\times\vec{v}' + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right) \quad (3.7)$$

ଯେଉଁଠାରେ $\vec{f}$ ଏବଂ $\vec{f}'$ ହେଉଛି ଯଥାକ୍ରମେ S ଏବଂ ଫ୍ରେମ୍ ରେ ବସ୍ତୁର ତ୍ୱରଣ । ଏହି ପଦ $2\vec{\omega}\times\vec{v}'$ କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣ (Coriolis acceleration) ଅଟେ ଏବଂ ପଦ $\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)$ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ (centripetal acceleration) ଭାବେ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ଏବଂ କୌଣିକ ପରିବେଗ ର ସମୟ ସହିତ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେତୁ , ପଦ $\left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\right)_S$ ତ୍ୱରଣ ଅଟେ ।

ଯଦି $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = 0$ ତାହାହେଲେ $\vec{f} = \vec{f}' + 2\vec{\omega}\times\vec{v}' + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)$

ପୁନର୍ବାର, ସମୀକରଣ (3.7) ର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ m ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିନ କରି ଆମେ ପାଇଥାଉ,

$$m\vec{f} = m\vec{f}' + 2m\vec{\omega}\times\vec{v}' + m\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right) + m\left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\right)_S$$

କିମ୍ବା, $$m\vec{f}' = m\vec{f} - 2m\vec{\omega}\times\vec{v}' - m\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right) - m\left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\right)_S$$

କିମ୍ବା, $$\vec{F}' = \vec{F} - 2m\vec{\omega}\times\vec{v}' - m\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right) - m\left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\right)_S = \vec{F} + \vec{F}_0 \quad (3.8)$$

ଯେଉଁଠାରେ $\vec{F}'$ ଏବଂ $\vec{F}$ ହେଉଛି ଯଥାକ୍ରମେ S' ଏବଂ S ଫ୍ରେମ୍ର ରେ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ପ୍ରଭାବିତ ବଳମାନ। $\vec{F}'$ ହେଉଛି ବସ୍ତୁ ଉପରେ ପ୍ରଭାବିବଳ, ଯାହା , ବାସ୍ତବିକ ବଳ $\vec{F}$ ଏବଂ ଅଣଜଡତ୍ୱୀୟ ଫ୍ରେମ୍ ରେ ଥିବା କଳ୍ପିତ ବଳର ସମଷ୍ଟି ଅଟେ । ଯାହା,

$$\vec{F}_0 = -2m\vec{\omega}\times\vec{v}' - m\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right) - m\left(\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}\right)_S \tag{3.9}$$

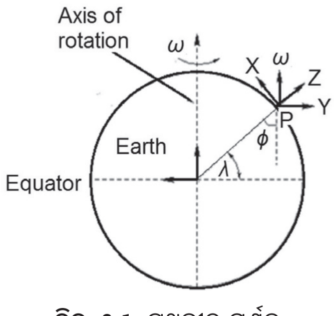
ସ୍ଥିରାଙ୍କ $\vec{\omega}$ ପାଇଁ ଆମେ ଜାଣୁ,

$$\vec{F}_0 = -2m\vec{\omega}\times\vec{v}' - m\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right) = \text{କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ + କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ}$$

କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ , ଏକ କଳ୍ପିତ ବଳ ଅଟେ, ଯାହା $\vec{\omega}$ ଏବଂ $\vec{v}'$ ସହ ଆନୁପାତିକ ଅଟେ, ଉଭୟ $\vec{\omega}$ ଏବଂ $\vec{v}'$ ସହ ଅଭିଲମ୍ବ ଅଟେ ଏବଂ ଏହା ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଫ୍ରେମ୍ ସାପେକ୍ଷରେ ଗତିଶୀଳ ଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ପ୍ରଭାବିତ କରିପାରେ ।

କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ, ଏକ କଳ୍ପିତ ବଳ ଅଟେ , ଯାହା ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଫ୍ରେମ୍ ସାପେକ୍ଷରେ ସ୍ଥିରଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ପ୍ରଭାବ ପକାଇପାରେ । ଏହାର ପରିମାଣ ହେଉଛି $m\omega^2 r$ ଯାହା କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ଭାବରେ ସହିତ ସମାନ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷଠାରୁ ଦୂରେଇ ଯାଇଥାଏ ।

3.4 ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ (Coriolis Force Due To Earth's Rotation)



ଚିତ୍ର **3.1:** ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ

ଚିରସମ୍ମତ ଯାନ୍ତ୍ରିକବିଜ୍ଞାନ (Classical Mechanics)ରେ, କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ହେଉଛି ଗୁସ୍ତାଭ-ଗାସପର୍ଡ କୋରିଓଲିସ୍ ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା 1835 ରେ ପ୍ରସ୍ତାବିତ ଏକ ଜଡତ୍ୱୀୟ ବଳ। ପୃଥିବୀର ନିଜ ଅକ୍ଷରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ, ବାୟୁ ଦକ୍ଷିଣ ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ ବାମକୁ ଏବଂ ଉତ୍ତର ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ ଡାହାଣକୁ ବିକ୍ଷେପିତ ହୁଏ। ବାୟୁର ଏହି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ବିକ୍ଷେପକୁ କୋରିଓଲିସ୍ ପ୍ରଭାବ ଭାବରେ ଜଣାଯାଏ। ଧରାଯାଉ, ଏକ ବିନ୍ଦୁ-ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ପୃଥିବୀପୃଷ୍ଠରେ ଅକ୍ଷାଂଶ λ ଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ରେ ଅବସ୍ଥାନ କରେ । [ଚିତ୍ର 3.1]। ଧରାଯାଉ, ଜଡତ୍ୱୀୟ ସଂଯୋଜନା ବ୍ୟବସ୍ଥା (x, y, z) ଏହାର ଉତ୍ପତ୍ତି Pରେ ପୃଥିବୀ ପୃଷ୍ଠରେ କଠୋର ଭାବରେ ଯୋଡି ହୋଇଛି ,ଏବଂ z-ଅକ୍ଷ ସହ ଉପର ଆଡକୁ ଆନୁଲମ୍ବିକ ଭାବେ ରହିଛି (ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦିଗରେ)। କୋଣୀୟ ପରିବେଗ ସଦିଶ ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଏବଂ ଏହା y-z ସମତଳରେ ଅଛି ଯାହା ଏପରି ଦର୍ଶାଯାଇଛି,

$$\vec{\omega} = \omega\cos\lambda\,\hat{j} + \omega\sin\lambda\,\hat{k} \tag{3.10}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, $\vec{v}$ ବେଗରେ ଗତି କରୁଥିବା ବସ୍ତୁର ଭୂସମାନ୍ତର ପ୍ରକ୍ଷେପ (Horizontal projection) ପାଇଁ , ଆମେ ଜାଣୁ,

$$\vec{v} = \dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} + \dot{z}\hat{k} = \dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} \quad [\text{ଯେହେତୁ } \dot{z} = 0] \tag{3.11}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ହେବ,

ପୃଥିବୀ ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ କୋରିଓଲିସ୍ ପ୍ରଭାବର ବିଶ୍ଳେଷଣ

$$\vec{F} = -2m\vec{\omega}\times\vec{v} = -2m\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & \omega\cos\lambda & \omega\sin\lambda \\ \dot{x} & \dot{y} & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -2m\omega\left(-\dot{y}\sin\lambda\hat{i} + \dot{x}\sin\lambda\hat{j} - \dot{x}\cos\lambda\hat{k}\right) \quad (3.12)$$

ଏହି ବଳର ଭୂସମାନ୍ତର ଏବଂ ଆନୁଲମ୍ବିକ ଉପାଦାନଗୁଡିକ ଯଥାକ୍ରମେ

$$-2m\omega\left(-\dot{y}\sin\lambda\hat{i} + \dot{x}\sin\lambda\hat{j}\right)$$

ଏବଂ $2m\omega\dot{x}\cos\lambda\hat{k}$

କୋରିଓଲିସ୍ ବଳର ପରିମାଣ ଏହିପରି ହେବ,

$$\left|\vec{F}\right| = 2m\omega\left(\dot{y}^2\sin^2\lambda + \dot{x}^2\right)^{1/2} \quad (3.13)$$

ଭୂସମାନ୍ତର ଏବଂ ଆନୁଲମ୍ବିକ ଦିଗରେ ଉପାଦାନଗୁଡିକ ଏପରି ହେବ,

$$2m\omega\sin\lambda\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\right)^{1/2} = 2m\omega v\sin\lambda$$

$$2m\omega\dot{x}\cos\lambda = 2m\omega v_x\cos\lambda$$

ଉଦାହରଣ 3.1

ଉଦାହରଣ 3.1 ଗୋଟିଏ ରକେଟ୍ 1.5 କିଲୋମିଟର/ସେ. ପରିବେଗ ସହିତ ଗତି କରୁଛି , λ = 500 S। କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣର ପରିମାଣ ଗଣନା କର।

ସମାଧାନ:

କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ଦିଆଯାଏ, $F = 2m\omega v\cos\lambda$

ତେଣୁ କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣ ଦିଆଯାଏ, $f = 2\omega v\cos\lambda$

ଏଠାରେ, λ ¾ 50⁰] v = 1.5 କିଲୋମିଟର/ସେ ଏବଂ $\omega = \frac{2\pi}{24\times3600}$ rad/s

ତେଣୁ, $f = 2\omega v\cos\lambda = 2\times\frac{2\pi}{24\times3600}\times1500\times\cos50 = 0.14\,m/s^2$

3.5 ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁ ଉପରେ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ (Coriolis Force On A Freely Falling Body)

ଧରାଯାଉ, ଏକ ବିନ୍ଦୁ-ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ପୃଥିବୀ ପୃଷ୍ଠରେ ଅକ୍ଷାଂଶ λ, ଦ୍ରାଘିମାଂଶ h ଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ରେ ଅବସ୍ଥାନ କରେ । [ଚିତ୍ର । 3.1]। ଧରାଥାଉ, ଜଡତ୍ୱୀୟ ସଂଯୋଜନା ବ୍ୟବସ୍ଥା (x, y, z) ଏହାର ଉତ୍ପତ୍ତି Pରେ ପୃଥିବୀ ପୃଷ୍ଠରେ କଠୋର ଭାବରେ ଯୋଡି ହୋଇଛି ,z-ଅକ୍ଷ ସହ ଉପର ଆଡକୁ ଆନୁଲମ୍ବିକ ଭାବେ ରହିଛି (ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦିଗରେ)।

କୋଣୀୟ ପରିବେଗ ସଦିଶ ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଏବଂ ଏହା y-z ସମତଳରେ ଅଛି ଯାହା ଏପରି ଦର୍ଶାଯାଇଛି:

$$\vec{\omega} = \omega\cos\lambda\hat{j} + \omega\sin\lambda\hat{k}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, ବସ୍ତୁର ପରିବେଗ ସହିତ ଭୂଲମ୍ବ ପତନ ପାଇଁ ଆମେ ଜାଣୁ,

$$\vec{v} = \dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} + \dot{z}\hat{k} = \dot{z}\hat{k} \quad [\because \dot{x} = 0, \dot{y} = 0]$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ହେବ,

$$\vec{F} = -2m\vec{\omega}\times\vec{v} = -2m\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & \omega\cos\lambda & \omega\sin\lambda \\ 0 & 0 & \dot{z} \end{vmatrix}$$

$$= -2m\omega\dot{z}\cos\lambda\,\hat{i} = 2m\omega v\cos\lambda\,\hat{i} \qquad (3.14)$$

ଯେହେତୁ ବସ୍ତୁ ଅନୁଲମ୍ବିକ ଭାବରେ ତଳକୁ ଖସୁଛି, $\dot{z} = -v$

ତେଣୁ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ଉତ୍ତର ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ ପୂର୍ବ ଆଡକୁ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ଯୁକ୍ତ x -ଅକ୍ଷ ସହିତ ରହିବ ।

ଏହି ବଳ ହେତୁ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ତ୍ୱରଣର ପରିମାଣ ହେବ,

$$\ddot{x} = 2\omega v\cos\lambda = 2\omega gt\cos\lambda$$

t ର ସାପେକ୍ଷ ଦୁଇଥର ସମାକଳିତ (intrgration) କରି ଆମେ ପାଇଥାଉ,

$$\dot{x} = \omega gt^2\cos\lambda \quad [\text{ଯେହେତୁ } \dot{x} = 0 \text{ ଗତି ଆରମ୍ଭ ସମୟରେ}] \qquad (3.15)$$

ଏବଂ
$$x = \frac{1}{3}\omega gt^3\cos\lambda \quad [\text{ଯେହେତୁ } x = 0 \text{ ଗତି ଆରମ୍ଭ ସମୟରେ}] \qquad (3.16)$$

ଏହା t ସମୟରେ ପୂର୍ବ ଆଡକୁ ଯୁକ୍ତାତ୍ମକ x -ଅକ୍ଷରେ ବସ୍ତୁର ବିସ୍ଥାପନ ହେବ,

ବର୍ତ୍ତମାନ h ଉଚ୍ଚତାରୁ ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁ ପାଇଁ, ଆମେ ଜାଣୁ $h = \frac{1}{2}gt^2$

କିମ୍ବା,
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\therefore \quad x = \frac{1}{3}\omega g\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}\right)^3\cos\lambda = \frac{2}{3}\omega h\sqrt{\frac{2h}{g}}\cos\lambda \qquad (3.17)$$

ଏହା t ସମୟରେ ଉତ୍ତର ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ ପୂର୍ବ ଆଡକୁ ଯୁକ୍ତାତ୍ମକ x -ଅକ୍ଷରେ ବସ୍ତୁର ବିସ୍ଥାପନ h ସାହାଯ୍ୟରେ ପ୍ରଦାନ କରିବ

ଉଦାହରଣୀ 3.2

ଉଦାହରଣ 3.2 50 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ଓ 300 ଅକ୍ଷାଂଶରେ ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁର ବିକ୍ଷେପ ବାହାର କର ।

ସମାଧାନ:

ବିକ୍ଷେପ ଏହିପରି ଦିଆଯାଏ,

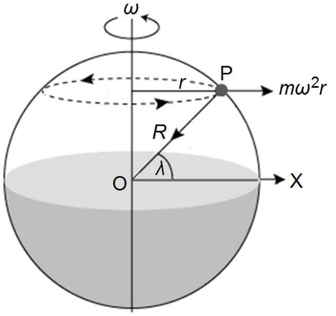
$$x = \frac{1}{3}\omega g\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}\right)^3\cos\lambda$$

ଏଠାରେ] $h = 50\ m$ ଏବଂ $\lambda = 30^0$N

ତେଣୁ,
$$x = \frac{1}{3}\omega g\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}\right)^3\cos\lambda = \frac{1}{3}\times\frac{2\pi\times981}{24\times60\times60}\left(\sqrt{\frac{2\times5000}{981}}\right)^3\cos30 = 0.67\ \text{cm}$$

3.6 ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଉପରେ କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳର ପ୍ରଭାବ (Effect Of Centrifugal Force On Gravity)

କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳ (centrifugal force) , ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମରେ ଥିବା ସବୁ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ଏକ ଜଡତ୍ୱୀୟ ବଳ ଅଟେ । ଏହି ବଳ ଅକ୍ଷଠାରୁ ଦୂରକୁ ଗତି କରେ ଯାହା ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଅଟେ ଏବଂ ସଂଯୋଜନା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଗତି କରେ । ଯେତେବେଳେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଗତି କରେ, କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳ, ଅକ୍ଷଠାରୁ ବିକୀରଣ ଭାବରେ ବାହାରକୁ ଗତି କରେ ।



ଚିତ୍ର 3.2: ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଉପରେ କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳର ପ୍ରଭାବ

ମନେକର, ପୃଥିବୀ କୌଣୀକ ପରିବେଗ $\vec{\omega}$ ରେ ଏହି ପ୍ରକାର ଘୂର୍ଣ୍ଣନକରେ ଯେ, ତାହା ଉପରେ ଥିବା, ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଫ୍ରେମ୍ ହୋଇଥାଏ । ଧରାଯାଉ, ଏକ ବସ୍ତୁ ଯାହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ରେ ଅବସ୍ଥିତ (ଅକ୍ଷାଂଶ λ ସହ) ଏବଂ ସ୍ଥିର ଅଛି [ଚିତ୍ର । 3.2] ।

ତେଣୁ, ବସ୍ତୁ ଉପରେ କୌଣସି କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବ ନାହିଁ ଏବଂ କେବଳ ସେଠାରେ କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ତ୍ୱରଣର ପ୍ରଭାବ ରହେ । ବର୍ତ୍ତମାନ, ଯଦି $\vec{\omega}$ y-- ଅକ୍ଷ ରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛି ତାହାହେଲେ ଆମେ ଜାଣୁ,

$$\vec{\omega} = \omega\hat{j} \qquad (3.18)$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ହେତୁ ତ୍ୱରଣ (g) ର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ x ଏବଂ y ଦିଗରେ ହେବ,

$-g\cos\lambda\hat{i}$ ଏବଂ $-g\sin\lambda\hat{j}$

ଏହା ଦ୍ୱାରା, $\vec{g} = -g\cos\lambda\hat{i} - g\sin\lambda\hat{j}$

ଏବେ, କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳ ହେତୁ, ଅକ୍ଷାଂଶ λ ରେ ଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ଉପରେ, ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ପାଇଁ ତ୍ୱରଣ (g) ର ନିରୀକ୍ଷିତ ପରିମାଣ ହେବ,

$$\vec{g}_\lambda = \vec{g} - \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right) \qquad (3.19)$$

ଯେଉଁଠାରେ $\vec{r}$ ହେଉଛି ଘୂର୍ଣ୍ଣନଅକ୍ଷ ର ସାପେକ୍ଷ ବିନ୍ଦୁ P ର ଦୂରତା ଅଟେ ।

∴ $\vec{r} = R\cos\lambda\hat{i}$ [R ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଟେ]

ତେଣୁ, $\vec{g}_\lambda = -g\cos\lambda\hat{i} - g\sin\lambda\hat{j} - \omega\hat{j}\times\left(\omega\hat{j}\times R\cos\lambda\hat{i}\right) = -\left[\left(g-\omega^2R\right)\cos\lambda\hat{i} + g\sin\lambda\hat{j}\right]$

କିମ୍ବା, $g_\lambda = \left[\left(g-\omega^2R\right)^2\cos^2\lambda + g^2\sin^2\lambda\right]^{1/2} = g\left[\left(1-\frac{2\omega^2R}{g}\right)\cos^2\lambda + \sin^2\lambda\right]^{1/2} \left[\because \frac{\omega^2R}{g} \ll 1\right]$

କିମ୍ବା,
$$g_\lambda \simeq g\left[1-\frac{\omega^2R}{g}\cos^2\lambda\right] = g-\omega^2R\cos^2\lambda \qquad (3.20)$$

ଏହା ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ ହୁଏ, ଅକ୍ଷାଂଶ λ ରେ g ର ପରିମାଣ $\omega^2R\cos^2\lambda$ ହ୍ରାସ ହେବ ।

ବିଷୁବରେଖାରେ, $\lambda = 0°$

ଏବଂ ତେଣୁ
$$g_{equator} = g-\omega^2R \qquad (3.21)$$

ମେରୁରେ, λ = 90° ଏବଂ

ଏବଂ ତେଣୁ $g_{pole} = g$ (3.22)

ତେଣୁ, ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳର ପ୍ରଭାବ ବିଷୁବରେଖାରେ ସର୍ବାଧିକ ଏବଂ ମେରୁରେ ଶୂନ୍ୟ ଅଟେ ଏବଂ ଏହାର ପାର୍ଥକ୍ୟ ହେଉଛି,

$$\omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{24\times 60\times 60}\right)^2 \times 6400000 = 0.0337 \text{ m/s}^2$$

ଉଦାହରଣ 3.3 ଯଦି ପୃଥିବୀ ଅକ୍ଷ ଚାରିପଟେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ବନ୍ଦ କରେ, ତେବେ g ର ପରିମାଣରେ ଏକ ସ୍ଥାନରେ $\lambda = 50^0$ ସହ କ'ଣ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ ? (ଅନୁମାନ କର : ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = 6400 କିଲୋମିଟର)

ସମାଧାନ:

ଏଠାରେ λ = 500] R = 6400 km = 6400000 m ଏବଂ

$$\omega = \frac{2\pi}{24\times 3600} \text{rad/s}$$ dk mi;ksx djus ij

$$g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$$

ବ୍ୟବହାର କରିବା, $g - g_\lambda = \omega^2 R\cos^2\lambda = \left(\frac{2\pi}{24\times 3600}\right)^2 \times 6400000 \times \cos^2 50 = 1.4 \text{cm/s}^2$

ଉଦାହରଣ 3.3

3.7 କୋରିଓଲିସ୍ ବଳର ବ୍ୟବହାର (Applications Of Coriolis Force)

ଯଦିଓ କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣର ଆପେକ୍ଷିକ ପରିମାଣ ପ୍ରକୃତ ତ୍ୱରଣ ତୁଳନାରେ ଅତିକମ , କିନ୍ତୁ ଏହା ଅନେକ ଜାଗତିକ (terrestrial) ଘଟଣାରେ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରେ । ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ, କୋରିଓଲିସ୍ ବଳର କିଛି ଭୌଗୋଳିକ ପ୍ରଭାବ ପଡେ ଯାହା: ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଭାବରେ ବିକ୍ଷେପ, ଘୂର୍ଣ୍ଣିବଳୟ, ବାଣିଜ୍ୟ ବାୟୁର ଦିଗ, ନଦୀର ଡାହାଣ କୂଳର କ୍ଷୟ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଘୂର୍ଣ୍ଣିବଳୟରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନପ୍ରଭାବ (Rotatory effects in cyclones): ବାୟୁମଣ୍ଡଳରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ବାୟୁର ଗରମ ହେତୁ ଏକ ଲଘୁଚାପ ଅଞ୍ଚଳ ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ । ଫଳତଃ, ସକେନ୍ଦ୍ରୀ ସମଚାପ ରେଖା (concentric isobars) ଥିବା, ଏହି ଲଘୁଚାପ ଅଞ୍ଚଳ, ଘୂର୍ଣ୍ଣିବଳୟ ଭାବରେ ଜଣାଯାଏ । ଯଦି ଉତ୍ତର ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ, ଏକ ଲଘୁଚାପ ଅଞ୍ଚଳ ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ, ତେବେ ଆଖପାଖ ଅଞ୍ଚଳର ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଦିଗରୁ ବାୟୁ ସମଚାପ ରେଖା କୁ ସମକୋଣ କରି, ନିମ୍ନ ଚାପ ଅଞ୍ଚଳ ଆଡକୁ ପ୍ରବାହିତ ହୁଏ ।

ଏହି ପ୍ରବାହିତ ପବନ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ହେତୁ ଡାହାଣ ଆଡକୁ ବିକ୍ଷେପ ହୁଏ ଏବଂ ଏହା ଲଘୁଚାପ ଅଞ୍ଚଳ ଚାରିପାଖରେ ବାୟୁର ଏକ ବମାବର୍ତ୍ତୀ ସଞ୍ଚଳନ (ଘୂର୍ଣ୍ଣିବାତ୍ୟା) ସୃଷ୍ଟି କରେ । ଏହି ପ୍ରକାରର ସଞ୍ଚାଳନ ସେତେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗତି କରିଥାଏ, ଯେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଚାପ ପ୍ରବଣତା (pressure gradient) ହେତୁ ସଂଘାତ (thrust), କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ସହ ସନ୍ତୁଳିତ ହୋଇ ନ ଥାଏ । ଦକ୍ଷିଣ ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣିବଳୟର ଦିଗ ଦକ୍ଷିଣାବର୍ତ୍ତୀ ହୁଏ । ବିଷୁବରେଖାରେ ($\lambda = 0$), କୋରିଓଲିସ୍ ବଳର ଭୂସମାନ୍ତର ଉପାଦାନ ହେଉଛି $2m\omega v\sin\lambda$ ଯାହାପାଇଁ ପବନର ଶୂନ୍ୟ ବିକ୍ଷେପ ହୋଇଥାଏ । ସେଥିପାଇଁ ବିଷୁବରେଖାରେ କୌଣସି ଘୂର୍ଣ୍ଣିବଳୟ ହୁଏ ନାହିଁ ।

ବାଣିଜ୍ୟ ବାୟୁର ବିକ୍ଷେପ (Deflection of trade wind): ଯେହେତୁ ବିଷୁବରେଖାରେ ପୃଥିବୀପୃଷ୍ଠ ସୂର୍ଯ୍ୟ କିରଣ ଦ୍ୱାରା ଗରମ ହୋଇଯାଏ, ତେଣୁ, ଏହା ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଥିବା ବାୟୁ ମଧ୍ୟ ଗରମ ହୋଇ ଉପରକୁ ଉଠେ । କିନ୍ତୁ ଦ୍ରୁତଗାମୀ ପବନ ଉତ୍ତର ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ, ଉତ୍ତର ଦକ୍ଷିଣ ଦିଗକୁ ଅନୁସରଣ କରେ ନାହିଁ । କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ହେତୁ, ଏହା ପଶ୍ଚିମ ଆଡକୁ ବିକ୍ଷେପିତ ହୋଇଯାଏ । କୋରିଓଲିସ୍ ବଳପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି [$-2m\vec{\omega}\times\vec{v}$] ରେ କୋଣୀୟ ପରିବେଗ ସଦିଶ, ପୃଥିବୀର ଅକ୍ଷ ସହିତ ଉତ୍ତରମେରୁଠାରୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱଗାମୀ ହୋଇଥାଏ ।

ପବନ, ପୃଥିବୀ ପୃଷ୍ଠର ସ୍ପର୍ଶରେଖା (tangential) ଦିଗରେ ଉତ୍ତରରୁ ଦକ୍ଷିଣକୁ ପ୍ରବାହିତ ହୁଏ, ଏବଂ ଏଠାରେ ଏକ ପରିବେଗ

ଉପାଦାନ ,ଅକ୍ଷକୁ ଅଭିଲମ୍ବ (perpendicular) ଅଟେ ଏବଂ ଏଠାରୁ ଦୂରକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ହୁଏ । ଭେକ୍ଟର ବୀଜଗଣିତ ବ୍ୟବହାର କରି, ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ଏହି ବଳ ଗତିଶୀଳ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ସେମାନଙ୍କ ଡାହାଣକୁ ବିକ୍ଷେପ କରିବ । ଅର୍ଥାତ୍, ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ଉତ୍ତର ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ ପଶ୍ଚିମ ଦିଗ ଆଡକୁ ବିକ୍ଷେପ ହେବ, ଯାହା ଉତ୍ତର-ପଶ୍ଚିମ ଟ୍ରେଡ୍ ପବନ ସୃଷ୍ଟି କରିବ । ସେହିପରି, ଦକ୍ଷିଣରୁ ଦ୍ରୁତଗାମୀ ଗତିରେ ପବନ ଡାହାଣକୁ ବିକ୍ଷେପିତ ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍, ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ଦକ୍ଷିଣ ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ ପୂର୍ବ ଦିଗଆଡକୁ ବିକ୍ଷେପ ହେବ, ଯାହା ଦକ୍ଷିଣ-ପୂର୍ବ ଟ୍ରେଡ୍ ପବନ ସୃଷ୍ଟି କରିବ ।

ନଦୀର ଡାହାଣ କୂଳର କ୍ଷୟ (Erosion of right bank of rivers): ନଦୀର ଜଳ, ଉତ୍ତରରୁ ଦକ୍ଷିଣକୁ (କିମ୍ବା ଦକ୍ଷିଣରୁ ଉତ୍ତର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ) ପ୍ରବାହ ସମୟରେ , ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ ଏହାର ଡାହାଣ ଆଡକୁ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ଅନୁଭବ କରେ । ତେଣୁ, ନଦୀର ଡାହାଣ କୂଳ, ବାମ କୂଳ ତୁଳନାରେ ଅଧିକ ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ କ୍ଷୟ ହୁଏ । ସେହି ସମାନ ଢଙ୍ଗରେ, ଡାହାଣ କୂଳ ମଧ୍ୟ ବାମ କୂଳ ତୁଳନାରେ ଅଧିକ ତୀକ୍ଷ୍ଣ ହୋଇଯାଏ ।

ଉତ୍ତର ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ ଉତ୍ତରରୁ ଦକ୍ଷିଣକୁ ପ୍ରବାହିତ ଏକ ନଦୀ ପାଇଁ, ଡାହାଣ କୂଳ, ପଶ୍ଚିମ ପଟରେ ରହେ । ଦକ୍ଷିଣରୁ ଉତ୍ତରକୁ ପ୍ରବାହିତ ନଦୀ ପାଇଁ; ଡାହାଣ କୂଳ, ପୂର୍ବ ପଟେ ରହେ । ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ କ୍ଷେପଣାସ୍ତ୍ର (guided missile)ର ଉଡ଼ାଣ ସମୟରେ କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣର ପ୍ରଭାବ ଯଥେଷ୍ଟ ଗୁରୁତ୍ୱ ବହନ କରେ, କାରଣ ପରିବେଗ ଏବଂ ଉଡ଼ାଣସମୟ ଯଥେଷ୍ଟ ପରିମାଣରେ ଅଧିକ ଅଟେ ।

3.8 ଫୁକଲ୍ଟ ଦୋଳକ (Foucault Pendulum)

ଏହା ଏକ ଲମ୍ବା ତାର ଉତ୍ତେଜନା T ସହିତ ଝୁଲାଯାଇଥିବା ଏକ ଦୋଳକ, ଯାହା ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ପ୍ରଭାବରେ ଗତି କରେ , I. ଏହା ପୃଥିବୀର ଧୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନକୁ ମଧ୍ୟ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ । ଏହାର ଗତି ସମୀକରଣ ହେଉଛି,

$$\vec{T} - mg\hat{k} - 2m\vec{\omega} \times \vec{v} = m\vec{f} \tag{3.23}$$

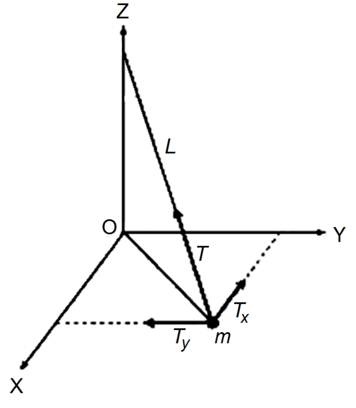
ଯେଉଁଠାରେ, ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅକ୍ଷଠାରୁ ଦୂର g ର ପରିମାଣ ଏବଂ ଦିଗରେ , କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳ ସାମାନ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରେ ।

$$\left|\vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{v}\right)\right| = \omega^2 r\cos\alpha \tag{3.24}$$

ଧରାଯାଉ, ପେଣ୍ଡୁଲମର ଦୋଳନର କୋଣ ବହୁତ ଛୋଟ (ଏବଂ ସହାୟକ ତାର ବହୁତ ଲମ୍ବା) ,ଯାହା ଦ୍ୱାରା ପେଣ୍ଡୁଲମର ବୃତ୍ତଚାପ ଭୂସମାନ୍ତର ଗତିର ଯଥେଷ୍ଟ ନିକଟତର ହେବ । ସମୁଦାୟ (net) ବାହ୍ୟ ବଳ ହେଉଛି ଉତ୍ତେଜନା ଏବଂ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳର ମିଳିତ ପ୍ରଭାବ, ଯାହା ଏକ ସଞ୍ଚିତ ବଳ(*restoringforce*) $mg\ \sin\theta$ ସହିତ ସମାନ, ତେଣୁ

$$mg\sin\theta \approx mg\theta = \frac{mg}{L}L\theta$$

ସ୍ପ୍ରିଙ୍ଗ୍ ସ୍ଥିରାଙ୍କ mg/L ସହିତ ଏକ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ହୁକ୍ ନିୟମ (Hooke's law) ବଳ ପ୍ରଦାନ କରେ । ସଞ୍ଚିତ ବଳ ହେଉଛି,



ଚିତ୍ର 3.3: ଫୁକଲ୍ଟ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍

$$\vec{T} - mg\hat{k} \simeq \frac{mg}{L}\rho\left(\hat{i}\cos\varphi + \hat{j}\sin\varphi\right) \tag{3.25}$$

ଯେଉଁଠାରେ $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ (3.26)

ଏବଂ ଗତି $\hat{k}$ ଦିଗରେ ନଗଣ୍ୟ ଅଟେ । ଅକ୍ଷାଂଶ λ ରେ ପରିବେଗ ଏବଂ କୋଣୀୟ ବେଗ ହେବ,

$$\vec{v} = \hat{i}\dot{x} + \hat{j}\dot{y}$$

$$\vec{\omega} = \omega\cos\lambda\,\hat{j} + \omega\sin\lambda\,\hat{k}$$

ଏବଂ ଗତିର ସମୀକରଣ ହୋଇଯାଏ

$$m\left(\hat{i}\ddot{x} + \hat{j}\ddot{y} + \hat{k}\ddot{z}\right) = -\frac{mg}{L}\rho\left(\hat{i}\cos\varphi + \hat{j}\sin\varphi\right) - 2m\omega\left(\cos\lambda\,\hat{j} + \sin\lambda\,\hat{k}\right) \times \left(\hat{i}\dot{x} + \hat{j}\dot{y}\right)$$

କିମ୍ବା,
$$\hat{i}\ddot{x} + \hat{j}\ddot{y} + \hat{k}\ddot{z} = -\frac{g}{L}x\hat{i} - \frac{g}{L}y\hat{j} + 2\omega\dot{x}\hat{k}\cos\lambda - 2\omega\dot{x}\hat{j}\sin\lambda + 2\omega\dot{y}\hat{i}\sin\lambda$$

ସମ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କରି ଆମେ ପାଇବା ,

$$\ddot{x} = -\frac{g}{L}x + 2\omega\sin\lambda\,\dot{y} \quad (3.27)(a)$$

$$\ddot{y} = -\frac{g}{L}y - 2\omega\sin\lambda\,\dot{x} \quad (3.27)(b)$$

ଏବଂ
$$\ddot{z} = 2\omega\cos\lambda\,\dot{x} \quad (3.27)(c)$$

Z-ଦିଗକୁ ଅଣଦେଖା କରାଯାଇପାରେ କାରଣ ଏହି ଦିଗରେ କୌଣସି ତ୍ୱରଣର ପ୍ରଭାବ କେବଳ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଜନିତ ତ୍ୱରଣ ଉପରେ ଏକ ସାମାନ୍ୟ ଅସ୍ଥିର ଭାବରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ [$\omega\dot{x} << g$] । ତା'ପରେ ଆମେ ଜାଣୁ,

$$\ddot{x} + \frac{g}{L}x = 2\omega\sin\lambda\,\dot{y} \quad (3.28)(a)$$

$$\ddot{y} + \frac{g}{L}y = -2\omega\sin\lambda\,\dot{x} \quad (3.28)(b)$$

ତେଣୁ, ଗତିର ସମୀକରଣ ହେବ,

$$m\ddot{x} = -\frac{mg}{L}x + 2m\omega\sin\lambda\,\dot{y}$$

$$m\ddot{y} = -\frac{mg}{L}y - 2m\omega\sin\lambda\,\dot{x}$$

ତେଣୁ, ଦୋଳନର କୋଣୀୟ ପରିବେଗ ହେଉଛି, $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$

ଏବଂ ଏହିପରି ଦୋଳକର ଅବଧି ହେଉଛି $\tau = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

ବର୍ତ୍ତମାନ ସମୀକରଣ (3.28) ପୁନଃ-ଲିଖିତ ହୋଇପାରିବ,

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x + 2\omega\sin\lambda\,\dot{y}$$

ଏବଂ
$$\ddot{y} = -\omega_0^2 y - 2\omega\sin\lambda\,\dot{x}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଧରାଯାଉ,
$$\vec{u} = x + iy \quad (3.29)$$

ଫୁକଲ୍ଟ ଦୋଳକ ଉପରେ ଅଧିକ ଜାଣିବା ପାଇଁ

ଯାହାଦ୍ୱାରା, $\ddot{\vec{u}} + 2\omega i \sin\lambda\, \dot{\vec{u}} + \omega_0^2 \vec{u} = 0$

କିମ୍ବା, $\ddot{\vec{u}} + 2i\,\omega_z \dot{\vec{u}} + \omega_0^2 \vec{u} = 0$

କିମ୍ବା, $\left(D^2 + 2i\,\omega_z D + \omega_0^2\right)\vec{u} = 0$

କିମ୍ବା, $D^2 + 2i\,\omega_z D + \omega_0^2 = 0$ [As, $\vec{u} \neq 0$]

$\therefore \quad D = -i\left(\omega_z \mp \sqrt{\omega_z^2 + \omega_0^2}\right) = -i\omega_z \pm i\omega_1$

ଯେଉଁଠାରେ, $\omega_1^2 = \omega_z^2 + \omega_0^2$

ତେଣୁ, ସମୀକରଣ (3.29)ର ସାଧାରଣ ସମାଧାନ ହେବ,

$$\vec{u} = Ae^{-i(\omega_z - \omega_1)t} + Be^{-i(\omega_z + \omega_1)t} = e^{-i\omega_z t}\left(Ae^{i\omega_1 t} + Be^{-i\omega_1 t}\right) \tag{3.30}$$

ଯେଉଁଠାରେ A ଏବଂ B ଦୁଇଟି ଇଚ୍ଛାଧୀନ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଅଟ ।

ଯେହେତୁ, $\omega_z << \omega_0$, ଆମେ ଲେଖିପାରିବା,

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 \Rightarrow \omega_1 = \omega_0$$

ଏହିପରି, $$\vec{u} = Ae^{i\omega_0 t} + Be^{-i\omega_0 t} \tag{3.31}$$

ଯାହା ଦୋଳକର ଗୋଳକ(bob) ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ ହୋଇଥିବା ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତୀୟ ପ୍ରକ୍ଷେପପଥ(Elliptical trajectory)କୁ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ଭାବରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରେ । ଏହି କାରକ $e^{-i\omega_z t}$ ସମୀକରଣରେ (3.30)ରେ ଏକ କୋଣୀୟ ପରିବେଗ ସହିତ ଭୂଲମ୍ବ Z -ଅକ୍ଷ ସାପେକ୍ଷ ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଦାନ କରେ,

$$\omega_z = \omega \sin\lambda$$

ତେଣୁ, ଭୂଲମ୍ବ ଅକ୍ଷ ସାପେକ୍ଷ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅବଧି ହେବ,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_z} = \frac{2\pi}{\omega \sin\lambda} \tag{3.32}$$

ବିଷୁବରେଖାରେ $\lambda = 0^\circ$, ତେଣୁ T ଅସୀମ ଅଟେ ।

ମେରୁରେ $\lambda = 90^\circ$] vr% $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{24}} = 24\,\text{h}$

ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ମେରୁରେ, ଦୋଳନର ସମତଳ 24 ଘଣ୍ଟାରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଶେଷ କରେ । ଅନ୍ୟ କୌଣସି λ ପାଇଁ, T > 24 h । ଉତ୍ତର ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ, ଦୋଳନର ସମତଳର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଦକ୍ଷିଣାବର୍ତ୍ତୀ ଅଟେ, (ଯେତେବେଳେ ଉପରୁ ଦେଖାଯାଏ) ଏବଂ ଦକ୍ଷିଣ ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ ଏହା ବାମାବର୍ତ୍ତି ଅଟେ । ଏହି ଦୋଳନର ସମତଳର ଏହି ଆପେକ୍ଷିକ କୋଣୀୟ ବଦଳ, ପୃଥିବୀର ନିଜ ଅକ୍ଷ ସାପେକ୍ଷ ଘୂର୍ଣ୍ଣନକୁ ସିଧାସଳଖ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେଇଥାଏ । ତେଣୁ, ଆମେ ପୃଥିବୀକୁ ଏକ ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ଭାବରେ ସିଧାସଳଖ ବିବେଚନା କରିପାରିବା ନାହିଁ ।

ଉଦାହରଣୀ 3.4

ଉଦାହରଣ 3.4 ଗୋଟିଏ ଦୋଳକ ର ଦୋଳନର ସମତଳର, $\lambda = 50^0$ ସହିତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହାର ବାହାର କର ଏବଂ ଏହା ଦ୍ୱାରା ନିଆଯାଇଥିବା ସମୟକୁ ଗଣନା କର ଯେତେବେଳେ ଏହା ସମକୋଣରେ ବୁଲାଯାଏ |

ସମାଧାନ:

ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅବଧି ହେବ,

$$T = \frac{2\pi}{\omega \sin\lambda} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{24} \times \sin 45} = 24\sqrt{2}\,\text{h}$$

ତେଣୁ, ଦୋଳନର ସମତଳର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହାର ହେବ,

$$\Omega = \frac{2\pi}{24\sqrt{2}}\,\text{rad/h} = \frac{\pi}{12\sqrt{2}}\,\text{rad/h}$$

ଏବଂ ଏକ ସମକୋଣ ଦେଇ ଗତି କରିବାକୁ ,ଏହା ଦ୍ୱାରା ନିଆଯାଇଥିବା ସମୟ ହେଉଛି,

$$t = \frac{\pi/2}{\pi/12\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}\,\text{h}$$

ଉଦାହରଣୀ 3.5

ଉଦାହରଣ 3.5 ଏକ ଫୁକଲ୍ଟଙ୍କ ଦୋଳକ ଉତ୍ତର-ଦକ୍ଷିଣ ଦିଗରେ ଦୋହଲିଥାଏ , ଯେଉଁଠାରେ ଅକ୍ଷାଂଶ 300 ଅଟେ। ଉତ୍ତର-ପୂର୍ବ-ଦକ୍ଷିଣ-ପଶ୍ଚିମ ଦିଗରେ ଦୋହଲିବା ଆରମ୍ଭ କରିବା ପୂର୍ବରୁ ,ଦୋଳକ ର କେତେ ସମୟ ଅତିବାହିତ ହେବ?

ସମାଧାନ:

ଅବଧି $T = \frac{2\pi}{\omega \sin\lambda} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{24} \times \sin 30} = 48\text{h}$

ତେଣୁ, ଦୋଳନର ସମତଳର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହାର ହେବ,

$$\Omega = \frac{2\pi}{48}\,\text{rad/h} = \frac{\pi}{24}\,\text{rad/h}$$

ଏବଂ ଦୋଳକ ଉତ୍ତର-ପୂର୍ବ-ଦକ୍ଷିଣ-ପଶ୍ଚିମ ଦିଗରେ ଦୋହଲିବା ଆରମ୍ଭ କରିବାକୁ ସମୟ ନେଇଛି $t = \frac{\pi/4}{\pi/24} = 6\text{h}$

ୟୁନିଟ୍ ସାରାଂଶ

- ଅଣ-ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍

$$f' = \frac{F - mf_0}{m}$$

- ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସନ୍ଦର୍ଭର ଫ୍ରେମ୍: କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ଏବଂ କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣ

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r} = \vec{v}' + \vec{v}_0$$

$$\vec{f} = \vec{f}' + 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right) + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}\right)_s$$

କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ

$$\vec{F}_0 = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}' - m\vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right)$$

= କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ + କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ

- ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ

$$\vec{F} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$= -2m\omega\left(-\dot{y}\sin\lambda\,\hat{i} + \dot{x}\sin\lambda\,\hat{j} - \dot{x}\cos\lambda\,\hat{k}\right)$$

$$\left|\vec{F}\right| = 2m\omega\left(\dot{y}^2\sin^2\lambda + \dot{x}^2\right)^{1/2}$$

- ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁ ଉପରେ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳର ପ୍ରଭାବ

$$\vec{F} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$= -2m\omega\dot{z}\cos\lambda\,\hat{i} = 2m\omega v\cos\lambda\,\hat{i}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$x = \frac{1}{3}\omega g\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}\right)^3 \cos\lambda$$

- ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଉପରେ କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳର ପ୍ରଭାବ

$$g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$$

- ଫୁକଲ୍ଟ ଦୋଳକ

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_z} = \frac{2\pi}{\omega \sin\lambda}$$

ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଏକାଧିକ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ

3.1 ସମସ୍ତ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ଯାହା ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଫ୍ରେମ୍ ସାପେକ୍ଷରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ ତାହା ହେଉଛି ___ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ।

(କ) ଜଡତ୍ୱୀୟ (ଖ) ଅଣ- ଜଡତ୍ୱୀୟ (ଗ) ବାସ୍ତବ (ଘ) ଅବାସ୍ତବ

3.2 ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣିବଳୟରେ ପବନ ଦକ୍ଷିଣ ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ ___ ଦିଗରେ ଘୂରିବୁଲେ ।

(କ) ଉର୍ଦ୍ଧମୁଖୀ (ଖ) ନିମ୍ନମୁଖୀ (ଗ) ଦକ୍ଷିଣାବର୍ତ୍ତୀ (ଘ) ବାମାବର୍ତ୍ତୀ

3.3 ଏକ ସ୍ଲାଇଡର୍ 60 r.p.m ରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଥିବା ଏକ ଲିଙ୍କ ଉପରେ 10 ସେମି/ସେ ବେଗରେ କେତେ ପରିମାଣ କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣ ରେ ସ୍ଲାଇଡିଂ କରୁଛି ।

(କ) $40\pi^2$ cm/s^2 (ଖ) 0.4π cm/s^2 (ଗ) 40π cm/s^2 (ଘ) 4π cm/s^2

3.4 ଏକ ଗତିଶୀଳ ବସ୍ତୁରେ କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେବ, ଯେତେବେଳେ ବସ୍ତୁଟି ରହିବ,

(କ) ସମତଳରେ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ପରିବେଗ ସହ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ

(ଖ) ସମତଳରେ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ପରିବେଗ ସହ

(ଗ) ସମତଳ ଗତିରେ ଯାହା ସମତଳ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଫଳାଫଳ ଅଟେ

(ଘ) ଅନ୍ୟ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ସ୍ଲାଇଡ୍ କରିବା ସମୟରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାକୁ ନିୟନ୍ତ୍ରିତ

3.5 କୋରିଓଲିସ୍ ପ୍ରଭାବର କାରଣ କାହାଯୋଗୁଁ ହୋଇଥାଏ ।

(କ) ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ (ଖ) ସୂର୍ଯ୍ୟର ବିକୀରଣ

(ଗ) ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ (ଘ) ସୂର୍ଯ୍ୟଚାରିପାଖରେ ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ

3.6 କୋରିଓଲିସ୍ ପ୍ରଭାବ ହେତୁ, ପବନ ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଗତିଶୀଳ ତରଳ ପଦାର୍ଥ, ଦକ୍ଷିଣ ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧର କେଉଁ ଦିଗକୁ ବିକ୍ଷେପିତ ହୁଏ?

(କ) ଡାହାଣ (ଖ) ପୂର୍ବ (ଗ) ବାମ (ଘ) ପଶ୍ଚିମ

3.7 ଫୁକଲ୍ଟ ଦୋଳକ ପ୍ରମାଣ ପ୍ରଦାନ କରେ ଯେ ପୃଥିବୀ

(କ) ଏହାର ଅକ୍ଷରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ (ଖ) ଏହାର ଏକ ଗୋଲୀୟ ଆକୃତି ଅଛି

(ଗ) ଏହାର ଅକ୍ଷରେ ଅବନତ ଅଟେ । (ଘ) ସୂର୍ଯ୍ୟଚାରିପାଖରେ ଘୂରି ବୁଲେ ।

3.8 ପୃଥିବୀ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଥିବାର ସର୍ବୋତ୍ତମ ପ୍ରମାଣ କାହାଦ୍ୱାରା ପ୍ରଦାନ କରାଯାଏ ।

(କ) ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ଝୁଲୁଥିବା ଫୁକଲ୍ଟ ଦୋଳକ (ଖ) ଚନ୍ଦ୍ରର ବିଭିନ୍ନ ପର୍ଯ୍ୟାୟମାନ

(ଗ) ତାରକାମାନଙ୍କର ଉଦୟ ଏବଂ ଅସ୍ତ (ଘ) ଋତୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ

ଏକାଧିକ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର

3.1 (ଖ), 3.2 (ଗ), 3.3 (ସି), 3.4 (ଘ), 3.5 (ସି), 3.6 (ସି), 3.7 (କ), 3.8 (କ)

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତର ପ୍ରଶ୍ନ

ବର୍ଗ *I*

3.1 ଏକ ଅଣ- ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ରେ ଏକ ବସ୍ତୁଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ସମୁଦାୟ ବଳ ଏବଂ ଅବାସ୍ତବ ବଳ ଗଣନା କର । ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

3.2 ଏକ ସମ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମରେ ବଳପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତ ପ୍ରାପ୍ତ କର ।

3.3 ଏକ ଫୁକଲ୍ଟର ଦୋଳକର ଗଠନ ବର୍ଣ୍ଣନା କର । ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ଦୋଳକର ଗୋଲକ, କୌଣୀୟ ପରିବେଗ $\omega \sin\lambda$ ରେ ଏକ ଦୀର୍ଘବୃତ୍ତରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିଥାଏ । ଯେଉଁଠାରେ ପ୍ରତୀକଗୁଡ଼ିକ ସେମାନଙ୍କର ଚିରାଚରିତ ଅର୍ଥ କରେ ।

3.4 କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ହେତୁ କ'ଣ ଘଟେ , କେତେକ ପ୍ରାକୃତିକ ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

3.5 ପ୍ରକୃତ ବଳ ମାନେ ତୁମେ କ'ଣ ବୁଝ ? ବାସ୍ତବ ବଳ ସହିତ କାଳ୍ପନିକ ବଳ ପାର୍ଥକ୍ୟ କ'ଣ? ତୁମର ଉତ୍ତର ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାକୁ କିଛି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

3.6 ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ମାନେ ତୁମେ କ'ଣ ବୁଝ ? ଅଣ-ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ସହିତ ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ର ପାର୍ଥକ୍ୟ କ'ଣ? ଉଦାହରଣ ସହ ବୁଝାଅ ।

3.7 ଏକ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ଅନ୍ୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କୋଣୀୟ ବେଗ $\vec{\omega}$ ରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ । ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଫ୍ରେମ୍ ରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ତ୍ୱରଣ ବାହାର କର । ଅଭିବ୍ୟକ୍ତରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶବ୍ଦର ମହତ୍ତ୍ୱ ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।

3.8 ପୃଥିବୀକୁ ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନକାରୀ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ବୋଲି ଅନୁମାନ କରି, g ର ମୂଲ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବାକୁ କେନ୍ଦ୍ରପସାରୀ ବଳର ଭୂମିକା ବର୍ଣ୍ଣନା କର । ଦର୍ଶାଅ ଯେ, g ର ପରିମାଣ ବିଷୁବରେଖାରେ ସର୍ବାଧିକ ଏବଂ ମେରୁରେ ସର୍ବନିମ୍ନ ଅଟେ ।

3.9 କୋରିଓଲସ୍ ବଳ ହେତୁ, ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉଚ୍ଚତାରୁ ସ୍ଥିରାବସ୍ଥା ଖସୁଥିବାବେଳେ ବସ୍ତୁଦ୍ୱାରା ଅନୁଭୂତ ଭୂଲମ୍ବ ବିଚ୍ୟୁତି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଉତ୍ତର ଏବଂ ଦକ୍ଷିଣ ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ ଏହି ବିଚ୍ୟୁତିରେ ସେଠାରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କି?

ବର୍ଗ *II*

3.10 କୋରିଓଲସ୍ ବଳ ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ରପସାରୀ ବଳ ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଲେଖ । ଯେତେବେଳେ ଏକ ମେରୀ-ଗୋ-ରାଉଣ୍ଡ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ, କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ରପସାରୀ ବଳ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଏକ ବଳ ଅନୁଭୂତ ହୁଏ । ଏହି ବଳର କାରଣ କ'ଣ ଅଟେ? ଏହାର ଗାଣିତିକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଲେଖ ।

3.11 ଉତ୍ତର ଏବଂ ଦକ୍ଷିଣ ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ ଅନୁଭୂତ ହେଉଥିବା କୋରିଓଲସ୍ ର ଦିଗ କ'ଣ ହେବ?

3.12 ବିଷୁବରେଖାରେ କାହିଁକି କୌଣସି ଘୂର୍ଣ୍ଣିବାତ୍ୟା ହୁଏ ନାହିଁ ?

3.13 ଉଭୟ ଗୋଲାର୍ଦ୍ଧରେ, ନଦୀଗୁଡ଼ିକର ଦକ୍ଷିଣ କୂଳ ବାମ କୂଳ ଅପେକ୍ଷା ଅଧିକ କ୍ଷୟ ହେବା କାହିଁକି ଦେଖାଯାଏ?

3.14 କେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣ ଉପସ୍ଥିତ ଥାଏ? ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳର ଭୌଗୋଳିକ ପ୍ରଭାବ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କର ।

3.15 କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ କ'ଣ? କେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଏହା ଶୂନ ଅଟେ? ଏହା କେବେ ସର୍ବାଧିକ ହୋଇପାରିବ?

ଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନ

3.1 45^0 ଅକ୍ଷାଂଶରେ ଥରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାକୁ ଏକ ଫୁକଲ୍ଟ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ର ସମତଳ କମ୍ପନପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସମୟ ଗଣନା କର । ସେହି ସମାନ ସ୍ଥାନରେ $60°$ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାକୁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ । 60^0 ଅକ୍ଷାଶଂରେ ଥରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାକୁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ।

[ଉତ୍ତର: $24\sqrt{2}h, 4\sqrt{2}h, 8/\sqrt{8}h$]

3.2 $30°$ ଅକ୍ଷାଂଶରେ ଏକ ଫୁକଲ୍ଟଙ୍କ ଦୋଳକର ଦୋଳନ ସମତଳର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହାର ବାହାର କର । ଏବଂ ତେଣୁ $90°$ ସହିତ ବୁଲିବାକୁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ତାହା ବାହାର କର । [ଉତ୍ତର: $\pi/24$ rad/h, 12h]

3.3 ଏକ ବସ୍ତୁକୁ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ବେଗ $v°$ ସହିତ ତଳକୁ ଫିଙ୍ଗି ଦିଆଯାଏ । ଦର୍ଶାଅ ଯେ, t ସମୟ ପରେ ତାହା ଭୂଲମ୍ବର ପୂର୍ବପଟେ $\omega v_0 \sin\lambda t + \frac{1}{2}\omega g t^2 \sin\lambda$, ପରିମାଣ ଦ୍ୱାରା ବିକ୍ଷେପିତ ହୁଏ ।

3.4 ବିଷୁବରେଖାରେ ଏବଂ ଉତ୍ତର ମେରୁରେ, $60°$ ଅକ୍ଷାଂଶରେ 100 ମିଟର ଉଚ୍ଚତାରୁ ଖସୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁଦ୍ୱାରା ଅନୁଭୂତ ବିଚ୍ୟୁତି ବାହାର କର । [ଉତ୍ତର: 0.011, 0.022, 0]

ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ

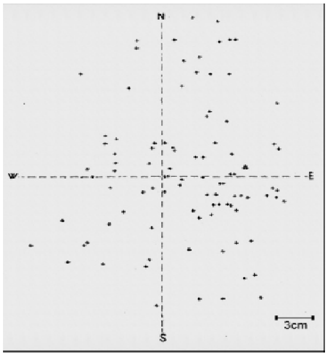
ଏକ 'ବସ୍ତୁ' ମହାକାଶର କିଛି ବିନ୍ଦୁରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ-ବସ୍ତୁତ୍ୱ ରୂପେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ । ଏକ ବସ୍ତୁ ଗତି କରିପାରେ କିନ୍ତୁ ଏହାର କୌଣସି ବିଶେଷ ଆଭିମୁଖ୍ୟ ନାହିଁ ଏହାକୁ ଏହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଦ୍ୱାରା ବର୍ଣ୍ଣିତ କରାଯାଇଥାଏ । ଯାନ୍ତ୍ରିକ ପ୍ରଣାଳୀର ଗତିବିଜ୍ଞାନକୁ ସର୍ବପ୍ରଥମେ ଆଇଜାକ୍ ନ୍ୟୁଟନ୍, ତାଙ୍କର 1687 ର ସିଦ୍ଧାନ୍ତର (Principia) ସୂଚିତ କରିଥିଲେ । ଏକ ବସ୍ତୁକୁ ପ୍ରତିପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବ୍ୟବହାର , ଏକ ଆଦର୍ଶ ଧାରଣା, ଯାହା ଗତିବିଜ୍ଞାନରେ ସବୁଠୁ ସରଳ ନମୂନା ପ୍ରଦାନ କରେ । ଯେତେବେଳେ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କର ନିୟମଗୁଡିକ ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ପାଇଁ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯିବ, ସେଠାରେ ଏକ ଜଡ଼ତ୍ୱୀୟ ବଳ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରେ । ଦକ୍ଷିଣାବର୍ତ୍ତି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପାଇଁ ଏହା ବସ୍ତୁ ଗତିର ବାମପଟେ ପ୍ରୟୋଗ ହେବା ଉଚିତ ଏବଂ ବାମାବର୍ତ୍ତୀ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପାଇଁ ଏହା ବସ୍ତୁ ଗତିର ଦକ୍ଷିଣପଟେ ପ୍ରୟୋଗ ହେବା ଉଚିତ୍ ।

କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ

ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନରେ, ନ୍ୟୁଟନିଆନ୍ ଗତି ବିଜ୍ଞାନକୁ ଏକ ବସ୍ତୁର ଗତିବିଜ୍ଞାନ ଭାବରେ କିମ୍ବା ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ଗତି ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ଏକ ଛୋଟ ବସ୍ତୁ ଭାବରେ ଭଲବୁଝାଯାଇପାରିବ । ଗତିବିଜ୍ଞାନର ଅଧ୍ୟୟନକୁ ବିଭିନ୍ନ ବର୍ଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ; ରୈଖିକ ଗତିବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିବିଜ୍ଞାନ । ରୈଖିକ ଗତିବିଜ୍ଞାନ ଏକ ରେଖାରେ ଗତି କରୁଥିବା ବସ୍ତୁସହିତ ଜଡିତ ଏବଂ ବଳ, ବସ୍ତୁ, ଜଡ଼ତ୍ୱ, ବିସ୍ଥାପନ, ପରିବେଗ, ତ୍ୱରଣ ଏବଂ ସଂବେଗ ପରି ବିଷୟଗୁଡ଼ିକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରେ ।

ଅପରପକ୍ଷରେ, ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିବିଜ୍ଞାନରେ, ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ବା ବକ୍ରିୟ ପଥରେ ଗତିଶୀଳ ଏବଂ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ, ଜଡ଼ତ୍ୱ , ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଜଡ଼ତ୍ୱ, କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ, କୋଣୀୟ ପରିବେଗ, କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ ଏବଂ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ପରି ବିଷୟଗୁଡ଼ିକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରେ ।

ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟ



ଫର୍ଡିନାଣ୍ଡ ରିଚ୍ ଖଣିଗାତ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ଗ୍ରାଫ୍

୧୬୬୪ ରେ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳର ପ୍ରଦର୍ଶନ ପାଇଁ ପ୍ରଥମ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ଅଧ୍ୟୟନ ଜିଓଭାନି ବୋରେଲି (Giovanni Borelli) ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା କରାଯାଇଥିଲା, ଯେତେବେଳେ ସେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନଶୀଳ ପୃଥିବୀଉପରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁ ସମସ୍ୟା ବିଷୟରେ ବିଚାର କରିଥିଲେ। ତାଙ୍କର ତତ୍ତ୍ୱଗତ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରେ, ସେ ଜାଣିବାକୁ ପାଇଲେ ଯେ ସେମାନଙ୍କ ପତନ ସମୟରେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ପୂର୍ବପଟକୁ ଟିକିଏ ବିକ୍ଷେପ ହୋଇଥାଏ।

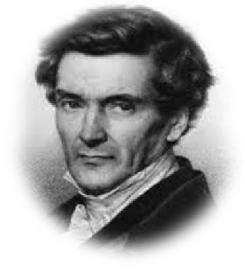
ସେହି ସମୟମଧ୍ୟରେ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁଉପରେ ଅଧିକ ପରୀକ୍ଷଣ କରାଯାଇଥିଲା। ଏହିପରି ଏକ ପ୍ରସିଦ୍ଧ ପରୀକ୍ଷଣ ଫର୍ଡିନାଣ୍ଡ ରିଚ୍ (Ferdinand Reich) ଏକ ଖଣି ଗାତରେ କରିଥିଲେ। ସମୁଦାୟ 106 ଟି ପରୀକ୍ଷଣରେ ସେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିଲେ ଯେ, ପୂର୍ବପଟରେ ହାରାହାରି 2.୪ ସେମି ବିକ୍ଷେପ ହୁଏ ଯାହା ତତ୍ତ୍ୱଗତ ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ସହମତ ହୋଇଥାଏ।

ସାଦୃଶ୍ୟ (Analogy)

ଗତି ବିଜ୍ଞାନ ହେଉଛି ଭୌତିକ ବିଜ୍ଞାନର ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଶାଖା ଏବଂ ଯନ୍ତ୍ରବିଜ୍ଞାନର ଉପଶାଖା, ଯେଉଁଥିରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରଭାବିତ କରିବାଭଳି ଭୌତିକ କାରକ ଯଥା ବଳ, ବସ୍ତୁତ୍ୱ, ସଂବେଗ, ଶକ୍ତି ଅର୍ନ୍ତଗତ ଭୌତିକବସ୍ତୁର ଗତିକୁ ଅଧ୍ୟୟନ କରାଯାଏ। ବାସ୍ତବରେ, ବସ୍ତୁର ଗତିବିଜ୍ଞାନ,ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ବଳଗୁଡିକ ସହ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଯାହାଦ୍ୱାରା ବସ୍ତୁର ତ୍ୱରଣ ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ । ଏକ ବସ୍ତୁର ଗତିବିଜ୍ଞାନର ଅଧ୍ୟୟନକୁ, ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଭାବରେ ଗତିଶୀଳତାର ଅଧ୍ୟୟନ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ।

ଫୁକଲ୍ଟ ଏକ ସରଳ ସମୀକରଣ ହାସଲ କରିଥିଲେ, ଯାହା ତାଙ୍କର ସାଇନ୍ (sine) ନିୟମ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା। ଏହା ଯେକୌଣସି ଅକ୍ଷାଂଶରେ, ଗୋଟିଏ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ସମାପ୍ତ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ପେଣ୍ଡୁଲମ ପାଇଁ ସମୟ ପ୍ରଦାନ କରିଥାଏ। ବିଷୁବରେଖାରେ, ପେଣ୍ଡୁଲମର ଦୋଳନର ସମତଳ କଦାପି ଗତି କରେ ନାହିଁ , କିନ୍ତୁ ଉତ୍ତର ମେରୁରେ, ପେଣ୍ଡୁଲମର ସମତଳ 24 ଘଣ୍ଟା ମଧ୍ୟରେ 360 ଡିଗ୍ରୀ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସମାପ୍ତ କରେ। ପ୍ୟାରିସରେ, ଏହି ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ଗୋଟିଏ ଦିନରେ 270 ଡିଗ୍ରୀ ଘୂରେ।

ଇତିହାସ



ଗୁସ୍ତାଭ-ଗାସପର୍ଡ କୋରିଓଲିସ୍

ନ୍ୟୁଟନ୍ ମୌଳିକ ଭୌତିକ ନିୟମ ବିକଶିତ କରିଥିଲେ ଯାହା ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନରେ ଗତିବିଜ୍ଞାନର ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ। ଏକ ଜ୍ଞାନ ପାଇ , ନ୍ୟୁଟନ୍ ମେକାନିକ୍ସର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀ ଉପରେ ଯେଉଁ ତତ୍ତ୍ୱ ଦେଲେ, ସେଥିରୁ ଜଣେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଗତିବିଜ୍ଞାନର ଧାରଣା ପାଇପାରେ। ବାସ୍ତବରେ, ଗତିବିଜ୍ଞାନ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ଗତିର ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ ସହିତ ଜଡିତ। କିନ୍ତୁ ଏହା ସତ୍ୟ ଯେ, ସମସ୍ତ ତିନୋଟି ଗତି ନିୟମ ଯେକୌଣସି ପ୍ରଦତ୍ତ ପରୀକ୍ଷଣ କିମ୍ବା ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରେ ପରସ୍ପର ସହିତ ଜଡିତ ଥିବାରୁ ତିନୋଟି ନିୟମକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଏ ।

ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ବଳ ପ୍ରୟୋଗର ଅଭିବ୍ୟକ୍ତିର ବ୍ୟାଖ୍ୟାପାଇଁ ,1835 ରେ, ଗୁସ୍ତାଭ-ଗାସପର୍ଡ କୋରିଓଲିସ୍ ଦ୍ୱାରା କାରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ, ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଉପକରଣ ଯେପରି, ଔଦ୍ୟୋଗିକ ଜଳଚକ୍ରଗୁଡିକ (industrial waterwheels) ଦ୍ୱାରା ବୈପ୍ଳବିକ ଭାବେ ଅନୁପ୍ରାଣିତ ହୋଇଥିଲା।

ତଥାପି, ପୃଥିବୀ ହେଉଛି ଘୂର୍ଣ୍ଣନକାରୀ ଉପକରଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଯାହା ସର୍ବଦା ଆମ ସହିତ ରହିଆସିଛି। ବୋଧହୁଏ, କୋରିଓଲିସ୍ ଙ୍କ ପୂର୍ବରୁ , ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଗତିଶୀଳ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାରକୁ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା ପାଇଁ ସମସ୍ତ ପୁରାତନ ଅଧ୍ୟୟନ, ପୃଥିବୀର ଦୈନିକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରି ଅନୁଭବ କରାଯାଇଥିଲା।

ସମୟଧାରା

1668: ପ୍ରଥମେ, ଜିଓଭାନି ବୋରେଲିଙ୍କଦ୍ୱାରା 'କୋରିଓଲିସ୍' ବଳର ଏକ ପ୍ରସଙ୍ଗ ଉପରେ ବିସ୍ତୃତ ଅଧ୍ୟୟନ କରାଯାଇଥିଲା ।

1749: ଲିଓନହାର୍ଡ ୟୁଲର ଦ୍ୱାରା କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣର ସମୀକରଣ ପ୍ରାପ୍ତ ହୋଇଥିଲା ।

1778: ଜୁଆର ସମୀକରଣରେ କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣର ପ୍ରଭାବ ପିଏରେ-ସାଇମନ୍ ଲାପ୍ଲେସ୍ (Pierre-Simon Laplace) ବର୍ଣ୍ଣନା କରିଥିଲେ ।

1798: ପ୍ରତିକ୍ଷିପ୍ତ (projectiles)ର ବିକ୍ଷେପ ଉପରେ ଲାପ୍ଲେସ୍' ଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟ ।

1831: ଫର୍ଡିନାଣ୍ଡ ରିଚ୍ (Ferdinand Reich)ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଏକ ଖଣି ଗାତରେ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବଲ୍ ଗୁଡିକ ଉପରେ 106 ପରୀକ୍ଷଣର ଫଳାଫଳ ।.

1835: ଗୁଷ୍ଟାଭ-ଗାସପର୍ଡ କୋରିଓଲିସ୍ (Gustave-Gaspard Coriolis) ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ପ୍ରୟୋଗ ବଳର ଅଭିବ୍ୟକ୍ତିର ବିକାଶ ।

1851: ଲିଓନ୍ ଫୁକଲ୍ଟ (Léon Foucault)ଏକ ବିରାଟ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ସହ ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଦର୍ଶାଇଥିଲେ , ତାହା ପ୍ରସିଦ୍ଧ ଫୁକଲ୍ଟ ଦୋଳକ ।

1856: ୱିଲିୟମ୍ ଫେରେଲ୍ (William Ferrel) ଲାପ୍ଲେସ୍' ଙ୍କ ଜୁଆରର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଗ୍ରହଣ କରିଥିଲେ ଏବଂ ପାଣିପାଗ ବିଜ୍ଞାନରେ ତାହା ଅର୍ନ୍ତଭୁକ୍ତ କରିଥିଲେ ।

ପ୍ରୟୋଗ (ବାସ୍ତବ ଜୀବନ / ଉଦ୍ୟୋଗ), (Applications, Real Life / Industrial)

ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନ (astrophysics) ଏବଂ ତାରକା ଗତିବିଜ୍ଞାନ ଗୁଣଧର୍ମରେ, କୋରିଓଲିସ୍ ର ପ୍ରଭାବ ବହୁତ । ଏହା ବାସ୍ତବରେ, ସୂର୍ଯ୍ୟଦାଗର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଦିଗରେ ଏକ ନିୟନ୍ତ୍ରକ । ପାଣିପାଗ ବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ସମୁଦ୍ର ବିଜ୍ଞାନର ଅନେକ ତଥ୍ୟରେ ଏହାର ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରଭାବ ମଧ୍ୟ ରହିଛି, ଯେଉଁଠାରେ ପୃଥିବୀପୃଷ୍ଠରେ ଗତିକୁ, ତ୍ୱରଣ ଅଧୀନରେ ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ ।

ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନଶୀଳ ବୈଦ୍ୟୁତିକ ଯନ୍ତ୍ରରେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ତତକ୍ଷଣାତ୍ ଭୋଲଟେଜ୍ ର ବୈଦ୍ୟୁତିକ ଗତିବିଜ୍ଞାନ ଅଧ୍ୟୟନ (electrodynamical studies)ରେ, ଏକ ପ୍ରଣୋଦିତ (induced) ଭୋଲଟେଜ୍ ଏବଂ ଉତ୍ପାଦିତ ଭୋଲଟେଜ୍ ଭାବରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ । ଏହା ମୂଳତଃ ଏକ ଆପେକ୍ଷିକ ପରିଣାମ ଏବଂ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ ର ପସନ୍ଦ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ଫ୍ରେମ୍ ର ଆପେକ୍ଷିକ ବେଗ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି, ଏହା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କିମ୍ବା ଆଂଶିକ ଭାବରେ ପ୍ରଣୋଦିତ ଏବଂ/ କିମ୍ବା ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇପାରିବ । ସେହି ରୋଟରଠାରୁ ଏକ ଭିନ୍ନ ପରିବେଗ ସହିତ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ, ସେଠାରେ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ ସମାନ ଏକ ଉତ୍ପାଦିତ ଭୋଲଟେଜ୍ ଅଛି, ଯାହାକୁ ଖ୍ରୀଷ୍ଟୋଫେଲ ଭୋଲଟେଜ (Christoffel voltage)କୁହାଯାଏ ।

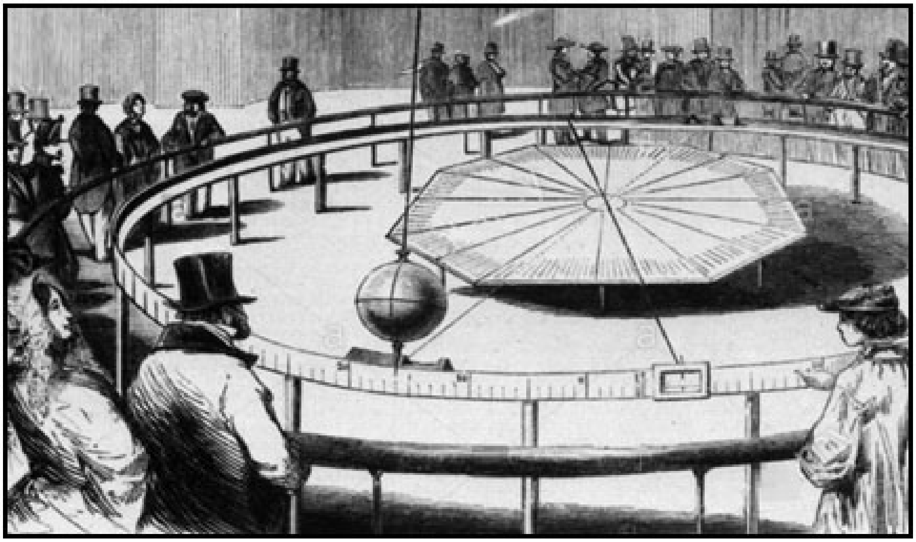
ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଧ୍ୟୟନ (ପରିବେଶ / ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱ / ସାମାଜିକ / ନୈତିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ)

ସାଧାରଣତଃ କହିବାକୁ ଗଲେ, ଗତିବିଜ୍ଞାନ ଅଧ୍ୟୟନରେ ଜଡିତ ବୈଜ୍ଞାନିକମାନେ ମୁଖ୍ୟତଃ, କିପରି ଏକ ଭୌତିକ ବ୍ୟବସ୍ଥା ବିକଶିତ ହୋଇପାରିବ କିମ୍ବା ସମୟ ସହିତ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଇପାରିବ, ତାହା ଉପରେ ଧ୍ୟାନ ଦିଅନ୍ତି । ଗବେଷକମାନଙ୍କର ଗୋଟିଏ ପ୍ରାଥମିକତା କ୍ଷେତ୍ର ହେଉଛି ଯେ ଭୌତିକ ବ୍ୟବସ୍ଥାର ପରିବର୍ତ୍ତନର କାରଣ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା । ବାୟୁମଣ୍ଡଳର ଗତିବିଜ୍ଞାନ, ଜଳମଣ୍ଡଳ ଏବଂ ବାଲିଷ୍ଟିକ୍ସ ଅଧ୍ୟୟନରେ କୋରିଓଲିସ୍ ଫୋର୍ସର ମହତ୍ତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଉପାଦେୟତା ପରିଲକ୍ଷିତ ହୋଇଥାଏ । ବାୟୁମଣ୍ଡଳର ଗତିବିଜ୍ଞାନକ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହା ପ୍ରଚଳିତ ବାୟୁ ସଞ୍ଚାଳନ ଏବଂ ଝଡ଼ର ଘୂର୍ଣ୍ଣନକୁ ପ୍ରଭାବିତ କରେ, ଜଳମଣ୍ଡଳ ବା ହାଇଡ୍ରୋସ୍ପିୟରରେ ଏହା ମହାସାଗରୀୟ ସ୍ରୋତର ଘୂର୍ଣ୍ଣନକୁ ପ୍ରଭାବିତ କରେ ଏବଂ ବାଲିଷ୍ଟିକ୍ ରେ ମହାକାଶ ଯାନର ଉତ୍କ୍ଷେପଣ ଓ ପରିକ୍ରମାରେ ବିଶେଷ ପ୍ରଭାବ ପକାଇପାରେ ।

ଅନୁସନ୍ଧିତ୍ସା ଏବଂ କୌତୁହଳର ବିଷୟ

ପୂର୍ବେ, ଜାନୁଆରୀ 1851 ପ୍ରାରମ୍ଭରେ ସକାଳ ପ୍ରାୟ 2 ଟାରେ, ଫୁକଲ୍ଟ ହୃଦୟଙ୍ଗମ କଲେ ଯେ ଯଦି ଛାତରୁ ଏକ ଦୋଳକ ଏପରି ଟାଙ୍ଗିବା ପାଇଁ ଏକ ଉପାୟ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିପାରିବେ ଯେ, ଦୋଳକ ଯେକୌଣସି ଦିଗରେ ମୁକ୍ତଭାବେ ଦୋଳନ କରିପାରିବ, ତେବେ ସେ ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ପ୍ରଭାବ ଦେଖିବାରେ ସକ୍ଷମ ହେବେ। ଏହା ଦେଖାଗଲା ଯେ, ଦୋଳକର ପଥ ଧୀରେ ଧୀରେ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ହେଉଥିଲା କିନ୍ତୁ ଦୋଳକର ଦୋଳନର ସମତଳ ସ୍ଥିର ରହିଥିଲା ଯେତେବେଳେ ପୃଥିବୀ ଏହାର ତଳପଟେ ବୁଲିଗଲା। ସେ ହୃଦୟଙ୍ଗମ କଲେ ଯେ ଦୋଳକକୁ ଅତି ଯତ୍ନର ସହିତ ଡିଜାଇନ୍ କରିବାକୁ ପଡିବ ଯେଉଁଥିରେ ଗୋଳକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣଭାବେ ପ୍ରତିସମ (symmetrical) ହେବା ଆବଶ୍ୟକ।

ଯେତେବେଳେ ଦୋଳକ ଝୁଲିବାପାଇଁ ଆରମ୍ଭ କରାଯାଏ, ଏହାକୁ ଧୀରେ ଧୀରେ ଛଡାଯାଏ କାରଣ ସାମାନ୍ୟ ଧକ୍କା ପ୍ରଦର୍ଶନକୁ ନଷ୍ଟ କରିଦେବ। ଏହା ତାଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ପ୍ରଥମ ସ୍ୱଷ୍ଟ ଏବଂ ନାଟକୀୟ ପ୍ରଦର୍ଶନ ଥିଲା। ତାଙ୍କର ତଳସ୍ତର (basement) ରେ ସଫଳତାର ସହ ପରୀକ୍ଷଣ ସମାପ୍ତ କରିବା ପରେ, ସେ ଏକ ବୃହତ ସ୍କେଲରେ ସମାନ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିବାକୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ଥିଲେ। ଫେବୃଆରୀ 2, 1851 ରେ, ଫୁକଲ୍ଟ ପ୍ୟାରିସର ବୈଜ୍ଞାନିକମାନଙ୍କୁ ଏକ ବିଜ୍ଞପ୍ତି ପଠାଇ କହିଥିଲେ ଯେ "ପୃଥିବୀର ବୁଲିବା ଦେଖିବା ପାଇଁ ଆପଣମାନଙ୍କୁ ନିମନ୍ତ୍ରଣ କରାଯାଇଛି।



ଖୋଦିତ ଲିଓନ୍ ଫୁକଲ୍ଟଙ୍କ ଦୋଳକ ଯାହା 1851 ରେ ପ୍ୟାରିସର ପାନ୍ଥୋନ୍ ରେ ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରାଯାଇଥିଲା। (ସୌଜନ୍ୟ: ପିକ୍ଟୋରିଆଲ ପ୍ରେସ୍ ଦ୍ୱାରା ଫଟୋଗ୍ରାଫି)

ପରଦିନ, ପ୍ୟାରିସ୍ ପର୍ଯବେକ୍ଷକ ମେରିଡିଆନ୍ କଠୋରିରେ, ସେଠାରେ ଏକତ୍ରିତ ବୈଜ୍ଞାନିକମାନେ ପ୍ରକୃତରେ ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଦେଖିଥିଲେ ଏବଂ ଏହିପରି ପ୍ରଥମ ପେଣ୍ଡୁଲମ୍ ପ୍ରଦର୍ଶନ ଏକ ସଫଳତା ଥିଲା। ନେପୋଲିଅନ୍ ତୃତୀୟ ବ୍ୟକ୍ତି ଯିଏ ଜଣେ ଆଗ୍ରହୀ ବୈଜ୍ଞାନିକ ଥିଲେ ଏବଂ ଫୁକଲ୍ଟଙ୍କ ସମର୍ଥକ ଥିଲେ । ତାଙ୍କୁ ରାଜକୀୟ ପର୍ଯବେକ୍ଷକ(Imperial Observatory)ସହ ସଂଲଗ୍ନ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନୀ ପଦବୀରେ ରହିବାର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରିଥିଲେ, ଯେଉଁଠାରେ ସେ ଦୂରବୀକ୍ଷଣଯନ୍ତ୍ର (telescopes)ର ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଉନ୍ନତି କରିଥିଲେ। କିନ୍ତୁ ଫ୍ରାନ୍ସ ବିଜ୍ଞାନ ଏକାଡେମୀ ଫୁକଲ୍ଟଙ୍କୁ ସଦସ୍ୟଭାବରେ ମନୋନୀତ କରିବାକୁ ଅନିଚ୍ଛା ପ୍ରକାଶ କରିଥିଲା। ତଥାପି ଅନେକ ଥର ଆବେଦନ କରିବା ପରେ, ଫୁକଲ୍ଟ ଶେଷରେ 1865 ରେ ନିର୍ବାଚିତ ହୋଇଥିଲେ କିନ୍ତୁ ଫେବୃଆରୀ 11, 1868 ରେ ପ୍ୟାରିସରେ ତାଙ୍କର ମୃତ୍ୟୁ ମାତ୍ର 49 ବର୍ଷ ବୟସରେ ହୋଇଥିଲା। ଜନସାଧାରଣ କ୍ରମାଗତ ଭାବରେ ଫୁକଲ୍ଟ ଦୋଳକପ୍ରତି ଆକର୍ଷିତ ହେବାରେ ଲାଗିଛନ୍ତି, ଯାହା ବିଜ୍ଞାନ ସଂଗ୍ରହାଳୟ ଏବଂ ବିଶ୍ୱର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସାର୍ବଜନୀନ ସ୍ଥାନରେ ଦେଖାଯାଇପାରିବ।

ଅନୁସନ୍ଧିତ୍ସା ଏବଂ କୌତୁହଳର ବିଷୟ ପାଇଁ ସନ୍ଦର୍ଭ

1. P.S. Laplace, Traité de MécaniqueCéleste, Vol. 1. Crapelet, Paris (1798).
2. G. Coriolis , Sur les équations du mouvementrelatif des systèmes de corps. J. Éc. Polytech. Paris, Cahier XXIV, Tome XV, 142 (1835).
3. M. Brillouin, Mémoiresoriginaux sur la circulation générale de l'atmosphère. Carré et Naud, Paris (1900).
4. J.G. Hagen, La rotation de la terre, sespreuvesmécaniquesanciennes et nouvelles. TipografiaPoliglottaVaticana, Roma (1911).
5. https://www.britannica.com/science/coriolis forc

ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପାଠ୍ୟ

1. D. Kleppner and R. Kolenkow, An Introduction to Mechanics, McGraw-Hill, 1973.
2. J. L. Synge and B. A. Griffiths, Principles of Mechanics, McGraw-Hill Inc. US, 1959.
3. J. P. D. Hartog, Mechanics, Dover Publications Inc., 1948.
4. J. L. Meriam and L. G. Kraige, Engineering Mechanics - Dynamics, 7th Edition, John Wiley and Sons., 2016.
5. S. Holzner, Physics for Dummies, John Wiley and Sons, 2005.
6. M. E. Browne, Schaum's Outline of Theory and Problems of Physics for Engineering and Science (Series: Schaum's Outline Series), McGraw-Hill Companies, 1999.
7. R. Goc, Force in Physics, Archived from the original, 2005.
8. H. Dresig and F. Holzweißig, Dynamics of Machinery Theory and Applications, Springer Science + Business Media, Dordrecht, London, New York, 2010.
9. C. E. Wilson, Kinematics and Dynamics of Machinery, Pearson Education, 2003.
10. Swagatam, Calculating Engineering Dynamics Using Newton's Laws, Bright Hub, Archived from the original, 2010.
11. W. Reeves, Particle Systems - A Technique for Modeling a Class of Fuzzy Objects, ACM Transactions on Graphics, vol 2 (2), pp. 91-108, 1983.
12. W. G. Hoover, Smooth Particle Applied Mechanics: The State of the Art, World Scientific, 2006.
13. G. R. Liu and M. B. Liu, Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method, Singapore: World Scientific, 2003.
14. D. Violeau, Fluid Mechanics and the SPH method, Oxford University Press, 2012.
15. https://www.physics.brocku.ca/fun/NEWT3D/PDF/CORIOLIS.PDF
16. https://www.scielo.br/j/rbef/a/4FdXxnSZfYsYpDg8s7CCKZd/?lang=en&format=pdf 17.http:// talleylab.ucsd.edu/ltalley/sio210/dynamics_rotation/lecture_dynamics_rotation.pdf
18. https://www.lextalus.com/pdf/The%20Coriolis%20Effect.pdf

4 ଦୋଳନ

ୟୁନିଟ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ

ଆମେ ଏହି ୟୁନିଟରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ:

- ସରଳ ସଂନାଦୀ (Harmonic) ଗତିର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ;
- ସରଳ ସଂନାଦୀ ଗତିର ଅବକଳ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ;
- ସଂନାଦୀ ଦୋଳକ;
- ଅବମନ୍ଦିତ ସଂନାଦୀତ (Damped Harmonic) ଗତି;
- କ୍ରାନ୍ତିକ ଅବମନ୍ଦିତ (critically damped) ଏବଂ ହାଲୁକା ଅବମନ୍ଦିତ ଦୋଳକ;
- ଲଗାରିଦମିକ୍ ହ୍ରାସ, ବିଶ୍ରାନ୍ତି ସମୟ (relaxation time) ଏବଂ ଅବମନ୍ଦିତ ସଂନାଦୀତ ଗତି ସହିତ ଜଡିତ ଗୁଣାତ୍ମକ ଉପାଦାନ;
- ପ୍ରଣୋଦିତ ଦୋଳନ ଏବଂ
- ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନରେ ଅନୁନାଦ।

ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାରିକ ପ୍ରୟୋଗଗୁଡିକ ଅଧିକ କୌତୁହଳ ଏବଂ ସୃଜନଶୀଳତା ସୃଷ୍ଟି କରିବା ସହିତ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଦକ୍ଷତାରେ ଉନ୍ନତି ଆଣିବାପାଇଁ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି।

ବ୍ଲୁମବର୍ଗୀକରଣର ନିମ୍ନ ଏବଂ ଉଚ୍ଚ କ୍ରମ ଅନୁଯାୟୀ ଦୁଇଟି ବର୍ଗରେ ଚିହ୍ନିତ, ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତର ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ ଦେବା ବ୍ୟତୀତ, ଅନେକ ସାଂଖ୍ୟିକ ସମସ୍ୟା ମାଧ୍ୟମରେ ରଚନାତ୍ମକ କାର୍ଯ୍ୟ (assignment), ୟୁନିଟରେ ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପ୍ରସ୍ତାବିତ ପଠନର ତାଲିକା ଦିଆଯାଇଛି, ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଜଣେ ଅଭ୍ୟାସପାଇଁ ସେଗୁଡିକୁ ଦେଖିପାରିବ। ଏହା ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଯେ ଆଗ୍ରହର ବିଭିନ୍ନ ବିଷୟ ଉପରେ ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇବାପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ବିଭାଗରେ କିଛି QR ସଂକେତ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି ଯାହା ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ସହାୟକ ଜ୍ଞାନପାଇଁ ସ୍କାନ୍ କରାଯାଇପାରିବ।

ବ୍ୟବହାରିକ ପ୍ରୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପାଠ୍ୟ ପରେ ବିଷୟବସ୍ତୁ ଉପରେ ଆଧାରିତ, ଏକ "ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ" ବିଭାଗ ଅଛି। ଏହି ବିଭାଗକୁ ଯତ୍ନର ସହ ତିଆରି କରାଯାଇଛି। ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଏଥିରେ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଥିବା ସଂପୂରକ (supplementary) ସୂଚନା ପୁସ୍ତକର ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କପାଇଁ ଲାଭଦାୟକ ହେବ। ଏହି ବିଭାଗ ମୁଖ୍ୟତଃ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ, ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟର କେତେକ ଉଦାହରଣ, ଅନୁରୂପ, ବିଷୟର ବିକାଶର ଇତିହାସ, ମୁଖ୍ୟତଃ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଏବଂ ସନ୍ଧାନକୁ ଧ୍ୟାନ ଦେଇ, ଆଜି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମ୍ପୃକ୍ତ ବିଷୟ ବିଷୟଟିର ବିକାଶର ସମୟଧାରା, ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ବାସ୍ତବ ଜୀବନପାଇଁ ବିଷୟର ପ୍ରୟୋଗ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଶିଳ୍ପ ପ୍ରୟୋଗ, ପରିବେଶ, ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱ, ସାମାଜିକ ଏବଂ ନୈତିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ ସହିତ ଜଡିତ କରି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଧ୍ୟୟନ ଏବଂ ଶେଷରେ ୟୁନିଟ୍ ର ଅନୁସନ୍ଧିତ୍ସା ଏବଂ କୌତୁହଳର ବିଷୟକୁ ଆଲୋକିତ କରେ।

ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଆଧାର

ଦୋଳନ ୟୁନିଟ୍ ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ ସଂନାଦୀ ଦୋଳକ ସହିତ ଅବମନ୍ଦିତ ସଂନାଦୀତ ଗତି ଏବଂ ଅତିରିକ୍ତ ଅବମନ୍ଦିତ ସଂନାଦୀତ ଗତି ବିଷୟରେ ଏକ ସ୍ପଷ୍ଟ ଧାରଣା ପାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ। ଏହା ଦୋଳନ ଗତି ଉପରେ କିଛି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଚିନ୍ତାଧାରା ବିକଶିତ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ। ପ୍ରଣୋଦିତ ଦୋଳାୟମାନ ଗତି ଏବଂ ଅନୁନାଦ ବିଷୟ ବ୍ୟାଖ୍ୟା ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରୟୋଗକ୍ଷେତ୍ରରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ। ବ୍ୟାପକ ପ୍ରୟୋଗର କ୍ଷେତ୍ର ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଘଟଣା ମଧ୍ୟ ସହାୟକ ବିଷୟ ଭାବେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଦୋଳନର ଅର୍ଥ ହେଉଛି କୌଣସି ବସ୍ତୁର ଦୁଇଟି ଅବସ୍ଥାନ କିମ୍ବା ଅବସ୍ଥା ମଧ୍ୟରେ ବାରମ୍ବାର ଆଗପଛ ଗତି। ଗୋଟିଏ ଦୋଳନ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଗତି ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ, ଯାହାକି ସମୟ ସହିତ ଉପର ଏବଂ ତଳ କିମ୍ବା ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଗତି କରେ। ବିସ୍ତୃତ ଭାବରେ କହିଲେ, ଦୋଳନ, ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବା ପ୍ରକ୍ରିୟାଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଜୁଆର ଏବଂ ଘଣ୍ଟାର ଦୋଳକ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯେକୌଣସି ଜିନିଷରେ ହୋଇପାରେ। ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଏକ ଦୋଳକ ଚାଳିତ ଘଣ୍ଟାରେ, ଦୋଳନ ଦୋଳକର ଆଗପଛ ଗତି। ତରଙ୍ଗକୁ ମଧ୍ୟ ଏକ ବିଶ୍ରାମ ସ୍ଥିତିର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦୋଳନ, କିମ୍ବା କମ୍ପନ, ରୂପେ ବିବେଚନା କରାଯାଇପାରେ । ଧ୍ୱନି ତରଙ୍ଗ ବାୟୁ କଣିକାଗୁଡିକ ଆଗକୁ ପଛକୁ କମ୍ପନ କରିଥାଏ। ତରଙ୍ଗ ଜଳ କଣିକାକୁ ଉପର ଏବଂ ତଳକୁ କମ୍ପନ କରିଥାଏ।

ପୂର୍ବ-ଆବଶ୍ୟକୀୟ

ଗଣିତ: ତ୍ରିକୋଣମିତି (ଦ୍ୱାଦଶ ଶ୍ରେଣୀ)

ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ: ସରଳ ସଂନାଦୀ ଗତିର, ତରଙ୍ଗ (ଦ୍ୱାଦଶ ଶ୍ରେଣୀ)

ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳ

ଏହି ୟୁନିଟ୍ ର ଫଳାଫଳର ତାଲିକା ଏହିପରି ଅଟେ:

U4-O1: ସରଳ ସଂନାଦୀ ଢଙ୍ଗରେ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁପାଇଁ ବିସ୍ଥାପନ, ବେଗ ଏବଂ ତ୍ୱରଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା

U4-O2: ଅବମନ୍ଦିତ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଧାରଣା ସହିତ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ ଗତି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା

U4-O3: ବାଧ୍ୟତାମୂଳକ କମ୍ପନ ଗତି ରେ ସ୍ଥିର ଏବଂ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ଅବସ୍ଥା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା

U4-O4: ବେଗ, ଶକ୍ତି ଅନୁନାଦ ଏବଂ ଅନୁନାଦର ତୀକ୍ଷ୍ଣତା ଆଲୋଚନା କରିବା

U4-O5: ଏକ ଦୋଳନ ଗତିର ସମୟ ଅବଧି ଗଣନା କରିବାକୁ ସରଳ ସଂନାଦୀ ଗତିର ଅବକଳ ସମୀକରଣ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା

ୟୁନିଟ୍ - 4 ଫଳାଫଳ	ଆଶା କରାଯାଉଥିବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସହ ଫଳାଫଳ ସଂଯୋଗ *(1- ଦୁର୍ବଳ ସହବନ୍ଧନ; 2- ମାଧ୍ୟମ ସହବନ୍ଧନ; 3- ଶକ୍ତିଶାଳୀ ସହବନ୍ଧନ)*					
	CO-1	CO-2	CO-3	CO-4	CO-5	CO-6
U4-O1	-	-	2	-	-	3
U4-O2	-	-	1	-	-	3
U4-O3	-	-	1	-	-	3
U4-O4	-	-	1	-	-	3
U4-O5	-	-	1	-	-	3

4.1 ଉପକ୍ରମ

ନିୟମିତ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ଯେକୌଣସି ଗତିର ବାରମ୍ବାର ପୁନରାବୃତ୍ତି, ପର୍ଯ୍ୟାୟଗତି (periodic motion) ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ଏକ ଦୋଳକର ଗତି, ଏକ କମାନୀରେ ବସ୍ତୁର ଦୋଳନ, ପୃଥିବୀର ଦିନିକିଆ ଗତି ଇତ୍ୟାଦି ଏହିପରି ଗତିର ଉଦାହରଣ । ଯଦି ଏକ କଣିକା ପର୍ଯ୍ୟାୟଗତି ସମୟରେ ସନ୍ତୁଳନ କିମ୍ବା ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥିତିର ଆଗକୁ ପଛକୁ ଗତିଅନୁସରଣ କରେ, ତେବେ ଏହି ପ୍ରକାରର ଗତିକୁ ଦୋଳାୟମାନ ଗତି କୁହାଯାଏ । ଏକ ସରଳ ଦୋଳକର ଗତି ଏବଂ କମାନୀର ଗତି ହେଉଛି ଏହିପରି ଗତିର ଉଦାହରଣ । ସମସ୍ତ ଦୋହଲିବା ଗତି ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମ କିନ୍ତୁ ସମସ୍ତ ପର୍ଯ୍ୟାୟଗତି ଦୋହଲିବା ନୁହେଁ ।

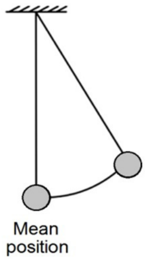
ଏକକ ସମୟରେ ଏକ ଦୋହଲିବା ବସ୍ତୁ ଦ୍ୱାରା ହୋଇଥିବା ଦୋହଲିବାର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆବୃତ୍ତି କୁହାଯାଏ (n) ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଦୋଳନ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବାପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସମୟକୁ ସମୟ ଅବଧି (T) କୁହାଯାଏ । ଏହି ଦୁଇଜଣଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ହେଉଛି:

$$n = \frac{1}{T} \tag{4.1}$$

ଯେତେବେଳେ ଏକ ବସ୍ତୁ ଏହାର ପ୍ରାକୃତିକ କୋଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି ସହିତ ସ୍ଥିର କମ୍ପନ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରେ, ଏହା ଅନେକ କ୍ଷୟକାରୀ ବଳ (dissipative force) କିମ୍ବା ଘର୍ଷଣବଳ (frictional force) ଅନୁଭବ କରେ ଯାହା ସମୟ ସହିତ ବସ୍ତୁର କମ୍ପନର ବିସ୍ତାର ହ୍ରାସ କରେ ଏବଂ ଶେଷରେ ବସ୍ତୁର ଗତି ବନ୍ଦ ହୋଇଯାଏ । କ୍ଷୟଶୀଳ ବିସ୍ତାର ସହିତ ବସ୍ତୁର ଏହିପରି କମ୍ପନକୁ ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ (damped vibration) କୁହାଯାଏ । ପ୍ରତିରୋଧକ କିମ୍ବା କ୍ଷୟକାରୀ ବଳକୁ ଦୂର କରିବାପାଇଁ ଶକ୍ତି ହରାଇବା ହେତୁ ସମୟ ସହିତ ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ କରୁଥିବା ବସ୍ତୁର ଦୋଳନର ବିସ୍ତାର ହ୍ରାସ ପାଇଥାଏ । ଯେତେବେଳେ କ୍ଷତି ପୂରଣ କରିବାପାଇଁ ଏହାଉପରେ ଏକ ବାହ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ, କମ୍ପନର ବିସ୍ତାର ସମୟ ସହିତ କ୍ଷୟ ହୁଏ ନାହିଁ ଏବଂ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମ ବଳର କାର୍ଯ୍ୟରେ ବସ୍ତୁ ନିୟମିତ ଭାବରେ କମ୍ପନ ହୁଏ । ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ବଳର କାର୍ଯ୍ୟ ଅଧୀନରେ ବସ୍ତୁର ଏହି କମ୍ପନକୁ ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ (Forced Vibration) କୁହାଯାଏ ।

4.2 ସରଳ ସଂନାଦୀ ଗତି (Simple Harmonic Motion)

ଉଭୟ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ଯାନ୍ତ୍ରବିଜ୍ଞାନ ରେ, ସରଳ ସଂନାଦୀ ଗତି (Simple Harmonic Motion (SHM)) କୁ ଏକ ବିଶେଷ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଗତି ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ । ଏହି ପ୍ରକାର ଗତିରେ, ଯେକୌଣସି ଗତିଶୀଳ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ (restoring force), ବସ୍ତୁର ବିସ୍ତାରର ତୀବ୍ରତା ସହିତ ସିଧାସଳଖ ଆନୁପାତିକ ଏବଂ ବସ୍ତୁର ସନ୍ତୁଳନ ସ୍ଥିତି ଆଡକୁ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ।



ଚିତ୍ର. 4.1: ଏକ ସରଳ ଦୋଳକର ଗତି

ଯେତେବେଳେ ଏକ କଣିକା ଏପରି ଭାବରେ ଗତି କରେ ଯେ ଏହାର ତ୍ୱରଣ ସର୍ବଦା ଏହାର ଗତି ପଥରେ ଏକ ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ ଆଡକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ହୁଏ ଏବଂ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥିତି (mean postion)ରୁ ବିସ୍ଥାପନ ସହିତ ଆନୁପାତିକ ହୁଏ, ଏହି କଣିକାର ଗତିକୁ କୁହାଯାଏ SHM, ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଏକ ସରଳ ଦୋଳକର ଗତି [ଚିତ୍ର. 4.1]। ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥିତିରୁ ଯେକୌଣସି ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ ଏକ କଣିକା ଦ୍ୱାରା ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତାକୁ କଣିକାର ବିସ୍ଥାପନ ଏବଂ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥିତିରୁ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ସର୍ବାଧିକ ବିସ୍ଥାପନ ହେଉଛି ଗତିର ବିସ୍ତାର ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଯଦି ଏକ କଣିକାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ହୁଏ, ଯାହାକି ଏକ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥିତି ଚାରିପାଖରେ SHM ଗତିକୁ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରୁଥାଏ, ଯେମିତିକି t ସମୟରେ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥିତି ରୁ ବିସ୍ଥାପନ x ହୁଏ, ତେବେ କଣିକାର ତ୍ୱରଣ ନିମ୍ନରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ:

$$f = -kx \tag{4.2}$$

ଏଠାରେ k ଆନୁପାତିକତାର ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ।

ତେଣୁ ଯେକୌଣସି ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ କଣିକା ଦ୍ୱାରା ଅନୁଭବ କରାଯାଇଥିବା ବଳକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ,

$$F = mf = -mkx = -\mu x \tag{4.3}$$

μ କୁ ଆନୁପାତିକତା ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଏବଂ କଣିକାର ଏକକ ବିସ୍ଥାପନ ପିଛା ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ କୁହାଯାଏ ।

4.2.1 SHMର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ (Characteristics of SHM)

SHMର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟଗୁଡିକ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅଟେ:

(କ) ଦୋଳାୟମାନ ଗତି,

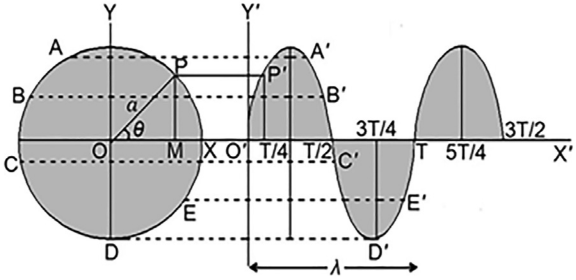
(ଖ) ରୈଖିକ ଗତି, ଏବଂ

(ଗ) ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥିତିରୁ, ବସ୍ତୁର ତ୍ୱରଣ, ବିସ୍ଥାପନ ସହିତ ଆନୁପାତିକ ଅଟେ ଏବଂ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥିତିରୁଏହା ସର୍ବଦା ବାହାରକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ।

4.3 ବୃତ୍ତାକାର ଗତି ସହିତ SHMର ଅନୁରୂପତା (Analogy of SHM With Circular Motion)

SHM ହେଉଛି ଏକ ବିଶେଷ ପ୍ରକାରର ବୃତ୍ତାକାର ଗତି । ଏହାକୁ ବୁଝିବାପାଇଁ; ଆସନ୍ତୁ a ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ବୃତ୍ତରେ ଗତି କରୁଥିବା ଏକ କଣିକାକୁ ବିଚାର କରିବା ଯାହାର କେନ୍ଦ୍ର 'O' ଠାରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଧରାଯାଉ t = 0 ସମୟରେ ଏହା X ଠାରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ ଏହା ଯେକୌଣସି t ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ P କୁ ପହଂଚିଥାଏ । ଏହା OX ସହିତ, ଏକ θ କୋଣ ତିଆରି କରୁଛି [ଚିତ୍ର. 4.2] ।

ଏଠାରେ θ = ωt, ଯେଉଁଠାରେ ω ହେଉଛି କଣିକାର ଏକସମାନ କୋଣୀୟ ପରିବେଗ । ବର୍ତ୍ତମାନ, ଯଦି P ରୁ X ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକ ଅଭିଲମ୍ବ (perpendicular) PM ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ, ତେବେ ସେହି t ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ କଣିକାର ବିସ୍ଥାପନ y ଦେବ । ଏହା ବିସ୍ଥାପନ-ସମୟ -ବକ୍ରରେଖା ଏକ ବିନ୍ଦୁ ସହିତ ଅନୁରୂପ ଅଟେ ଯାହାକି ଚିତ୍ର. 4.2 ର ଡାହାଣ ପଟେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।



ଚିତ୍ର 4.2: ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ବୃତ୍ତ ସହିତ SHM

ଯେତେବେଳେ ଏକ କଣିକାର ବିସ୍ଥାପନ, ବୃତ୍ତାକାର ଗତିରେ A, B, C, D ଏବଂ Eରେ ଥାଏ, ଯଥାକ୍ରମେ ଏବଂ ବିସ୍ଥାପନ-ସମୟ ବକ୍ରରେ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଇପାରେ । ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ଏକ ଚକ୍ର ସମାପ୍ତ କରିବା ପରେ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଗ୍ରାଫ୍ ସୂଚିତ କରେ ଯେ ଗତିକୁ, ସରଳ ସଂନାଦୀ ଭାବରେ ଦେଖାଯାଇପାରେ । ଏହି ବୃତ୍ତକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ବୃତ୍ତ (reference circle) କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 4.2 ରୁ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା,

$$\sin\theta = \frac{PM}{OP} = \frac{y}{a}$$

କିମ୍ବା,
$$y = a\sin\theta = a\sin\omega t \qquad (4.4)$$

ଯଦି କଣିକା ପ୍ରାରମ୍ଭରେ O ରେ ନଥାଏ, କିନ୍ତୁ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସ୍ଥାନରେ ଥାଏ, ତେବେ t ସମୟରେ ବିସ୍ଥାପନପାଇଁ ସମୀକରଣ ଦିଆଯାଇପାରିବ,

$$y = a\sin(\omega t + \varphi)$$ [ଯେଉଁଠାରେ φ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ପର୍ଯ୍ୟାୟ] (4.5)

କଣିକାର ବିସ୍ଥାପନ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହାରକୁ ଏହାର ବେଗ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ତାହା ଦିଆଯାଇପାରିବ,

$$v = \frac{dy}{dt} = a\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

$$= a\omega\sqrt{1 - \frac{y^2}{a^2}} = \omega\sqrt{a^2 - y^2} \qquad (4.6)$$

ତେଣୁ, ଏହାର ଗତିର ମାଧ୍ୟରେ y ଶୂନ ହେବାଯୋଗୁଁ, ବେଗ ସର୍ବାଧିକ ହେବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, କଣିକାର ବେଗ ପରିବର୍ତ୍ତନହାରକୁ ଏହାର ତ୍ୱରଣ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ତାହା ଦିଆଯାଇପାରିବ,

$$f=\frac{dv}{dt}=-a\omega^2\sin(\omega t+\varphi)$$

$$=-\omega^2 y \qquad (4.7)$$

ଏହିପରି, ଗତିର ଚରମ ସ୍ଥିତିରେ y ସର୍ବାଧିକ ଏବଂ ତେଣୁ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ସର୍ବାଧିକ ହେବ ଏବଂ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥିତି ଆଡକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ 4.1 ସଂନାଦୀ (harmonic) ଗତି ଅଧୀନରେ 0.5 କିଲୋଗ୍ରାମ ବସ୍ତୁତ୍ୱର କଣିକା ବିସ୍ଥାପନ ହେଉଛି $y=5\cos\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{6}\right)$ m ଗଣନା କର

i) ବିସ୍ତାର, କୋଣୀୟ ବେଗ, କଣିକାର ସମୟ ଅବଧି;

ii) 1 ସେକେଣ୍ଡ ପରେ ବିସ୍ଥାପନ, ବେଗ ଏବଂ ତ୍ୱରଣ;

iii) ବିସ୍ଥାପନ $x=0.04$ m ହେଲେ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଏବଂ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି; ଏବଂ

iv) କଣିକାର ମୋଟ ଶକ୍ତି ।

ସମାଧାନ

ଏକ SHMର ସମୀକରଣ ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଇଛି, $y=a\cos(\omega t-\theta)$ (a)

ଏଠାରେ $y=5\cos\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{6}\right)$ (b)

(i) (a) ଏବଂ (b) କୁ ତୁଳନା କରି ଆମେ ପାଇ ପାରିବା, SHMର ବିସ୍ତାର ହେଉଛି a = 5 ମିଟର, କୋଣୀୟ ବେଗ $\omega=\frac{\pi}{3}$ rad/s ଏବଂ ସମୟ ଅବଧି $T=\frac{2\pi}{\omega}=6$ s

(ii) t = 1 ସେକେଣ୍ଡରେ ବିସ୍ଥାପନ ହେଉଛି

$$y=5\cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)=5\cos\frac{\pi}{6}=5\frac{\sqrt{3}}{2}m$$

$$= 4.33\text{m}$$

ଯେକୌଣସି ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ, କଣିକାର ବେଗ ହେଉଛି,

$$v=\frac{dy}{dt}=-5\frac{\pi}{3}\sin\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{6}\right)$$

ଏହିପରି t = 1 ସେକେଣ୍ଡ,

$$v=-5\frac{\pi}{3}\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)=-5\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{6}=-2.62\text{ m/}$$

ଉଦାହରଣ 4.1

ପୁନର୍ବାର କଣିକାର ତ୍ୱରଣ ଦିଆଯାଇପାରିବ,

$$f = \frac{dv}{dt} = -5\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right)$$

ଏହିପରି t = 1 ସେକେଣ୍ଡ,

$$f = \frac{dv}{dt} = -5\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = -5\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \cos\frac{\pi}{6} = -4.74\ m/s^2$$

(iii) ବର୍ତ୍ତମାନ କଣିକାର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଦିଆଯାଇପାରିବ,

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2\left(a^2 - x^2\right)$$

$$x = 0.04,\quad KE = \frac{1}{2} \times 0.5 \times \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \left(5^2 - 0.04^2\right) = 6.845\ J$$

ଏବଂ କଣିକାର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ହେଉଛି

$$PE = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

$$x = 0.04\ m,\quad PE = \frac{1}{2} \times 0.5 \times \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \times (0.04)^2 = 4.38 \times 10^{-4}\ J$$

(iv) କଣିକାର ମୋଟ ଶକ୍ତି ହେଉଛି

$$\frac{1}{2}m\omega^2 a^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \times (5)^2 = 6.846\ J.$$

ଉଦାହରଣ 4.1

4.4 SHMର ଅବକଳ ସମୀକରଣ (Differential Equation of a SHM)

ଏକ କଣିକା ଯାହାକି ଦୋଳାୟମାନ ଗତିରେ ଗତି କରୁଛି, ଯଦି ଏହାର ପଥରେ ତ୍ୱରଣ ଏକ ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ହୁଏ ଏବଂ ସର୍ବଦା ସେହି ସ୍ଥିତିରୁ ବିସ୍ଥାପନ ସହିତ ଆନୁପାତିକ ହୁଏ, ତେବେ କଣିକାର ଗତି ହେବ ସରଳ ସଂନାଦୀ (simple harmonic) ।

ଏକ କଣିକା ଯାହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m SHM ଗତି କରୁଛି; ଯଦି x କଣିକାର ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥିତିରୁ ବିସ୍ଥାପନ ହୁଏ ତେବେ କଣିକା ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ବଳ ଦିଆଯାଇପାରିବ,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} \propto -x$$

କିମ୍ବା, $$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu x$$

ଯେଉଁଠାରେ μ ହେଉଛି ବିସ୍ଥାପନ ପିଛା ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ ।

କିମ୍ବା, $$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu}{m}x = 0$$

କିମ୍ବା, $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \qquad (4.8)$$

ଯେଉଁଠାରେ, $\omega^2 = \frac{\mu}{m}$

କିମ୍ବା, $\mu = m\omega^2$

ସମୀକରଣ (4.8) ହେଉଛି SHM କରୁଥିବା ଏକ କଣିକାର ମୌଳିକ ଅବକଳ ସମୀକରଣ ।

ସମୀକରଣର ସମାଧାନ: ସମୀକରଣ (4.8) ର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ $2\frac{dx}{dt}$ ଗୁଣନ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଆମେ ପାଇଥାଉ,

$$2\frac{dx}{dt}\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt}\omega^2 x = 0$$

କିମ୍ବା, $$\frac{d}{dt}\left\{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \omega^2 x^2\right\} = 0$$

କିମ୍ବା, $$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \omega^2 x^2 = K$$

ଯେଉଁଠାରେ K ଏକୀକରଣ ସ୍ଥିର ଅଟେ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ $x = a$, $\therefore \frac{dx}{dt} = 0$

$\therefore$ $$K = \omega^2 a^2$$

ତେଣୁ, $$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \omega^2 x^2 = \omega^2 a^2$$

କିମ୍ବା, $$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$$

କିମ୍ବା, $$\frac{dx}{dt} = \omega\sqrt{a^2 - x^2}$$

କିମ୍ବା, $$\frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \omega dt$$

ଆମେ ପାଇଥିବା ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଏକୀକୃତ କରିବା,

$$\int\frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \int\omega dt$$

କିମ୍ବା, $$\sin^{-1}\frac{x}{a} = \omega t + \varphi$$

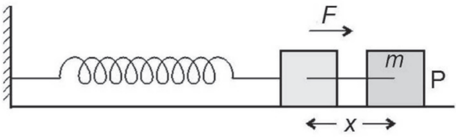
କିମ୍ବା, $$\frac{x}{a} = \sin(\omega t + \varphi)$$

କିମ୍ବା, $$x = a\sin(\omega t + \varphi) \qquad (4.9)$$

ଏହା ହେଉଛି ଆବଶ୍ୟକ ସମାଧାନ ।

4.5 ସଂନାଦୀ ଦୋଳକ (Harmonic Oscillator)

ଏହା ଏକ କମ୍ପନ ପ୍ରଣାଳୀ ଯେଉଁଥିରେ ଏକ କମାନୀରେ ସଂଲଗ୍ନ ହୋଇଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁତ୍ୱ m, ସରଳ ସଂନାଦୀରେ ଗତି କରୁଅଛି । ଏହି କମାନୀର, କମାନୀ ସ୍ଥିର k, ଯେପରି ଚିତ୍ର 4.3ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଧରାଯାଉ m ବସ୍ତୁତ୍ୱକୁ P କୁ ବିସ୍ଥାପିତ କରାଯାଉ, ଯାହାର ଦୂରତା ହେଉଛି x ଏବଂ ତା'ପରେ ମୁକ୍ତ କରାହେଲା । ବିକଶିତ ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ x ର ନକାରାତ୍ମକ ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବ ଏବଂ ଏହା ଦିଆଯାଇପାରିବ,



ଚିତ୍ର. 4.3: ସଂନାଦୀ ଦୋଳକ

$$F \propto -x$$

କିମ୍ବା, $$F = -kx$$

ଯେଉଁଠାରେ k ସ୍ଥିର ବଳ ଅଟେ ।

କିମ୍ବା, $$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \qquad (4.10)$$

କିମ୍ବା, $$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \qquad (4.11)$$

ତେଣୁ, ବସ୍ତୁର ଗତି ସରଳ ସଂନାଦୀ । ଆମେ ପାଇଥିବା SHMର ସାଧାରଣ ଅବକଳ ସମୀକରଣ (4.8) ସହିତ (4.11) କୁ ତୁଳନା କରିବା,

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

କିମ୍ବା, $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\therefore \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (4.12)$$

ହାର୍ମୋନିକ୍ ଦୋଳନକାରୀ ଉପରେ ଅଧିକପାଇଁ

ଏହା ସଂନାଦୀ ଦୋଳନର ସମୟ ଅବଧି ଦେଇଥାଏ ।

4.6 ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ (Damped Vibration)

ପ୍ରାୟତଃ ଏହା ଦେଖାଯାଏ ଯେ, ଯେକୌଣସି ବସ୍ତୁର କମ୍ପନର ବିସ୍ତାର ଯେତେବେଳେ ତାହା ଉପରେ ଛାଡିଦିଆଯାଏ, ତାହା ଧୀରେ ଧୀରେ ହ୍ରାସ ପାଇଥାଏ ଏବଂ ଶେଷରେ ବିସ୍ତାର ଶୂନ ହୋଇଯାଏ । ଯେହେତୁ ଏହାକୁ ବିଭିନ୍ନ ବାହ୍ୟ କିମ୍ବା ଆଭ୍ୟନ୍ତରୀଣ ବଳ କିମ୍ବା ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତିରୋଧ କରାଯାଏ, ମଧ୍ୟମ କମ୍ପନ ବସ୍ତୁରୁ ଶକ୍ତି ପ୍ରତ୍ୟାହାର କରେ ଏବଂ ପ୍ରତିରୋଧକାରୀ ବଳ କଣିକାର ବେଗ ସହିତ ଆନୁପାତିକ ହୋଇଯାଏ । ଅବମନ୍ଦିତ ବଳ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତିରୋଧ କରାଯାଇଥିବା କଣିକାର ଏହିପରି କମ୍ପନକୁ କୁହାଯାଏ ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ । ଏହି ପ୍ରକାରର କମ୍ପନ ଏକ ବସ୍ତୁ ଦ୍ୱାରା ବିଚ୍ଛିନ୍ନ ବଳ କିମ୍ବା ଘର୍ଷଣଶକ୍ତିର ଉପସ୍ଥିତିରେ ଅନୁଭୂତ ହୁଏ ।

4.6.1 ଅବକଳ ସମୀକରଣ (Differential Equation)

ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଏକ କଣିକା m ଯାହାକି ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ କରୁଛି ଏବଂ କୌଣସି t ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ ଏହାର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ଥିତିରୁ ବିସ୍ଥାପନ x ଅଛି । ଏହି କଣିକା ଅନୁଭବ କରୁଥିବା ବଳକୁ ଲେଖା ଯାଇପାରିବ:

(i) ଗତିପାଇଁ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ଜଡ଼ତ୍ୱ ବଳ, $m\dfrac{d^2x}{dt^2}$ ଲେଖା ଯାଇପାରିବ,

(ii) କଣିକାକୁ ଏହାର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ଥିତିକୁ ଆଣିବାପାଇଁ ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ ଏବଂ ଏହା μx ଦିଆ ଯାଇପାରିବ; ଏଠାରେ μ ହେଉଛି ଏକକ ବିସ୍ଥାପନ ପ୍ରତି ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ, ଏବଂ

(iii) ଅବମନ୍ଦିତ ହେତୁ ପ୍ରତିରୋଧ କିମ୍ବା ବିଚ୍ଛିନ୍ନ ବଳ ଏବଂ ଏହା ହେଉଛି ଦିଆଯାଇଥିବା କଣିକାର ବେଗ ସହିତ ଆନୁପାତିକ. $b\dfrac{dx}{dt}$

ଏହିପରି ସନ୍ତୁଳନରେ କଣିକାର ବଳର ସମୀକରଣ ହେବ,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu x - b\frac{dx}{dt}$$

କିମ୍ବା,
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{\mu}{m}x = 0$$

କିମ୍ବା,
$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2k\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0 \qquad (4.13)$$

ଯେଉଁଠାରେ, $2k = \dfrac{b}{m}$

ଏବଂ $\omega^2 = \dfrac{\mu}{m}$

ସମୀକରଣ (4.13) ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ କରୁଥିବା ଏକ କଣିକାର ସାଧାରଣ ଅବକଳ ସମୀକରଣ ।

ଧରାଯାଉ ସମୀକରଣ (4.13)ର ସାଧାରଣ ସମାଧାନ ହେଉଛି,

$$x = ae^{\alpha t}$$

t ସହିତ ଦୁଇଥର ଅବକଳିତ କରିବା ପରେ, ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦୁଇଟି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପାଇଥାଉ:

$$\frac{dx}{dt} = a\alpha e^{\alpha t} \quad \text{ଏବଂ} \quad \frac{d^2x}{dt^2} = a\alpha^2 e^{\alpha t}$$

ସମୀକରଣ (4.13) ରେ ଏହାକୁ ପକାଇଲେ ଆମେ ପାଇବୁ,

$$a\alpha^2 e^{\alpha t} + 2ka\alpha e^{\alpha t} + a\omega^2 e^{\alpha t} = 0$$

କିମ୍ବା,
$$ae^{\alpha t}\left(\alpha^2 + 2k\alpha + \omega^2\right) = 0$$

କିମ୍ବା,
$$\alpha^2 + 2k\alpha + \omega^2 = 0 \quad [\text{ଯେହେତୁ } ae^{\alpha t} \neq 0]$$

ଅର୍ଥାତ୍,
$$\alpha = \frac{-2k \pm \sqrt{4k^2 - 4\omega^2}}{2} = -k \pm \sqrt{k^2 - \omega^2}$$

ଏହିପରି, ସମୀକରଣ (4.13)ର ସାଧାରଣ ସମାଧାନ ଲେଖାଯାଇପାରିବ,

$$x = A_1 e^{\left(-k+\sqrt{k^2-\omega^2}\right)t} + A_2 e^{\left(-k-\sqrt{k^2-\omega^2}\right)t} = e^{-kt}\left[A_1 e^{\sqrt{k^2-\omega^2}\,t} + A_2 e^{-\sqrt{k^2-\omega^2}\,t}\right] \qquad (4.14)$$

ଯେଉଁଠାରେ A_1 ଏବଂ A_2 ଦୁଇଟି ସ୍ଥିର ଯାହାର ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ । k ଏବଂ ω ର ଆପେକ୍ଷିକ ମୂଲ୍ୟଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ତିନି ପ୍ରକାର ହୋଇପାରେ -

ପ୍ରକାର 1 - ହାଲୁକା ଅବମନ୍ଦନ ସହିତ ନ୍ୟୁନ ଅବମନ୍ଦିତ ଗତି: ଯେତେବେଳେ $k < \omega$ ଅର୍ଥାତ୍, ସେତେବେଳେ ଅବମନ୍ଦିତବଳ କମ୍ ହୁଏ $\sqrt{k^2-\omega^2} = i\sqrt{\omega^2-k^2}$ କାଳ୍ପନିକ ଏବଂ ଏହା,

ତେଣୁ ସମୀକରଣ (4.14) ହ୍ରାସ ପାଏ -

$$x = e^{-kt}\left[A_1 e^{i\sqrt{\omega^2-k^2}t} + A_2 e^{-i\sqrt{\omega^2-k^2}t}\right]$$

କିମ୍ବା,

$$x = e^{-kt}\left[A_1\left(\cos\sqrt{\omega^2-k^2}\,t + i\sin\sqrt{\omega^2-k^2}\,t\right) + A_2\left(\cos\sqrt{\omega^2-k^2}\,t - i\sin\sqrt{\omega^2-k^2}\,t\right)\right]$$

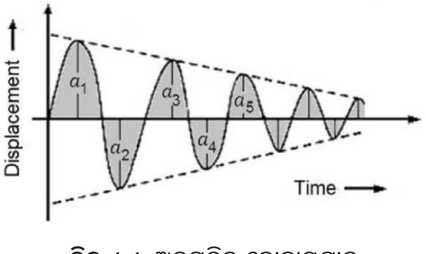
କିମ୍ବା,
$$x = e^{-kt}\left[(A_1+A_2)\cos\sqrt{\omega^2-k^2}\,t + i(A_1-A_2)\sin\sqrt{\omega^2-k^2}\,t\right]$$

ଆସ, ଆମେ ଅନୁମାନ କରିବା $(A_1 + A_2) = P\sin\theta$

ଏବଂ $i(A_1 - A_2) = P\cos\theta$

$$\therefore \quad x = e^{-kt}\left[P\cos\sqrt{\omega^2-k^2}\,t\sin\theta + P\sin\sqrt{\omega^2-k^2}\,t\cos\theta\right]$$

$$= Pe^{-kt}\sin\left(\sqrt{\omega^2-k^2}\,t + \theta\right) \quad (4.15)$$



ଚିତ୍ର 4.4: ଅବମନ୍ଦିତ ଦୋଳାୟମାନ ଗତିର ଆଲେଖୀକ ଉପସ୍ଥାପନା

ଅବମନ୍ଦିତ ହୋଇଥିବା ଦୋଳାୟମାନ ଗତିର ଏହା ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ଏହାର ଆଲେଖୀକ ଉପସ୍ଥାପନା ଚିତ୍ର 4.4.ରେ ଦେଖାଯାଇଛି । ଗତିର ବିସ୍ତାର ହେଉଛି Pe^{-kt} ଯାହାର କମିବାର ହାର ସ୍ଥିରାଙ୍କ k ଦ୍ୱାରା ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ହାରରେ ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ ହ୍ରାସ ପାଇଥାଏ ଏବଂ ଗତିର ସମୟ ଅବଧି ହେଉଛି,

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2-k^2}} \quad (4.16)$$

ସମୀକରଣ (4.15) ଠାରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଅବମନ୍ଦିତ ବଳର ଉପସ୍ଥିତି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦୁଇଟି ପ୍ରଭାବ ପକାଇଥାଏ -

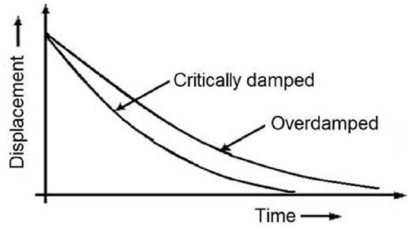
(କ) ବିସ୍ତାର ଆଉ ସ୍ଥିର ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ e^{-kt} କାରକ ଅନୁଯାୟୀ ହ୍ରାସ ପାଇଥାଏ

(ଖ) ଆବୃତ୍ତି, ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତି ଠାରୁ ମଧ୍ୟ ହ୍ରାସ ହୋଇଯାଏ ଏବଂ ଏହା $\frac{\sqrt{\omega^2-2k^2}}{2\pi}$ ବଦଳରେ $\frac{\omega}{2\pi}$ ହୋଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ: ବାୟୁରେ ଏକ ଦୋଳକର ଗତି, LCR ପରିପଥ (LCR circuit) ର ବୈଦ୍ୟୁତିକ ଦୋଳନ ଅର୍ଥାତ୍, କମ୍ ପ୍ରେରଣର ଏକ ପ୍ରଣୋଦନ କୁଣ୍ଡଳୀ (inductive coil) ମାଧ୍ୟମରେ ଏକ ଚାର୍ଜହୋଇଥିବା ଧାରିତ୍ର (capacitor)ର ନିଷ୍କାସନ, ବାଲିଷ୍ଟିକ୍ ଗାଲଭାନୋମିଟରରେ କୁଣ୍ଡଳୀର ଦୋଳନ ଇତ୍ୟାଦି

ପ୍ରକାର 2 - ଭାରୀ ଅବମନ୍ଦନ ସହିତ ଅତି ଅବମନ୍ଦିତ ଗତି - ବ୍ୟତିକ୍ରମୀ ଗତି (Deadbeat Motion):

ଯେବେ $k > \omega$, ଅର୍ଥାତ, ଅବମନ୍ଦନ ବଳ ବଡ଼ ହେଲେ ଦୋଳନହୀନ ଗତି ହେବ। ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ $\sqrt{k^2-\omega^2} < k$ ଏବଂ ତେଣୁ ସମୀକରଣ (4.15) ରୁ ଆମେ ବସ୍ତୁର ବିସ୍ଥାପନ x ପାଇଥାଉ, ଯାହାକି ସମୟ ସହିତ ଧୀରେ ଧୀରେ ଚରଘାତାଙ୍କୀ (exponentially) ଭାବରେ ହ୍ରାସ ପାଇଥାଏ ଏବଂ $t \to \infty$ ସମୟରେ କୌଣସି ଦୋଳନ ନକରି ଏହା ସନ୍ତୁଳନ ସ୍ଥିତିକୁ ଆସେ। ଏହି ପ୍ରକାରର ଗତିକୁ କୁହାଯାଏ ଅତି ଅବମନ୍ଦିତ କିମ୍ବା ଅନାଓର୍ଭୀ କିମ୍ବା ବ୍ୟତିକ୍ରମୀ ଗତି। ଏହି ଗତି ଚିତ୍ର (4.5)ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି।.



ଚିତ୍ର 4.5: କ୍ରାନ୍ତିକ ଏବଂ ଅତି ଅବମନ୍ଦିତ ଗତିର ଚିତ୍ର

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଏକ ଶ୍ୟାନ (viscous) ତରଳ ପଦାର୍ଥରେ ଦୋଳକ ର ଗତି କିମ୍ବା ଏକ ପ୍ରତିରୋଧକ ମାଧ୍ୟମରେ ଧାରିତ୍ରର ନିଷ୍କାସନ।

ପ୍ରକାର 3 - କ୍ରାନ୍ତିକ ଅବମନ୍ଦନ: ଯେବେ $k = \omega$ ତା'ପରେ ଆମେ ସମୀକରଣ (4.15) ରୁ ପାଇଥାଉ,

$$x = e^{-kt}\left[A_1 e^{\sqrt{k^2-\omega^2}t} + A_2 e^{-\sqrt{k^2-\omega^2}t}\right] = e^{-kt}\left[A_1\left(1+\sqrt{k^2-\omega^2}t\right) + A_2\left(1-\sqrt{k^2-\omega^2}t\right)\right]$$

$$= e^{-\omega t}\left[(A_1+A_2)+(A_1-A_2)\sqrt{k^2-\omega^2}t\right]$$

$$\therefore \quad x = (A+Bt)e^{-\omega t} \tag{4.17}$$

ଯେଉଁଠାରେ $A = A_1 + A_2$ ଏବଂ $B = (A_1 - A_2)\sqrt{k^2-\omega^2}$

ଏହି ପ୍ରକାରର ଗତିକୁ କୁହାଯାଏ କ୍ରାନ୍ତିକ ଅବମନ୍ଦିତ ଗତି ଯାହା ଚିତ୍ର (4.5) ରେ ମଧ୍ୟ ଦର୍ଶାଯାଇଛି। ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅବମନ୍ଦିତ ଦୋଳନ ଗତି ହଠାତ୍ ଏକ ବ୍ୟତିକ୍ରମୀ ଗତିରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ କିନ୍ତୁ କଣିକା ଅତି ଅବମନ୍ଦିତ ଗତି ଅପେକ୍ଷା ଅଧିକ ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ ସନ୍ତୁଳନ ଆଡକୁ ଯାଇଥାଏ। ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ଦୋଳନହୀନ ଗତି।

ଉଦାହରଣ 4.2

ଉଦାହରଣ 4.2 ଏକ 0.02 କିଲୋଗ୍ରାମର କଣିକା ଉପରେ, ଏକକ ବିସ୍ଥାପନ ପିଛା 10×10^{-3} N/m² ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ ଏବଂ ଏକକ ବେଗ ପ୍ରତି 2×10^{-3} Nm⁻² ଘର୍ଷଣ ବଳ ଦ୍ୱାରା କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଉଛି | ବାହାର କର,

i) ଏହା ଏକ ଦୋଳନହୀନ ଗତି କିମ୍ବା ନୁହେଁ,

ii) ପ୍ରତିରୋଧକ ବଳର କେଉଁ ମୂଲ୍ୟପାଇଁ ଅବମନ୍ଦନ କ୍ରାନ୍ତିକ ହେବ ଏବଂ

iii) ଏହାର ସମୟ ଅବଧି, ଯଦି କଣିକା 2 ସେମି ରେ ବିସ୍ଥାପିତ ହୁଏ |

ସମାଧାନ:

ଏଠାରେ, m $\frac{\text{ପ୍ରତିରୋଧକାରୀ ବଳ}}{\text{ବିସ୍ଥାପନ}} = 10\times10^{-3}$ N/m

$b = \frac{\text{ଘର୍ଷଣ ବଳ}}{\text{ପରିବେଗ}} = 2\times10^{-3}$ Nm⁻¹-s]

ଏବଂ $m = 0.2$ kg

(i) $k = \frac{b}{2m} = \frac{2\times10^{-3}}{2\times0.2} = 0.005\ s^{-1}$.

ଏହିପରି, $\omega = \sqrt{\frac{\mu}{m}} = \sqrt{\frac{10\times10^{3}}{0.2}} = 0.22\ s^{-1}$

ତେଣୁ, $k < \omega$ ଦୋଳନ ଗତି ଅଟେ।

(ii) ଗତିକୁ କ୍ରାନ୍ତିକ ଭାବରେ ଅବମନ୍ଦନ କରିବାପାଇଁ, $\sqrt{\frac{\mu}{m}}=\frac{b}{2m}$

କିମ୍ବା, $b=\sqrt{4\mu m}$

କିମ୍ବା, $b=\sqrt{4\times0.2\times10\times10^{-3}}=8.94\times10^{2}$ Nm⁻¹-s

(iii) ସମୟ ଅବଧି ଦିଆଯାଇପାରିବ

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{(0.22)^2-(0.005)^2}}=28.57\text{ s}$$

ଉଦାହରଣ 4.2

ଉଦାହରଣ 4.3 ଏକ 10 ଗ୍ରାମ୍ ବସ୍ତୁ ଉପରେ 10 dyne cm^{-1} ଏକକ ବିସ୍ଥାପନପାଇଁ ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ ଏବଂ 2 dyne cm ଏକକ ବେଗ ପ୍ରତି ପ୍ରତିରୋଧ ବଳ ଦ୍ୱାରା କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଏ । ବାହାର କର,

i) ଏହାର ଗତି ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଗତି କିମ୍ବା ଦୋଳନ ଗତି ହେବ,

ii) ପ୍ରତିରୋଧକାରୀ ବଳ ଯାହା ଦୋଳନ ଗତି କୁ କ୍ରାନ୍ତିକ ଭାବରେ ଅବମନ୍ଦିତ କରିଥାଏ ଏବଂ

iii) ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଯାହାକୁ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ବଳ କ୍ରାନ୍ତିକ ଭାବରେ ଅବମନ୍ଦିତ ଗତି କରିଥାଏ ।

ସମାଧାନ:

ଏଠାରେ m $\frac{\text{ପ୍ରତିରୋଧକାରୀ ବଳ}}{\text{ବିସ୍ଥାପନ}}$ = 10 dyne/cm]

$b=\frac{\text{ଘର୍ଷଣ ବଳ}}{\text{ପରିବେଗ}}$ = 2 dyne-cm^{-1}s ଏବଂ m = 10g

(i) $k=\frac{b}{2m}=\frac{2}{20}=0.1\text{ s}^{-1}$

$$\omega=\sqrt{\frac{\mu}{m}}=\sqrt{\frac{10}{10}}=1\text{ s}^{-1}$$

ସେବେଠାରୁ, $\omega>k$, ତେଣୁ ଗତି ଦୋହଲିବା ଅଟେ ।

(ii) କ୍ରାନ୍ତିକ ଭାବରେ ଅବମନ୍ଦିତ ଗତିପାଇଁ $\sqrt{\frac{\mu}{m}}=\frac{b}{2m}$

କିମ୍ବା, $b=\sqrt{4\mu m}$

କିମ୍ବା, $b=\sqrt{4\times10\times10}=20$ dyne-cm^{-1}s

(iii) ବ୍ୟବହାର କରିବା $b=\sqrt{4\mu m}$

ଆମେ ପାଇଥାଉ, $m=\frac{b^2}{4\mu}=\frac{20^2}{4\times10}=10$ ଗ୍ରାମ,

ଯାହା ହେଉଛି ଆବଶ୍ୟକ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଯାହାପାଇଁ ଦିଆଯାଇଥିବା ବଳ ଗତିକୁ କ୍ରାନ୍ତିକ ଭାବରେ ଅବମନ୍ଦିତ ଗତି କରିବ ।

ଉଦାହରଣ 4.3

ଉଦାହରଣ 4.4 ଏକ ଅବମନ୍ଦିତ ସଂନାଦୀ ଦୋଳନର ଏକ ବିନ୍ଦୁର ବିସ୍ଥାପନପାଇଁ ସମୀକରଣ ହେଉଛି, $x = 5e^{-0.25t}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)t$ m. $t = \frac{T}{4}$, ଦୋଳାୟମାନ ବିନ୍ଦୁର ବେଗ ଖୋଜ $t = \frac{T}{4}$, କେଉଁଠାରେ T ଦୋଳନର ସମୟ ଅବଧି ।

ସମାଧାନ:

ଅବମନ୍ଦି ସଂନାଦୀ ଦୋଳନର ବିସ୍ଥାପନପାଇଁ ସମୀକରଣ ହେଉଛି, $x = 5e^{-0.25t}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ m $\qquad (a)$

ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣକୁ ତୁଳନା କରିବା, $x = Pe^{-kt}\sin\omega t$ ସହିତ, ଆମେ ପାଇବା $\omega = \pi/2$

ଏହିପରି, ଅବଧି ହେଉଛି $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi/2}$ 4 ସେକେଣ୍ଡ.

ବର୍ତ୍ତମାନ ସମୀକରଣ (କ) କୁ t ସହିତ ଅବକଳିତ କରିବା ପରେ, ଆମେ ପାଇବା,

$$\frac{dx}{dt} = 5\times(-0.25)e^{-0.25t}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + 5\frac{\pi}{2}e^{-0.25t}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

ସମୟ $t = \frac{T}{4} = \frac{4}{4} = 1\ s,$ ରେ

ବେଗ, $v = -1.25e^{-0.25t}\sin\frac{\pi}{2} + 5\frac{\pi}{2}e^{-0.25t}\cos\frac{\pi}{2} = -0.974$ m/s

ତେଣୁ, ବେଗ ବିପରୀତ ଦିଗରେ ଅଛି ।

ଉଦାହରଣ 4.4

4.7 ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ (Forced Vibration)

ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କରି ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ବସ୍ତୁରେ କମ୍ପନ ଯୁକ୍ତ ଗତି ସୃଷ୍ଟି କରିବା ପ୍ରବୃତ୍ତିକୁ ବସ୍ତୁର ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ କୁହାଯାଏ । ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନରେ, କମ୍ପନକୁ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରିବାକୁ ଏକ ବାହ୍ୟ ବଳ ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହି ବାହ୍ୟ ବଳ ସଂନାଦୀ, ଅସଂନାଦୀ ହୋଇପାରେ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ କିମ୍ବା ଅଣ-ପର୍ଯ୍ୟାୟ ହୋଇପାରେ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଯଦି କିଛି ବସ୍ତୁକୁ କୌଣସି ପ୍ରକାରରେ ବିଚଳିତ କରି ସେମାନଙ୍କର ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତି କମ୍ପନକୁ ଅଣାଯାଏ, ତେବେ ସମଗ୍ର ପ୍ରଣାଳୀ କମ୍ପନ ଆରମ୍ଭ କରେ ଏବଂ ଏହା ଆଖପାଖ ପ୍ରଣାଳୀରେ ମଧ୍ୟ କମ୍ପନ ସୃଷ୍ଟି କରିବାକୁ ବାଧ୍ୟ କରେ ।

ଉଦାହରଣ: ବାଦ୍ୟଯନ୍ତ୍ର ଯେପରିକି ଗିଟାର ତାର, ଗିଟାର ଏବଂ ଆବଦ୍ଧ ବାୟୁ ରେ କମ୍ପନ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ।

4.7.1 ଅବକଳ ସମୀକରଣ (Differential Equation)

ଏକ ବାହ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ବଳ ଏକ m ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବସ୍ତୁଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଅଛି ଏବଂ ଯାହାକି F cos pt ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଏ, ଯେଉଁଠାରେ F ବିସ୍ତାର ଏବଂ p ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ବଳର କୋଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି । ଧରନ୍ତୁ x ହେଉଛି ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରୁଥିବା ଏକ କଣିକାର ବିଶ୍ରାମର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ଥିତିରୁ ଯେକୌଣସି t ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ ବିସ୍ଥାପନ । କଣିକା ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ବଳଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି,

(i) ଏହାର ଗତି ହେତୁ ଜଡ଼ତାର ବଳ $= m\frac{d^2x}{dt^2}$

(ii) କଣିକାକୁ ଏହାର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ଥିତିକୁ ଆଣିବାପାଇଁ ପୁନରୁଦ୍ଧାର ର ବଳ ଏବଂ ଏହା μx ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଏ; μ ହେଉଛି ଏକକ ବିସ୍ଥାପନ ପିଛା ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ ।

(iii) ଅବମନ୍ଦିତ ବଳ ଯାହା କଣିକାର ବେଗ ସହିତ ସିଧାସଳଖ ଆନୁପାତିକ ଏବଂ ଏହା $b\frac{dx}{dt}$ ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଏ, b ହେଉଛି ଏକକ ବେଗ ପିଛା ପ୍ରତିରୋଧକାରୀ ବଳ ।

(iv) ବାହ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ବଳ F cos pt

ତେଣୁ, ଆମେ ଗତିର ସମୀକରଣ ଲେଖିପାରିବା,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu x - b\frac{dx}{dt} + F\cos pt$$

କିମ୍ବା,
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{\mu}{m}x = \frac{F}{m}\cos pt$$

କିମ୍ବା,
$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2k\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = f\cos pt \qquad (4.18)$$

ଯେଉଁଠାରେ, $2k = \frac{b}{m}$, $\omega^2 = \frac{\mu}{m}$, ଏବଂ $f = \frac{F}{m}$

ସମୀକରଣ (4.18) m ବସ୍ତୁତ୍ୱ କଣିକାର ଏକ ପର୍ଯ୍ୟାୟବଳ F cos pt ର କାର୍ଯ୍ୟ ଅଧୀନରେ, ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ ଗତିର ଅବକଳ ସମୀକରଣକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରୁଛି ।

4.7.2 ଅବକଳ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ (Solution of the Differential Equation)

ପ୍ରାରମ୍ଭରେ ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ପ୍ରଣାଳୀ ଏହାର ପ୍ରାକୃତିକ ଅବଧି ସହିତ କମ୍ପନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବ କିନ୍ତୁ ଶେଷରେ ଏହା ବାହ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ବଳର ଅବଧି ଏବଂ ଆବୃତ୍ତି ସହିତ କମ୍ପନ କରିବ ତେଣୁ ସମୀକରଣ (4.18) ର ସମାଧାନ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖାଯାଇପାରେ,

$$x = A\cos(pt - \alpha) \qquad (4.19)$$

ସମୀକରଣ (4.19) ର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଦୁଇଥର t ସହିତ ଅବକଳିତ କରିବା ପରେ ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦୁଇଟି ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପାଇଥାଉ:

$$\frac{dx}{dt} = -Ap\sin(pt - \alpha)$$

ଏବଂ
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -Ap^2\cos(pt - \alpha)$$

ସମୀକରଣ (4.18)ରେ ଏଗୁଡିକ ବ୍ୟବହାର କରିବା ପରେ ଆମେ ପାଇଥାଉ,

$$-Ap^2\cos(pt-\alpha) - 2kAp\sin(pt-\alpha) + \omega^2 A\cos(pt-\alpha)$$

$$= f\cos pt = f\cos(pt - \alpha + \alpha)$$

$$= f\cos(pt-\alpha)\cos\alpha - f\sin(pt-\alpha)\sin\alpha$$

କିମ୍ବା,
$$A\left(\omega^2 - p^2\right) f\cos(pt-\alpha) - 2kAp\sin(pt-\alpha)$$

$$= f\cos(pt-\alpha)\cos\alpha - f\sin(pt-\alpha)\sin\alpha$$

ଯେହେତୁ ଏହା t ର ସମସ୍ତ ମୂଲ୍ୟବୋଧପାଇଁ ସତ୍ୟ, $\cos(pt-\alpha)$ ଏବଂ $\sin(pt-\alpha)$ ର ଉଭୟ ପକ୍ଷର ଗୁଣାଙ୍କ ପୃଥକ ଭାବରେ ସମାନ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ତେଣୁ,

$$A\left(\omega^2-p^2\right)=f\cos\alpha \tag{4.20}$$

ଏବଂ
$$2kAp=f\sin\alpha \tag{4.21}$$

ସମୀକରଣ (4.20) ଏବଂ ସମୀକରଣ (4.21) ର ବର୍ଗକରି ଏବଂ ଯୋଗକରି ଆମେ ପାଇଥାଉ,

$$f^2=A^2\left(\omega^2-p^2\right)^2+4A^2k^2p^2$$

କିମ୍ବା,
$$A^2=\frac{f^2}{\left(\omega^2-p^2\right)^2+4k^2p^2}$$

କିମ୍ବା,
$$A=\frac{f}{\sqrt{\left(\omega^2-p^2\right)^2+4k^2p^2}} \tag{4.22}$$

ପୁନର୍ବାର ସମୀକରଣ (4.21)କୁ ସମୀକରଣ (4.20) ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ କରି ଆମେ ପାଇଥାଉ

$$\tan\alpha=\frac{2kp}{\left(\omega^2-p^2\right)}$$

କିମ୍ବା,
$$\alpha=\tan^{-1}\frac{2kp}{\left(\omega^2-p^2\right)} \tag{4.23}$$

ଏହିପରି ସମୀକରଣ (4.22) ଏବଂ (4.23) କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସମୀକରଣ (4.18)ର ସମାଧାନ ଲେଖାଯାଇପାରେ,

$$x=\frac{f}{\sqrt{\left(\omega^2-p^2\right)^2+4k^2p^2}}\cos\left(pt-\tan^{-1}\frac{2kp}{\left(\omega^2-p^2\right)}\right) \tag{4.24}$$

ଏହା ପ୍ରେରକ ବଳ ସହିତ ସମାନ ଆବୃତ୍ତି (frequency) ଥିବା ଗତିପାଇଁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମାଧାନ ଦେଇଥାଏ, କିନ୍ତୁ ଏକ କୋଣ α ଦ୍ୱାରା ପଛକୁ ରହିଥାଏ । ଏହା କେବଳ ସ୍ଥିର ଅବସ୍ଥାପାଇଁ ସତ୍ୟ । କିନ୍ତୁ, ଆରମ୍ଭରେ ଯେହେତୁ ବଳ କଣିକାର କମ୍ପନ ଆରମ୍ଭ କରେ, କଣିକା ଏହାର ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତି (natural frequency) ସହିତ କମ୍ପନ କରିବ । ବିସ୍ଥାପନପାଇଁ ସମାଧାନ ହେଉଛି ପରିପୂରକ ସମାଧାନ ଯାହା ଅବମନ୍ଦିତ ଦୋଳନପାଇଁ ସମୀକରଣ ସମାଧାନ କରି ପାଇପାରିବା,

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2k\frac{dx}{dt}+\omega^2x=0$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଆମ ପାଖରେ ଅବମନ୍ଦିତ ଦୋଳନପାଇଁ ସମାଧାନ ଅଛି,

$$x=Pe^{-kt}\sin(\sqrt{\omega^2-k^2}\,t+\theta)$$

ତେଣୁ ସାଧାରଣ ସମାଧାନ ଲେଖାଯାଇପାରେ,
$$x=\frac{f}{\sqrt{\left(\omega^2-p^2\right)^2+4k^2p^2}}\cos\left(pt-\tan^{-1}\frac{2kp}{\left(\omega^2-p^2\right)}\right)$$

$$+Pe^{-kt}\sin(\sqrt{\omega^2-k^2}\,t+\theta) \tag{4.25}$$

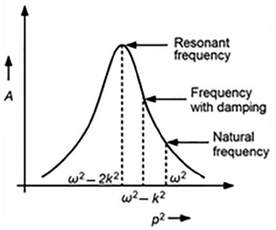
4.8 ସ୍ଥାୟୀ ଅବସ୍ଥାପାଇଁ ଆଲୋଚନା (Discussion For Steady States)

ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ କରୁଥିବା ବସ୍ତୁର ବିସ୍ଥାପନ ବିସ୍ତାର ଏବଂ ବେଗ ବିସ୍ତାର ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ବାହ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ବଳର ଆବୃତ୍ତି ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ଯେତେବେଳେ ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ କରୁଥିବା ଏକ କଣିକାର ବିସ୍ଥାପନ, ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ପର୍ଯ୍ୟାୟ ବଳର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆବୃତ୍ତିପାଇଁ ସର୍ବାଧିକ ହୁଏ, ତାହାକୁ ବିସ୍ତାର ଅନୁନାଦ (amplitude resonance) କୁହାଯାଏ । ଏହି ଆବୃତ୍ତିକୁ, ଆବୃତ୍ତି ଅନୁନାଦ (resonance frequency) କୁହାଯାଏ ।

4.8.1 ବିସ୍ତାର ଅନୁନାଦ (Amplitude Resonance)

ସ୍ଥାୟୀଅବସ୍ଥାରେ କମ୍ପନର ବିସ୍ତାର ସମୀକରଣ (4.22) ରୁ ନିମ୍ନ ରୂପରେ ଦିଆଯାଏ,

$$A = \frac{f}{\sqrt{\left(\omega^2 - p^2\right)^2 + 4k^2p^2}}$$



ଚିତ୍ର 4.6: ଆବୃତ୍ତି ଅନୁନାଦରେ ବିସ୍ତାର ଅନୁନାଦ

ଯେତେବେଳେ ବିସ୍ତାର ସର୍ବାଧିକ ହୋଇଯାଏ, ବିସ୍ତାର ଅନୁନାଦ ହୁଏ । କିନ୍ତୁ A ସର୍ବହେବ ଯେତେବେଳେ ହର $\sqrt{\left(\omega^2 - p^2\right)^2 + 4k^2p^2}$ ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବ, କାରଣ f ସ୍ଥାୟୀହୋଇଛି । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଏବଂ k ସ୍ଥାୟୀଏବଂ ଏକମାତ୍ର ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ହେଉଛି p.

ତେଣୁ, ଯଦି ହର ସର୍ବନିମ୍ନ ହେବ, ତେବେ p ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଏହାର ଅବକଳ ଗୁଣନ ଶୂନ୍ୟ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ତେଣୁ, $$\frac{d}{dp}\left[\left(\omega^2 - p^2\right)^2 + 4k^2p^2\right] = 0$$

କିମ୍ବା, $$-4p\left(\omega^2 - p^2\right) + 8k^2p = 0$$

କିମ୍ବା, $$p = \sqrt{\omega^2 - 2k^2} \tag{4.26}$$

ଏହିପରି, ଯେତେବେଳେ ପ୍ରେରକ ବଳର ଆବୃତ୍ତି $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\omega^2 - 2k^2}$ ଥାଏ, ସେତେବେଳେ ବିସ୍ତାର ଅନୁନାଦ (amplitude resonance) ହୁଏ ଏବଂ ସର୍ବାଧିକ ବିସ୍ତାର ଲେଖାଯାଇପାରେ,

$$A_{max} = \frac{f}{2k\sqrt{\omega^2 - k^2}} \tag{4.27}$$

ତେଣୁ, ଯେତେବେଳେ ଅବମନ୍ଦନ k କମ୍ ହୁଏ ବିସ୍ତାର ଅଧିକ ହୁଏ ଏବଂ ଏହା ଚିତ୍ର 4.6 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

4.8.2 ବେଗ ଏବଂ ଶକ୍ତି ଅନୁନାଦ (Velocity and Energy Resonances)

ଯେତେବେଳେ ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ ଦେଇ ଗତି କରୁଥିବା ବସ୍ତୁର ବେଗ ବିସ୍ତାର ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ପର୍ଯ୍ୟାୟ ବଳର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆବୃତ୍ତିପାଇଁ ସର୍ବାଧିକ ମୂଲ୍ୟ ହାସଲ କରେ, ଏହା ବେଗ ଅନୁନାଦ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ସ୍ଥାୟୀ ଅବସ୍ଥାରେ, ପର୍ଯ୍ୟାୟବଳ ଦ୍ୱାରା ପରିଚାଳିତ ଏକ କଣିକାର ଗତି, ସମୀକରଣ (4.19) ରୁ ପ୍ରାପ୍ତ ହୁଏ, ଯେପରି,

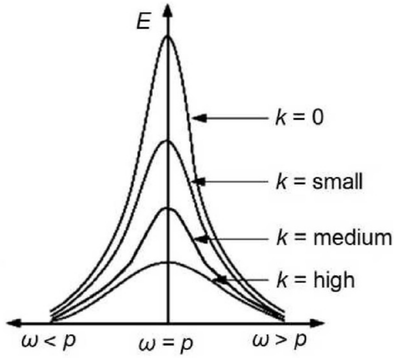
$$x = A\cos(pt - \alpha)$$

ତେଣୁ, $$\frac{dx}{dt} = -Ap\sin(pt - \alpha)$$

ଏହିପରି ପ୍ରଣୋଦିତ ପ୍ରଣାଳୀର ଗତିଜ ବଳ ଯେକୌଣସି ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ ଲେଖାଯାଇପାରେ,

$$T = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}mA^2p^2\sin^2(pt-\alpha)$$

$$= \frac{1}{2}\frac{mf^2p^2\sin^2(pt-\alpha)}{(\omega^2-p^2)^2+4k^2p^2} \quad (4.28)$$



ଚିତ୍ର 4.7: ବାହ୍ୟ ବଳର ଆବୃତ୍ତି ସହିତ ଶକ୍ତିର ପରିବର୍ତ୍ତନ

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଏକ ସ୍ଥାୟୀ ଗତିପାଇଁ, ଯେକୌଣସି ମୁହୂର୍ତ୍ତରେ, ପ୍ରଣାଳୀର ମୋଟ ଶକ୍ତି ସର୍ବାଧିକ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ସହିତ ସମାନ | ତେଣୁ ପ୍ରଣାଳୀର ମୋଟ ଶକ୍ତି ହେଉଛି,

$$E = T_{max} = \frac{1}{2}\frac{mf^2p^2}{(\omega^2-p^2)^2+4k^2p^2}$$

କିମ୍ବା,

$$E = \frac{1}{2}\frac{mf^2}{\omega^2\left(\frac{\omega}{p}-\frac{p}{\omega}\right)^2+4k^2}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{mf^2}{\omega^2\Delta^2+4k^2} \quad (4.29)$$

ଯେଉଁଠାରେ, $\Delta = \frac{\omega}{p} - \frac{p}{\omega}$ (4.30)

କମ୍ପନ ପ୍ରଣାଳୀର ଶକ୍ତି ସର୍ବାଧିକ ହେଲେ ଶକ୍ତି ଅନୁନାଦ ହୁଏ ।

ପୁନର୍ବାର କମ୍ପନ ପ୍ରଣାଳୀପାଇଁ ମୋଟ ଶକ୍ତି ସର୍ବାଧିକ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ସହିତ ସମାନ ହୋଇଯାଏ, ଯାହାକି ବେଗ ସର୍ବାଧିକ ଥିବା ବେଳେ ହୋଇଥାଏ । ତେଣୁ, ଏହି ପ୍ରକାରର ଅନୁନାଦ, ବେଗ ଅନୁନାଦ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ଆବୃତ୍ତି ସହିତ ବାହ୍ୟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଶକ୍ତିର ପରିବର୍ତ୍ତନ, ଚିତ୍ର 4.7 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ଯେତେବେଳେ $\omega = p, \Delta = 0$ k ର ଯେକୌଣସି ମୂଲ୍ୟପାଇଁ ଶକ୍ତି ସର୍ବାଧିକ ହୋଇଯାଏ । ଏହିପରି ଯେତେବେଳେ ପ୍ରଣୋଦିତ ପ୍ରଣାଳୀର ଆବୃତ୍ତି ପ୍ରାକୃତିକ କୋଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି f ସହିତ ମେଳ ଖାଏ, ପ୍ରଣୋଦିତ ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଶକ୍ତି ସର୍ବାଧିକ ହୁଏ । ଏହି ଘଟଣାକୁ ଶକ୍ତି ଅନୁନାଦ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଅନୁନାଦରେ ଶକ୍ତି ସମୀକରଣ (4.29) ରୁ ପ୍ରାପ୍ତ ହୁଏ, ଯେପରି,

$$E_{max} = \frac{mf^2}{8k^2} \quad (4.31)$$

ସମୀକରଣ (4.31) ରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ k ର ମୂଲ୍ୟ ଯେତେ ଛୋଟ ହେବ, E ର ମୂଲ୍ୟ ସେତେ ଅଧିକ ହେବ ।

4.8.3 ଅନୁନାଦର ତୀକ୍ଷ୍ଣତା (Sharpness of Resonance)

ଅନୁନାଦିତ ଆବୃତ୍ତିରେ ପରିଚାଳିତ ବସ୍ତୁର ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଅର୍ଥାତ ପରିଚାଳିତ ବଳରୁ ଏହା ଦ୍ୱାରା ନିଆଯାଇଥିବା ଶକ୍ତି ସର୍ବାଧିକ । କିନ୍ତୁ ଯଦି ଅନୁନାଦିତ ଆବୃତ୍ତିଠାରୁ ଏହାର ଆବୃତ୍ତି ଭିନ୍ନ ହୁଏ ତେବେ ଏହା ହ୍ରାସ ପାଇବ । ଯେଉଁ ଦ୍ରୁତତା ସହିତ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ହ୍ରାସପାଏ, ତାହା ହେଉଛି ଅନୁନାଦର ତୀକ୍ଷ୍ଣତାର ମାପ । ଅନୁନାଦର ତୀକ୍ଷ୍ଣତାର ପାରିମାଣିକ ଭାବରେ, Δରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଥାଏ, ଯାହାପାଇଁ ,ଶକ୍ତି ଅଧା ଅନୁନାଦ ମୂଲ୍ୟକୁ ହ୍ରାସ ହୋଇଯାଏ ।

ଧରାଯାଉ $\Delta = \Delta_1$ ଇଁ, $E = \frac{1}{2}E_{max} = \frac{1}{2}\frac{mf^2}{8k^2}$

ଏହିପରି, ସମୀକରଣ (4.29) କୁ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଏବଂ Δ = କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖାଯାଇପାରେ

$$\frac{1}{2}\frac{mf^2}{\Delta_1^2\omega^2+4k^2}=\frac{1}{2}\frac{mf^2}{8k^2}$$

କିମ୍ବା, $$\Delta_1^2\omega^2+4k^2=8k^2$$

କିମ୍ବା, $$\Delta_1=\pm\frac{2k}{\omega} \tag{4.32}$$

ତେଣୁ ଅନୁନାଦ ର ତୀକ୍ଷ୍ଣତା

$$S=\frac{1}{\Delta_1}=\pm\frac{\omega}{2k} \tag{4.33}$$

ସମୀକରଣ (4.33) ଠାରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଅବମନ୍ଦିତ କାରକ ହ୍ରାସ ପାଇବା ସହିତ ଅନୁନାଦ ର ତୀକ୍ଷ୍ଣତା ବୃଦ୍ଧି ପାଇଥାଏ ଏବଂ kର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟପାଇଁ ଏହା ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତିର ω ମୂଲ୍ୟ ଠାରୁ ଅଧିକ । $\frac{E}{E_{max}}$ ବିରୁଦ୍ଧରେ ω ଦ୍ୱାରା ଅଧିକ ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଯେବେ, ω = p, Δ = 0 ଆମପାଖରେ ଅଛି, $\frac{E}{E_{max}}=1$

ବକ୍ରରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଅବମନ୍ଦିତ k ର ମୂଲ୍ୟ ଛୋଟ ହେଲେ, ଅନୁନାଦ ତୀକ୍ଷ୍ଣ ହେଉଛି ।

ଉଦାହରଣ 4.5 ଏକ 10 ଗ୍ରାମ୍ ଓଜନର ବସ୍ତୁ ଉପରେ ଏକକ ବିସ୍ଥାପନ ପ୍ରତି 10^7dyn-cm^{-1}ର ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ, ଏକକ ବେଗ ପ୍ରତି 4×10^3 dyne-cm^{-1}ର ଏକ ଘର୍ଷଣ ବଳ ଓ ଏକ4×10^3 dyne-cm^{-1}ର ପ୍ରେରକ ବଳ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଅଛି । ସର୍ବାଧିକ ବିସ୍ତାରର ମୂଲ୍ୟ ଖୋଜ ।

ସମାଧାନ:

ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରୁଥିବା ଏକ କଣିକାର ବିସ୍ତାର ନିମ୍ନ ରୂପରେ ଦିଆଯାଏ,

$$A=\frac{f}{\sqrt{\left(\omega^2-p^2\right)^2+(2kp)^2}}=\frac{F/m}{\sqrt{\left(\omega^2-p^2\right)^2+(2kp)^2}}$$

ଯେତେବେଳେ, $p=\omega,$

ଏଠାରେ, $$A=A_{max}=\frac{F/m}{\left(\sqrt{2kp}\right)^2}=\frac{F}{2kmp}$$

ଏଠାରେ, $$k=\frac{b}{2m}=\frac{4\times10^3}{2\times10}=2\times10^2\ s^{-1}$$

$$p=\omega=\sqrt{\frac{\mu}{m}}=\sqrt{\frac{10^7}{10}}=10^3\ s^{-1}$$

ଏହିପରି, $$A_{max}=\frac{10^5/10}{2\times2\times10^3\times10^3}=\frac{1}{40}=0.025\,cm$$

ଉଦାହରଣ 4.5

ୟୁନିଟ୍ ସାରାଂଶ

- ସରଳ ସଂନାଦୀ ଗତି (SHM)

$$F = -\mu x$$

SHMର ବିସ୍ଥାପନ, ବେଗ ଏବଂ ତ୍ୱରଣ

$$y = a\sin(\omega t + \varphi)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = \omega\sqrt{a^2 - y^2}$$

$$f = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 y$$

- **SHM ର ଅବକଳ ସମୀକରଣ ଏବଂ ଏହାର ସମାଧାନ:**

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$x = a\sin(\omega t + \varphi)$$

- ସଂନାଦୀ ଦୋଳକ: ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର କମାନୀ ର ଗତି

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$$

- ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନର ଅବକଳ ସମୀକରଣ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2k\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0 \text{ ଯେଉଁଠାରେ } 2k = \frac{b}{m};\ \omega^2 = \frac{\mu}{m};\ f = \frac{F}{m}$$

- ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନର ଅବକଳ ସମୀକରଣ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2k\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = f\cos pt \text{ ଯେଉଁଠାରେ } 2k = \frac{b}{m};\ \omega^2 = \frac{\mu}{m}]\ f = \frac{F}{m}$$

- ଅବକଳ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନର

$$x = \frac{f}{\sqrt{\left(\omega^2 - p^2\right)^2 + 4k^2p^2}}\cos\left(pt - \tan^{-1}\frac{2kp}{\left(\omega^2 - p^2\right)}\right) + Pe^{-kt}\sin(\sqrt{\omega^2 - k^2}t + \theta)$$

- ଅନୁନାଦ

ବିସ୍ତାର ଅନୁନାଦ

$$A_{max} = \frac{f}{2k\sqrt{\omega^2 - k^2}}$$

ଶକ୍ତି ଅନୁନାଦ

$$E = \frac{1}{2}\frac{mf^2}{\omega^2\Delta^2 + 4k^2} \qquad E_{max} = \frac{mf^2}{8k^2}$$

ଅନୁନାଦ ର ତୀକ୍ଷ୍ଣତା

$$S = \frac{1}{\Delta_1} = \pm\frac{\omega}{2k}$$

ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଏକାଧିକ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ

4.1 ଯଦି ବସ୍ତୁର ସ୍ଥାୟୀପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ 98 Nm^{-1} ହୁଏ ତେବେ, 10 ସେମି ବିସ୍ଥାପନପାଇଁ ବସ୍ତୁର ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ ହେଉଛି

(କ) 98 N (ଖ) 9.8 N (ଗ) 0.98 N (ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

4.2 SHM କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରୁଥିବା ଏକ କଣିକାର ତ୍ୱରଣ ହେଉଛି

(କ) ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥିତିରୁ ବିସ୍ଥାପନ ସହିତ ଓଲଟା ଆନୁପାତିକ

(ଖ) ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥିତିରୁ ବିସ୍ଥାପନ ସହିତ ସିଧାସଳଖ ଆନୁପାତିକ

(ଗ) ଅପରିବର୍ତ୍ତୀ (ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

4.3 ଯଦି SHM କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରୁଥିବା ଏକ କଣିକାର ତ୍ୱରଣ ସର୍ବାଧିକ ହୁଏ, ବିସ୍ଥାପନ ହେବ

(କ) ସର୍ବାଧିକ (ଖ) ସର୍ବନିମ୍ନ

(ଗ) ଶୂନ (ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

4.4 ସରଳ ସଂନାଦୀ ଗତି (SHM) ହେଉଛି ଏକ

(କ) ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଗତି (ଖ) ବୃତ୍ତାକାର ଗତି

(ଗ) ଉଭୟ (କ) ଏବଂ (ଖ) (ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

4.5 SHM କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରୁଥିବା ବସ୍ତୁର ପ୍ରାକୃତିକ କୋଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି ହେଉଛି

(କ) ω (ଖ) $\omega/2\pi$

(ଗ) $2\pi/\omega$ (ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

4.6 ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର କମାନୀର ସମୟ ଅବଧି (ବଳ ସ୍ଥାୟୀk) ଯେପରି ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ,

(କ) $T = 2\pi\sqrt{k/m}$ (ଖ) $T = 2\pi\sqrt{m/k}$

(ଗ) $T = \pi\sqrt{k/m}$ (ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ଯରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

4.7 SHM କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରୁଥିବା ଏକ କଣିକାର ସମୟ-ଅବଧି (T) ବିସ୍ଥାପନ x ଏବଂ ତ୍ୱରଣ f ସହିତ ଲେଖାଯାଇପାରେ

(କ) $2\pi\sqrt{\frac{f}{x}}$ (ଖ) $2\pi\sqrt{xf}$

(ଗ) $2\pi\sqrt{\frac{x}{f}}$ (ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ଯରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

4.8 ସଂନାଦୀ ଦୋଳକ ଉପରେ ଅବମନ୍ଦିତ ବଳର ପ୍ରଭାବ ହେଉଛି

(କ) କମ୍ପନର କୋଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି ଏବଂ ବିସ୍ତାର ହ୍ରାସ କରେ

(ଖ) କମ୍ପନର ବିସ୍ତାର ଏବଂ କୋଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି ବୃଦ୍ଧି କର

(ଗ) କୋଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି ହ୍ରାସ କର ଏବଂ କମ୍ପନର ବିସ୍ତାର ବୃଦ୍ଧି କର

(ଘ) କୋଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି ବୃଦ୍ଧି କର ଏବଂ କମ୍ପନର ବିସ୍ତାର ହ୍ରାସ କର

4.9 ଅବମନ୍ଦିତ ଦୋଳନକାରୀ ର ଦୋହଲିବା ଗତିପାଇଁ (ଅବମନ୍ଦିତ ସ୍ଥିରତା ଏବଂ ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତି)

(କ) $g > 2\ \omega_0$ (ଖ) $g = 2\ \omega_0$ (ଗ) $g < 2\ \omega_0$ (ଘ) $g = \omega_0$

4.10 ଏକ ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନର ସମୟ ଅବଧି ହେଉଛି

(କ) $2\pi\sqrt{\omega^2 - k^2}$ (ଖ) $2\pi\sqrt{k^2 - 2\omega^2}$ (ଗ) $\frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - k^2}}$ (ଘ) $\frac{2\pi}{\sqrt{2k^2 - \omega^2}}$

4.11 କ୍ରାନ୍ତିକ ଅବମନ୍ଦନପାଇଁ, ଏକ ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନର ଗତି ଦୋହଲିବ ନାହିଁ ଯେତେବେଳେ

(କ) $\omega^2 > k^2$ (ଖ) $\omega^2 < k^2$

(ଗ) $\omega > k$ (ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ଯରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

4.12 କ୍ରାନ୍ତିକ ଅବମନ୍ଦନ ଅବସ୍ଥାରେ ଏକ ପ୍ରଣାଳୀର ଗତି ହେଉଛି

(କ) ଅବମନ୍ଦିତ ଦୋଳନ (ଖ) ଦୋଳନୀ

(ଗ) ସଂନାଦୀ (ଘ) ଦୋଳନହୀନ ଗତି

4.13 ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅବମନ୍ଦିତ ବଳ କାହାର ଆନୁପାତିକ ଅଟେ -

(କ) ବେଗ (ଖ) ବିସ୍ଥାପନ

(ଗ) ତ୍ୱରଣ (ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ଯରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

4.14 ପ୍ରଣାଳୀକୁ କ୍ରାନ୍ତିକ ଅବମନ୍ଦିତ କରିବା କ୍ଷେତ୍ରରେ -

(କ) ଅଣ-ଦୋହଲିବା (ଖ) ଦୋଳନୀ

(ଗ) କମ୍ପନ ଗତି (ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ଯରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

4.15 ଦୁର୍ବଳ ଭାବରେ ଅବମନ୍ଦିତ ସଂନାଦୀ ଦୋଳନର ଉଦାହରଣ ହେଉଛି

(କ) ଡେଡ୍-ବିଟ୍ ଗାଲଭାନୋମିଟର (ଖ) ଟାଞ୍ଜେଣ୍ଟ ଗାଲଭାନୋମିଟର

(ଗ) ବାଲିଷ୍ଟିକ୍ ଗାଲଭାନୋମିଟର (ଘ) ପ୍ରତିରୋଧ ମାଧ୍ୟମରେ ଏକ କ୍ୟାପାସିଟର ର ନିଷ୍କାସନ

4.16 ବାହ୍ୟ ବଳ ଏବଂ ପ୍ରଣୋଦିତ ଦୋଳନର ବେଗ ମଧ୍ୟରେ କଳାନ୍ତର ହେଉଛି

(କ) $\frac{\pi}{2}$ (ଖ) 0

(ଗ) π (ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

4.17 ଅନୁନାଦ ରେ, ପ୍ରଣୋଦିତ ଦୋଳନର ସର୍ବାଧିକ ବିସ୍ତାର ହେଉଛି

(କ) $\frac{F_0}{m\gamma}$ (ଖ) $\frac{\gamma}{mF_0}$

(ଗ) $\frac{\gamma}{mF_0}$ (ଘ) $mF_0\gamma$

ଏକାଧିକ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର

4.1 (ଖ), 4.2(ଖ), 4.3 (କ), 4.4 (ଗ), 4.5 (ଖ), 4.5 (ଖ), 4.7 (ଗ), 4.8 (କ), 4.9 (ଗ), 4 .10 (ଗ), 4.11 (ଗ), 4.12 (ଘ), 4.13 (କ), 4.14 (କ), 4.15 (ଗ), 4.16 (ଖ), 4.17 (କ)

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରର ପ୍ରଶ୍ନ

ବର୍ଗ *I*

4.1 ଏକ ସରଳ ସଂନାଦୀ ଗତିର ଅବକଳ ସମୀକରଣ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କର ଏବଂ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କର ।

4.2 ଦେଖାଅ ଯେ SHM କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରୁଥିବା ଏକ କଣିକାପାଇଁ, ହାରାହାରି ଗତିଜ ଶକ୍ତି ସର୍ବାଧିକ ଅନୁରୂପ ଶକ୍ତିର ଅଧା ।

4.3 ଏକ ସରଳ ସଂନାଦୀ ଦୋଳକର ମୋଟ ଶକ୍ତିପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପ୍ରାପ୍ତ କର ଏବଂ ଦର୍ଶାଅ ଯେ ଏହା ବିସ୍ତାରର ବର୍ଗ ସହିତ ସ୍ଥାୟୀଏବଂ ଆନୁପାତିକ ।

4.4 ସମୟ ଅବଧି ଏବଂ ଆବୃତ୍ତି ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସନ୍ଧାନ କର ।

4.5 ଅବମନ୍ଦିତ ଏବଂ ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ କର ।

4.6 SHM ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଏବଂ ଯୁଗ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଖୋଜ ।

4.7 ସମୀକରଣରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶବ୍ଦକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରୁଥିବା ଅବମନ୍ଦିତ ସଂନାଦୀ ଦୋଳନର ଅବକଳ ସମୀକରଣ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କର ।

4.8 କ୍ରାନ୍ତିକ ଅବମନ୍ଦନର ଅର୍ଥ କ'ଣ ?

4.9 ମୁକ୍ତ ଏବଂ ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦର୍ଶାଅ । ସମୟ ସହିତ ଅବମନ୍ଦିତ ଦୋଳନର ବିସ୍ତାର ର ଅବକଳ ଗ୍ରାଫିକ୍ ଭାବରେ ଦେଖାଅ ।

4.10 ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଏବଂ ସ୍ଥିର ଅବସ୍ଥା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର । ସେମାନଙ୍କୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରୁଥିବା କାରଣଗୁଡିକ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କର ।

4.11 ଏକ ପ୍ରଣୋଦିତ ଦୋଳନର ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ଏବଂ ଅନୁନାଦିତ ଆବୃତ୍ତି ସ୍ପଷ୍ଟ କର । ବିସ୍ତାର ଅନୁନାଦର ଏକ ଧାରଣା ଦିଅ ।

4.12 ବିସ୍ତାର ଅନୁନାଦ ଏବଂ ବେଗ ଅନୁନାଦ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦର୍ଶାଅ ।

4.13 ନ୍ୟୁନ ଅବମନ୍ଦିତ ଅବସ୍ଥାରେ ($b < \omega$), ସମୟର ଏକ ଫଳନ ଭାବରେ ବିସ୍ଥାପନପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଖୋଜ । ବିସ୍ଥାପନ-ସମୟ ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ତୁମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ବାଖ୍ୟା କର ।

4.14 (କ) ସମୀକରଣରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶବ୍ଦକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରୁଥିବା ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନର ଅବକଳ ସମୀକରଣ ଲେଖ ।

(ଖ) ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନର ସ୍ଥାୟୀ ଅବସ୍ଥା ସମାଧାନଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରେରକ ଆବୃତ୍ତିର ମୂଲ୍ୟ ହାସଲ କରି ବିସ୍ତାର ଏବଂ ବେଗ ଅନୁନାଦ ର ଘଟଣାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରେ ।

ବର୍ଗ II

4.15 ଜ୍ୟାବକ୍ର (Sinusoidal) ଭୋଲଟେଜ୍ ଦ୍ୱାରା ପରିଚାଳିତ ଏକ କ୍ରମିକ ସଂଯୋଗ (series) LCR ସର୍କିଟ୍ ର ଅବକଳ ସମୀକରଣ ଲେଖ । ସର୍କିଟ୍ ର ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତି ଚିହ୍ନଟ କର ଏବଂ ବିଶ୍ରାନ୍ତ ସମୟ ମଧ୍ୟ ଖୋଜ ।

4.16 (କ) ଦର୍ଶାଅ ଯେ ବେଗ ଅନୁନାଦ ରେ, ସର୍ବାଧିକ ବେଗ ଅବମନ୍ଦିତ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ସହିତ ଓଲଟା ଆନୁପାତିକ ଅଟେ ଏବଂ ଏହା ମଧ୍ୟ ଦେଖାଅ ଯେ ପରିଚାଳନା ବଳ ସହିତ ଦୋଳକର ପରିବେଗ ସମକଳା ଅଟେ ।

(ଖ) ଅଧା କ୍ଷମତା ଆବୃତ୍ତି ଓ ଅନୁନାଦ ର ତୀକ୍ଷ୍ଣତାର ସମ୍ବନ୍ଧ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କର । ଦେଖାଅ ଯେ ଅନୁନାଦ ର ତୀକ୍ଷ୍ଣତା ହେଉଛି ଅଧା ଶକ୍ତି ଆବୃତ୍ତିର ଜ୍ୟାମିତିକ ମାଧ୍ୟ ।

4.17 ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣର ନୀତି କିପରି ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ତାହା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

4.18 (କ) ଜ୍ୱାବକ୍ରୀୟ ବଳ ଯାହା ଅବମନ୍ଦିତର ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟପାଇଁ ଏକ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଦୋଳକ ଚଳାଇଥାଏ ତାହାର ଆବୃତ୍ତି ବିରୁଦ୍ଧରେ ବିସ୍ଥାପନ ବିସ୍ତାର ଏବଂ ବେଗ ବିସ୍ତାର ଅଙ୍କନ କର ।

(ଖ) ବେଗ ଅନୁନାଦ ରେ ଏକ ଦୋଳନର ଶକ୍ତି ଖୋଜ । ଅନୁନାଦ ର ତୀକ୍ଷ୍ଣତା ଶବ୍ଦକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।

4.19 (କ) ଦୁଇଟି ସରଳ ସଂନାଦୀ ଦୋଳକ ଯାହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଭିନ୍ନ ହୋଇଥାଏ, ସମାନ ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳର କାର୍ଯ୍ୟ ଅଧୀନରେ ପୃଥକ ଭାବରେ ଆବୃତ୍ତି 3 Hz ଏବଂ 5 Hz ରେ ଦୋଳନ କରୁଛନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଅନୁପାତ ଗଣନା କର ।

(ଖ) କମ୍ପନ ଗତିର ବିସ୍ତାର, ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଏବଂ ତତକ୍ଷଣାତ୍ ବେଗ ଖୋଜ ଯାହା ଦ୍ୱାରା ନିମ୍ନ ରୂପରେ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଏ

$$x = a\cos\omega t + \frac{a}{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{a}{4}\cos(\omega t + \pi) + \frac{a}{8}\cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

4.20 m ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଏକ ସଂନାଦୀ ଦୋଳକପାଇଁ, ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତି ω_0 ଏବଂ ଏହା ଏକ ବଳ $F_0 \sin \omega t$ ଦ୍ୱାରା ପରିଚାଳିତ, ଅବମନ୍ଦିତ, ଦୋହଲିବାର ବେଗର 2 p ଗୁଣ ସହିତ ଆନୁପାତିକ ଅଟେ । ଦର୍ଶାଅ ଯେ ବିସ୍ଥାପନ ନିମ୍ନ ରୂପରେ ଦିଆ ଯାଇପାରିବ

$$x = \frac{F_0/m}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4p^2\omega^2}}\sin(\omega t - \theta);\ \text{ଯେଉଁଠାରେ}\ \tan\theta = \frac{2\omega p}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)}$$

ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ପର୍କ ବ୍ୟବହାର କରି, ଦର୍ଶାଅ ଯେ ବେଗ ଅନୁନାଦ ରେ, ବେଗ, ପ୍ରେରକ ବଳ ସହିତ ସମକଳା ଅଟେ ।

ଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନ

4.1 ଯେକୌଣସି ମୁହୂର୍ତ୍ତ t ରେ ଯେକୌଣସି କଣିକାର ବିସ୍ଥାପନ x = 3cos t + 4 sin t ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଇଛି । ଦେଖାଅ ଯେ ଗତି ସରଳ ସଂନାଦୀ ଅଟେ । ଏହି ଦୋଳନର ବିସ୍ତାର କ'ଣ? ଦେଖାଅ ଯେ ଏହାର ଗତିଜ ଶକ୍ତି କୋଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି 2ω ସହିତ ଦୋହଲିଥାଏ ।

4.2 ଏକ ସରଳ ଦୋଳନର ବିସ୍ଥାପନ $x = a \sin(\omega t + \theta)$ ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଏ । ଯଦି t = 0 ସମୟରେ ଦୋଳନ ଏକ ସ୍ଥିତିରୁ x_0 ରୁ v_0 ବେଗ ସହିତ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ, ଦେଖାଅ ଯେ,

$$\tan\theta = \omega x_0/v_0 \ \text{ଏବଂ}\ a = (x_0^2 + v_0^2/\omega^2)^{1/2}$$

4.3 SHM କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରୁଥିବା 0.2 କିଲୋଗ୍ରାମ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଏକ କଣିକାର ବିସ୍ଥାପନ ନିମ୍ନ ରୂପରେ ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି

$$y = 10\sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{12}\right)m$$

(i) ବିସ୍ତାର, (ii) କୋଣୀୟ ବେଗ, (iii) ସମୟ ଅବଧି, (iv) ସର୍ବାଧିକ ବେଗ ଏବଂ (v) ସର୍ବାଧିକ ତ୍ୱରଣ ଗଣନା କର ।

4.4 ଏକ କମାନୀରୁ 2 କିଲୋଗ୍ରାମ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଝୁଲୁଛି । ଏହା ତଳେ ଝୁଲୁଥିବା ଏକ 50 gm ବସ୍ତୁ କମାନୀକୁ 1 cm ଆଗକୁ ବିସ୍ତାର କରୁଛି । ଯଦି ବର୍ତ୍ତମାନ ବସ୍ତୁକୁ ଅପସାରଣ କରାଯାଏ ତେବେ କମାନୀର ଦୋଳନର ଅବଧି ଖୋଜ ।

4.5 10 ଗ୍ରାମ୍ ର ବସ୍ତୁ ଯାହାକି ଏକ ଆକାରରେ ଗତି କରୁଛି, ଏହା ଉପରେ ଏକ ଏକକ ବିସ୍ଥାପନ ପ୍ରତି ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ = 10 $dyn.cm^{-1}$ ଏବଂ ଏକକ ବେଗ ପ୍ରତି ଏକ ପ୍ରତିରୋଧକାରୀ ବଳ = 2 $dyn.cm^{-1}$ କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଉଛି ।

(i) ଗତିଟି ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମ ନା ଦୋଳାୟମାନ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) ଶକ୍ତିକୁ ପ୍ରତିରୋଧ କରିବାର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା ଗତିକୁ କ୍ରାନ୍ତିକ ଭାବରେ ଅବମନ୍ଦିତ କରିବ ।

(iii) ବସ୍ତୁତ୍ୱ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାପାଇଁ ଦିଆଯାଇଥିବା ସମସ୍ତ ଶକ୍ତି ଏହି ଗତିକୁ କ୍ରାନ୍ତିକ ଭାବରେ ଅବମନ୍ଦିତ କରିବେ ।

4.6 ଏକ ଅବମନ୍ଦିତ କମ୍ପନ୍ତ୍ର (vibratory) ଗତି କରୁଥିବା ବସ୍ତୁପାଇଁ, ଏକକ ବିସ୍ଥାପନ ପିଛା ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ ହେଉଛି 10 dyne/cm ଏବଂ ଏକକ ବେଗ ପିଛା ଏକ ପ୍ରତିରୋଧକାରୀ ବଳ ହେଉଛି 2 $dyn.cm^{-1}$ । ଗତିଟି ଦୋଳାୟମାନ କିମ୍ବା ଅନାବର୍ତ୍ତୀ କି ନାହିଁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ ଗତିକୁ କ୍ରାନ୍ତିକ ଭାବରେ ଅବମନ୍ଦିତ କରିବାପାଇଁ ପ୍ରତିରୋଧକାରୀ ବଳ ମଧ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4.7 ଏକ ଅବମନ୍ଦିତ ସଂନାଦୀ ଦୋଳନର ବିସ୍ଥାପନ, ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଏ । ଦୋହଲିବା ବିନ୍ଦୁର t = T/2 ସମୟରେ ବେଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, T ହେଉଛି ଗତିର ସମୟ ଅବଧି ।

4.8 2 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ର ଏକ କଣିକା ଉପରେ ଏକ ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ/ଏକକ ବିସ୍ଥାପନ 10×10^{-3} N/m, ଏବଂ ଏକ ଘର୍ଷଣଶକ୍ତି/ଏକକ ବେଗ 2×10^{-3} N/ms^{-1} ଦ୍ୱାରା କାର୍ଯ୍ୟ କରାଯାଉଛି । ଏହି ଗତି ଦୋହଲିବା କିମ୍ବା ଅଣ-ଦୋହଲିବା ଖୋଜ । ଘର୍ଷଣ (ପ୍ରତିରୋଧକ) ବଳର କେଉଁ ମୂଲ୍ୟପାଇଁ, ଅବମନ୍ଦନ କ୍ରାନ୍ତିକ ହେବ?

4.9 SHM କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରୁଥିବା 0.05 କିଲୋଗ୍ରାମ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଏକ କଣିକା ର ବିସ୍ଥାପନ ନିମ୍ନରେ ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି

$$y = 5\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) m$$

(i) ବିସ୍ତାର, (ii) କୋଣୀୟ ବେଗ ଏବଂ (iii) ସମୟ ଅବଧି ଗଣନା କର ।

ବ୍ୟବହାରିକ

1. ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଦୋଳନକାରୀରେ ଅନୁନାଦ ଘଟଣାର ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା

ଲକ୍ଷ୍ୟ

i) ଏକ ପରୀକ୍ଷଣ କରିବାକୁ ଆମକୁ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଅନୁନାଦ ର ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତି ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିବାକୁ ପଡିବ ।

ii) ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ସହିତ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ତଥ୍ୟର ତୁଳନା କରିବାକୁ ପଡିବ ।

ତତ୍ତ୍ୱ

ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଅନୁନାଦ ହେଉଛି ଉଚ୍ଚ ବିସ୍ତାରରେ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା କରିବାପାଇଁ ଯେକୌଣସି ଯାନ୍ତ୍ରିକ ପ୍ରଣାଳୀର ପ୍ରବୃତ୍ତି ଯେତେବେଳେ ଏହାର ପ୍ରଣାଳୀର କମ୍ପନର ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତି ଅନୁଯାୟୀ ଦୋହଲିବା ଆବୃତ୍ତି ହୋଇଥାଏ ।. ଯଦି ଏହା ସମାନ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ନିଜକୁ

ପୁନରାବୃତ୍ତି କରେ ତେବେ କଣିକା କିମ୍ବା କଣିକାଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରଣାଳୀର ଗତି, ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଦୋଳାୟମାନ ହୁଏ । ଏକ ଦୋଳାୟମାନ କଣିକାର ପଥ ସାଧାରଣତଃ sine ଏବଂ cosine ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟ (ସଂନାଦୀ ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟ) ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶିତ ହୁଏ । କଣିକାର ଦୋଳନକୁ ସଂନାଦୀ ଗତି କୁହାଯାଏ । ସରଳ ସଂନାଦୀ ଗତିପାଇଁ, ସମୟର ଏକ ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟ ଭାବରେ କଣିକାର ସ୍ଥିତି ନିମ୍ନଲିଖିତ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ:

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \tag{i}$$

ସ୍ଥାୟୀA ଗତିର ବିସ୍ତାର; ଗତିପାଇଁ, ସ୍ଥାୟୀω କୋଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି ଏବଂ ϕ ସମକଳା । କୋଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି ଏବଂ ରୈଖିକ ଆବୃତ୍ତି ନିମ୍ନଲିଖିତ ରୂପରେ ଜଡିତ,

$$\omega = 2\pi f \tag{ii}$$

ଏହି ସମୀକରଣରେ, ଗତିର ପୁନରାବୃତ୍ତି ହାର (ଆବୃତ୍ତି) ହେଉଛି f, ଯାହାର ପାରସ୍ପରିକ ହେଉଛି ସମୟ ଅବଧି, T । ଏକ ବାଦ୍ୟଯନ୍ତ୍ରରେ ତାରର କମ୍ପନରେ, ସମୟ ଅବଧି ବହୁତ ଛୋଟ ଏବଂ ତେଣୁ କେବଳ ଆଖିରେ ମାପ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ । ଏହା ପରେ ଏକ ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟ ଜେନେରେଟରରେ ସଂଲଗ୍ନ ଡିଜିଟାଲ୍ ଆବୃତ୍ତି ମିଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଦୋଳନ ଆବୃତ୍ତି ପ୍ରାପ୍ତ କରାଯାଏ ।.

ପରୀକ୍ଷଣପାଇଁ, ସରଳ ସଂନାଦୀ ଦୋଳକରେ ଏକ ବସ୍ତୁ ବସ୍ତୁତ୍ୱବିହୀନ କମାନୀ ସହିତ ହୁକ୍ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ସଂଯୁକ୍ତ ଅଛି । କମାନୀର ବିପରୀତ ପ୍ରାନ୍ତକୁ ସ୍ଥିର ସ୍ଥିତିରେ ରଖାଯାଇଅଛି । ଯେତେବେଳେ ବସ୍ତୁ ସନ୍ତୁଳନ ସ୍ଥିତିରେ ଥାଏ, କୌଣସି ଗତି ହେବ ନାହିଁ । ଯେତେବେଳେ ପ୍ରଣାଳୀ ବିଚଳିତ ହୁଏ, ବସ୍ତୁତ୍ୱକୁ ସନ୍ତୁଳନରୁ ବିସ୍ଥାପିତ କରେ, କମାନୀର ବଳ ପୁନରୁଦ୍ଧାର କରିବା ଦ୍ୱାରା ବସ୍ତୁ ସନ୍ତୁଳନକୁ ଫେରିଆସେ । ସନ୍ତୁଳନକୁ ଅତିକ୍ରମ କରିବାପାଇଁ ଗତିର ଜଡ଼ତା ଦାୟୀ ଯାହା ଦୋଳନ ଗତି ସୃଷ୍ଟି କରେ । ଘର୍ଷଣର ଅନୁପସ୍ଥିତିରେ, ଗତି ଜାରି ରହିବ ।

ସମୀକରଣ (ii) ବ୍ୟବହାର କରି ଏବଂ ନ୍ୟୁଟନ ଙ୍କର ଦିତ୍ୱୀୟ ନିୟମ ସହିତ ଆମେ ωପାଇଁ ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ଏବଂ କମାନୀ ସ୍ଥାୟୀk ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ହାସଲ କରି ଆମେ ଲେଖିପାରିବା

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{iii}$$

କିମ୍ବା

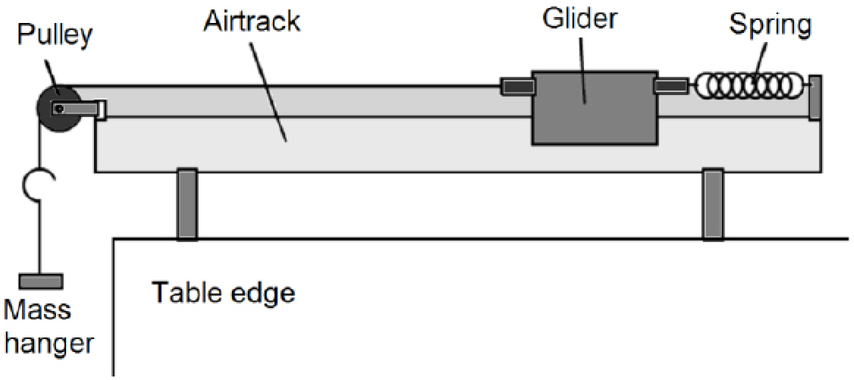
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{iv}$$

ଏହି ପରୀକ୍ଷଣରେ, ଆମେ ଏକ ଘଟଣାକୁ ଦେଖିବୁ ଯାହା ଅନୁନାଦ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ଯଦି ପ୍ରେରକ ବଳ ଆବୃତ୍ତି ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତି ସହିତ ସମାନ, ସନ୍ତୁଳନରୁ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ସର୍ବାଧିକ ବିସ୍ଥାପନ ଘଟିବ । ଏହି ଅବସ୍ଥାରେ ଅନୁନାଦ ପ୍ରାପ୍ତ ହେବ, ଏବଂ ଏହି ଆବୃତ୍ତିକୁ ଅନୁନାଦିତ ଆବୃତ୍ତି କୁହାଯାଏ ।

ପଦ୍ଧତି

ପ୍ରଥମ ଭାଗ: କମାନୀ ସ୍ଥିରାଙ୍କ k ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର

ଦେଖାଯାଇଛି ଚିତ୍ର (i)ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ବ୍ୟବସ୍ଥା କର । ବାୟୁ ଉତ୍ସକୁ ସର୍ବାଧିକ ଚଲାଅ ଏବଂ ତା ପରେ ବିଭିନ୍ନ ଓଜନ ହ୍ୟାଙ୍ଗର୍ ରେ ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ ସେହି ବସ୍ତୁତ୍ୱ ହେତୁ ଲମ୍ବକୁ ତାଲିକା-1 ରେ ଲେଖିରଖ । ହ୍ୟାଙ୍ଗରର ଓଜନକୁ ଯୋଡ ଏବଂ ତା'ପରେ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ହେତୁ ବଳ ଗଣନା କର (ଅର୍ଥାତ୍, mg) । ତାଲିକା-1 ରେ ସେହି ମୂଲ୍ୟଗୁଡିକ ରେକର୍ଡ କର ।



ଚିତ୍ର (i)

ବିସ୍ଥାପନ ଜାଣିବାପାଇଁ, କମାନୀର ସନ୍ତୁଳନର ସ୍ଥିତି ଏବଂ ବିସ୍ତାରିତ ସ୍ଥିତିକୁ ମଧ୍ୟ ଧ୍ୟାନ ଦିଅ । ବିସ୍ଥାପନ ଦୁଇଟି ମୂଲ୍ୟମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ । କମାନୀକୁ ଏହାର ସନ୍ତୁଳନ ସ୍ଥିତିରୁ 3 କିମ୍ବା 4 ସେମିରୁ ଅଧିକ ବିସ୍ଥାପିତ ନକରିବାକୁ ଯତ୍ନବାନ ହୁଅ କାରଣ ଏହା କମାନୀକୁ ବିକୃତ କରିବ ଏବଂ ଏହାର ସ୍ଥିରାଙ୍କ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବ ।

ତାଲିକା 1: ବିସ୍ଥାପନ ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁତ୍ୱପାଇଁ ବଳପାଇଁ ତଥ୍ୟ

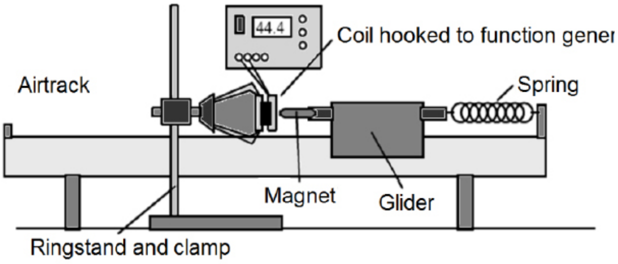
ସନ୍ତୁଳନ ସ୍ଥିତି: ....

ବସ୍ତୁତ୍ୱ	ବିସ୍ତାରିତ ସ୍ଥିତି	ବିସ୍ଥାପନ	ବଳ

କମାନୀ ସ୍ଥାୟୀk = ...

ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ: ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ତାଲିକା-1ରୁ ତଥ୍ୟକୁ ଉପଯୋଗ କରି ଲମ୍ବର ବୃଦ୍ଧି (X-ଅକ୍ଷ) ଓ ବଳ (Y-ଅକ୍ଷ) ର ଏକ ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ କର । ତଥ୍ୟ ଏବଂ ଗ୍ରାଫ୍ ରୁ, କମାନୀର ସ୍ଥାୟୀ, k, ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର । ତାତ୍ତ୍ୱିକ ଭାବରେ, ଏହି ତଥ୍ୟର କର୍ଭ (ବକ୍ର) ଏକ ସିଧା ରେଖା ହେବା ଉଚିତ୍; k କେବଳ ଏହି ବକ୍ରର ଢାଲୁ । Excel ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ତଥ୍ୟକୁ ନେଇ ହୋଇଥିବା ସିଧା ରେଖାର ଢାଲୁ ମଧ୍ୟ ଗଣନା କରିପାରିବ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାଗ: *ସଂକଳ୍ପ ପରୀକ୍ଷଣ ଦ୍ୱାରା ଅନୁନାଦ*



ଚିତ୍ର । (ii)

ଚିତ୍ର (ii) ରେ ପରୀକ୍ଷଣର ଏହି ଅଂଶ ଉପସ୍ଥାପିତ ହୋଇଛି । ପ୍ରେରକ ବଳ, ପ୍ରେରକ ଆବୃତ୍ତି ଦେବାପାଇଁ ଏକ ଆବୃତ୍ତି ମିଟର ସହିତ ଜ୍ୟାବକ୍ରୀୟ ବୈଦ୍ୟୁତିକ ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟ ଜେନେରେଟରକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ । ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟ ଜେନେରେଟରର ଫଳାଫଳ କଏଲ୍ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଭିନ୍ନ ବୈଦ୍ୟୁତିକ ସ୍ରୋତ ତିଆରି କରେ ଯାହା ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଏକ କମାନୀ ସହିତ ସଂଯୁକ୍ତ ଏକ ସ୍ଥାୟୀ ଚୁମ୍ବକ/ଗ୍ଲାଇଡର୍ କୁ ଆକର୍ଷିତ ଏବଂ ପ୍ରତିରୋଧ କରିବାପାଇଁ ଏକ ଭିନ୍ନ ଚୁମ୍ବକୀୟ କ୍ଷେତ୍ର ସୃଷ୍ଟି କରେ । କମାନୀର ଅନ୍ୟ ପ୍ରାନ୍ତକୁ ବାୟୁ ପଥରେ (air track) ରଖାଯାଏ । ଆମେ କମାନୀ ଅପରିବର୍ତ୍ତୀର ମୂଲ୍ୟ ପାଇପାରିବା (k) ଏବଂ ସିଧାସଳଖ ଚୁମ୍ବକ/ଗ୍ଲାଇଡରର ବସ୍ତୁତ୍ୱ । ପ୍ରଣାଳୀର 'ପ୍ରେରକ ଆବୃତ୍ତି' ଏବଂ ' ଅନୁନାଦ ଆବୃତ୍ତି' ବ୍ୟତୀତ ପ୍ରଣାଳୀର ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତି ପ୍ରାପ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ ।

ପଦ୍ଧତି

1. ବାୟୁ ଯୋଗାଣକୁ ସର୍ବାଧିକ ବାୟୁ ଚାପରେ ଚଲାଅ । ତା'ପରେ ଗ୍ଲାଇଡରର ସନ୍ତୁଳନ ସ୍ଥିତିର ରେକର୍ଡବନ୍ଦ କରିବାପାଇଁ ଗ୍ଲାଇଡର ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଉପକରଣକୁ ସ୍ଥିର କର । ଏହାପରେ ଅନ୍ୟ ଉପକରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଚଲାଅ, କୌଣସି ତଥ୍ୟ ନେବା ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରେରକ ଆବୃତ୍ତି (1 Hertz ରୁ 15 Hertz) ର ଶୃଙ୍ଖଳା ମାଧ୍ୟମରେ ସ୍କାନ୍ କରିବାକୁ ଆବୃତ୍ତି ସମାଯୋଜନା ନିୟନ୍ତ୍ରଣ (frequency adjustment control) ର ବ୍ୟବହାର କର । ବାୟୁ ପଥରେ ଗ୍ଲାଇଡର/ଚୁମ୍ବକ ଗତିବିଧିରେ ପରିବର୍ତ୍ତନଗୁଡ଼ିକ ନିରୀକ୍ଷଣ କର । ଏହି ଯାନ୍ତ୍ରିକ ପ୍ରଣାଳୀର ଅନୁନାଦ ଏକ ଆବୃତ୍ତିରେ ଘଟେ ଯେଉଁଠାରେ ଗ୍ଲାଇଡର/ଚୁମ୍ବକର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ରୈଖିକ ବିସ୍ଥାପନ ମିଳିଥାଏ । ଅନୁନାଦ ବିନ୍ଦୁ କୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାପାଇଁ ଆବୃତ୍ତି ଉତ୍ପାଦକକୁ ସ୍ୱରିତ କର ।
2. ପ୍ରଣାଳୀରେ କିପରି ଅନୁନାଦ ହୁଏ ସେ ବିଷୟରେ ଜ୍ଞାନ ପାଇବାପାଇଁ, ତଥ୍ୟ ରେକର୍ଡିଂ ଆରମ୍ଭ କର ଏବଂ ତାଲିକା 2 ରେ ରଖ । ପ୍ରେରକ ଆବୃତ୍ତି ଧୀରେ ଧୀରେ ବଦଳାଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆବୃତ୍ତିପାଇଁ ଗତିର ବିସ୍ତାର ଲେଖିରଖ । ପରୀକ୍ଷଣରେ ଆମେ ଅନୁମାନ କରୁ ଯେ ଉତ୍ତେଜନା ସଙ୍କେତ ଏବଂ ଚୁମ୍ବକ/ଗ୍ଲାଇଡର୍ ଆସେମ୍ବ୍ଲିର ଗତି ସନ୍ତୁଳନ ବିନ୍ଦୁ ଚାରିପଟେ ସମମିତ ଅଟେ ।

   ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆବୃତ୍ତିପାଇଁ, ଗ୍ଲାଇଡର୍ ଦୂରତା ପ୍ରାପ୍ତ କର, ଯାହା ବିସ୍ତାରକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ । ତାଲିକା 2 ରେ ତଥ୍ୟ ଲେଖିରଖ । ଏକ ଉତ୍ତମ ଅନୁନାଦିତ ଆବୃତ୍ତି ପାଇବାପାଇଁ, ଆବୃତ୍ତିରେ ପ୍ରାୟ 10 ଟି ତଥ୍ୟ ସେଟ୍ କୁ ଅନୁନାଦିତ ଆବୃତ୍ତି ଠାରୁ ସାମାନ୍ୟ ଅଧିକ ନିଅ ଏବଂ ସେହିଭଳି ଆବୃତ୍ତିରେ 10 ଟି ସେଟ୍ ଅନୁନାଦିତ ଆବୃତ୍ତିଠାରୁ ସାମାନ୍ୟ କମ୍ ।
3. ପ୍ରେରକ ଆବୃତ୍ତିର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍କାନିଂ ସହିତ ଅନୁମାନ କରାଯାଇଥିବା ମୂଲ୍ୟଠାରୁ ଉପରେ ଏବଂ ନିମ୍ନରେ ଥିବା ସର୍ବାଧିକ ଆବୃତ୍ତି ନେବା ଭଲ ।
4. ଗ୍ଲାଇଡରର ଦୋଳନର ଆବୃତ୍ତି ଅତି ଦ୍ରୁତ ହୋଇଥିବାରୁ ଆଖିରେ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ବିସ୍ଥାପନକୁ ଭଲ ଉପାୟରେ ପଢିବା ହେଉଛି "ଇଣ୍ଡେକ୍ସ କାର୍ଡ ପଦ୍ଧତି" । ଏଥିପାଇଁ ଆପଣଙ୍କୁ ଗ୍ଲାଇଡର ନିକଟରେ ଥିବା ବାୟୁ ପଥ ସହିତ ଏକ ଇଣ୍ଡେକ୍ସ କାର୍ଡ ଖସେଇ ନେବାକୁ ହେବ । କାର୍ଡର ସ୍ଥିତି ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ଯେଉଁଠାରେ ଗ୍ଲାଇଡର୍ ଏହାକୁ ଧକ୍କା ଦେବାକୁ ଯାଉଛି । ତା'ପରେ ଗତିର

ବିସ୍ତାର ହେଉଛି ସମ୍ପୃକ୍ତ ସ୍ଥିତି ପ୍ରତି ଏବଂ ସନ୍ତୁଳନ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ । ଆପଣଙ୍କୁ ଗ୍ଲାଇଡର୍ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ ଚୁମ୍ବକକୁ ଧ୍ୟାନ ଦେବାକୁ ପଡିବ ଯାହା ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗଣନାପାଇଁ ଜରୁରୀ:

ତାଲିକା 2: ଆବୃତ୍ତି ବନାମ ବିସ୍ତାରପାଇଁ ତଥ୍ୟ

ଗ୍ଲାଇଡର୍ ଏବଂ ଚୁମ୍ବକର ବସ୍ତୁତ୍ୱ: ....

ସନ୍ତୁଳନ ସ୍ଥିତି (ସମାନ ଯେପରି ତାଲିକା 1): ....

ଆବୃତ୍ତି	କାର୍ଡ ସ୍ଥିତି	ବିସ୍ତାର

ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ

ଆବୃତ୍ତିର ଏକ ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟ ଭାବରେ ମାପ ହୋଇଥିବା ବିସ୍ତାର (Y-ଅକ୍ଷ) କୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଗ୍ରାଫରେ ଅଙ୍କନ କର. ।

ମୌଖିକ ପ୍ରଶ୍ନ

1. ଅନୁନାଦିତ ଆବୃତ୍ତିକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିପାରୁ ଥିବା ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ? ଯଦି ଦିଆଯାଇଥିବା ଗ୍ଲାଇଡର୍ ଭାରୀ ହୁଏ ତେବେ ଏହା ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କି? ଯଦି ଗ୍ଲାଇଡର୍ ଏବଂ ବାୟୁ ପଥ ମଧ୍ୟରେ ଅଧିକ ଘର୍ଷଣ ହୁଏ ତେବେ ଏହା ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କି? ଯଦି k ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ନରହେ ଏହା ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କି?
2. ଅଙ୍କନ ହୋଇଥିବା ବକ୍ରର ଆକୃତିକୁ କେଉଁ ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିପାରେ? ଏହା ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ କି? ଯଦି କମାନୀର ସ୍ଥାୟୀରାଶି ସମାନ ନହୁଏ ତେବେ ଏହା ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କି?
3. ସେତୁର ଦୋଳନରେ ଅନୁନାଦ ର କ୍ଷତି କାରକ ଭୂମିକା ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।
4. ସର୍ବାଧିକ ବିସ୍ତାର ପାଇବାପାଇଁ କୌଣସି ଆବୃତ୍ତି ଅଛି କି?
5. ଦିଆଯାଇଥିବା kପାଇଁ ଆପଣ ପରୀକ୍ଷଣର ପ୍ରଥମ ଭାଗ ମାପିଲେ, ଅନୁନାଦିତ ଆବୃତ୍ତିର ଆଶାକରାଯାଉଥିବା ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର ।
6. ଅନୁନାଦିତ ଆବୃତ୍ତିର ଗଣନା କରାଯାଇଥିବା ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ମାପମୂଲ୍ୟର ତୁଳନା କର । ଦୁଇଟି ପରିମାପ ମଧ୍ୟରେ

ପ୍ରତିଶତର ପାର୍ଥକ୍ୟ କ'ଣ?

7. ଅନୁନାଦ କ'ଣ?

8. ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ ଏବଂ ଅନୁନାଦ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ କ'ଣ?

2. ସାଧାରଣ ରୀତି ଗୁଡ଼ିକ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବାକୁ ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଯୁଗ୍ମ ଦୋଳନ

ଲକ୍ଷ୍ୟ

ଦୁଇଟି ଯୁଗ୍ମ ଦୋଳକ (compound pendulums)ପାଇଁ ଦୋଳନର ସାଧାରଣ ରୀତି (normal mode) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଏବଂ ସାଧାରଣ ରୀତିର ଆବୃତ୍ତି ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବା

ଉପକରଣ

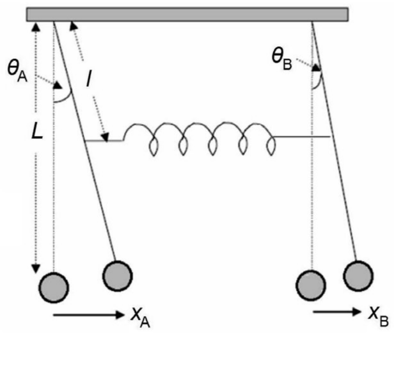
ଦୁଇଟି ଯୁଗ୍ମ ଦୋଳକ, ଆଧାରରେ ତନ୍ତୁ ବଲ୍ବ (filament bulb with stand), ଆଧାରରେ ପରଦା (Screen with stand), ଯୁଗ୍ମ କମାନୀ (couple spring), ଅଭିସାରୀ ଜବକାଚ (convergent lens), ବିରାମ ଘଡ଼ି (stop watch)

ତତ୍ତ୍ୱ

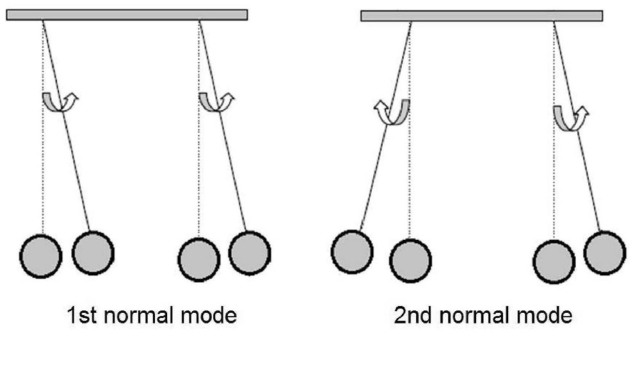
ଦୁଇଟି ସମାନ ଯୁଗ୍ମ ଦୋଳକ ଏକ କମାନୀ ଦ୍ୱାରା ଯୋଡ଼ା ଯାଇଛି । ସେମାନଙ୍କର ଆବୃତ୍ତି ପାଇବାପାଇଁ ସାଧାରଣ ଦୋଳନ ରୀତି କୁ ଉତ୍ତେଜିତ କରାଯାଏ । ଯେକୌଣସି ଯୁଗ୍ମ ଦୋଳକରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୋଳକର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତି ଥାଇପାରେ । ଏକ ସାଧାରଣ ରୀତି n ଏକ ହେବ ଯେଉଁଠାରେ ସମସ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୋଳକ ସମାନ ଆବୃତ୍ତି ସହିତ ଦୋହଲିବେ, ଯାହା ସାଧାରଣ ରୀତି ଆବୃତ୍ତି ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଗତି ମଧ୍ୟରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି ।

ଯଦି କୌଣସି ପ୍ରଣାଳୀର n ଯୁଗ୍ମ ଦୋଳକପାଇଁ, n ଡିଗ୍ରୀ (degrees of freedom) ଅଛି, ତେବେ ପ୍ରଣାଳୀର n ସାଧାରଣ ରୀତି ଅଛି । ପ୍ରଣାଳୀ ବିଶୃଙ୍ଖଳାକୁ ସାଧାରଣ ରୀତି କମ୍ପନର ଏକ ଅଧ୍ୟାରୋପଣ (superposition) ଭାବରେ ନିଆଯାଏ । ଯେତେବେଳେ ଗୋଟିଏ ଦୋଳକ ଉତ୍ତେଜିତ ହୁଏ, ଶକ୍ତି ଶେଷରେ ସମସ୍ତ ଭିନ୍ନ ରୀତିକୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ହୁଏ ।

ପରୀକ୍ଷଣରେ ଆମକୁ ଦୁଇଟି ଯୁଗ୍ମ ଦୋଳକର କିଛି ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ବିବେଚନା କରାଯାଉଥିବା ପ୍ରଣାଳୀରେ A ଓ B ଦୁଇଟି ସମାନ କଠୋର ଦୋଳକ ଅଛି, A ଓ B ଏକ ରୈଖିକ କମାନୀ ଦ୍ୱାରା ଦୋଳକର ଦୋଳନକୁ ଯୋଡ଼ା ଯାଇଛି । ଚିତ୍ର (i)ରେ ଏକ ପରିକଳ୍ପିତ (Schematic) ଚିତ୍ର ଉପସ୍ଥାପିତ ହୋଇଛି ।



ଚିତ୍ର (i)

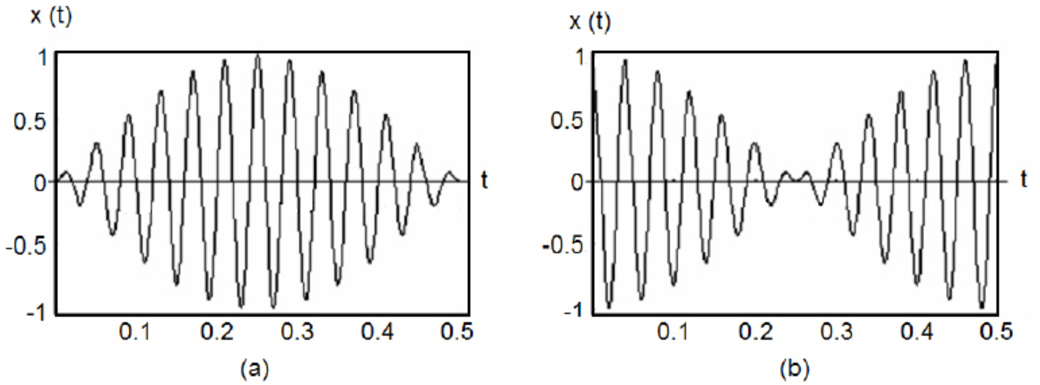


ଚିତ୍ର (ii)

ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ, ଚିତ୍ର (ii), ପ୍ରଥମ ସାଧାରଣ ରୀତି ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ସାଧାରଣ ରୀତି ର ସ୍ଥିତି କୁ ଦର୍ଶାଏ । ଦୋଳକର A ଏବଂ ଦୋଳକ B ର ଗତି ଯୋଡ଼ି ହୋଇଥିବା ଅବକଳ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱାରା ମଡେଲ୍ କରାଯାଇପାରିବ । ଧରନ୍ତୁ θ_A ଏବଂ θ_B A ଏବଂ B ଦୋଳକର କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ ଯେତେବେଳେ I ଜଡ଼ତାର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ।

ପଦ୍ଧତି

1. ଦୋଳକ ଗୁଡ଼ିକୁ ବିଯୁଗ୍ମିତ କର । ଉଭୟ ଦୋଳକର ଛୋଟ ଦୋଳନକୁ ଅଲଗା ଅଲଗା ଭାବରେ ସେଟ୍ କର । ହାରାହାରି ସମୟ ଅବଧି ଏବଂ ମୁକ୍ତ ଦୋଳନର ପ୍ରାକୃତିକ ଆବୃତ୍ତି ($\omega 0$) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାପାଇଁ 20 ଟି ଦୋଳନପାଇଁ ସମୟ ରେକର୍ଡ କର ।
2. କମାନୀକୁ ପାସବଦ୍ଧ (hook) କରି, ଦୋଳକ ଗୁଡ଼ିକୁ ଭୂଲମ୍ବ ରଡ୍ ରେ କୌଣସି ଏକ ସ୍ଥିତିରେ ଯୁଗ୍ମିତ କର । ନିଶ୍ଚିତ ହୁଅ ଯେ କମାନୀ ଭୂସମାନ୍ତର ଏବଂ ବିସ୍ତାରିତ କିମ୍ବା ଝୁଲୁଥିବା ଅବସ୍ଥାରେ ନାହିଁ ।
3. ବଲ୍ବ ଜଳାଅ ଏବଂ ପରଦାର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ସ୍ଥିତିରେ ବିନ୍ଦୁ ଖୋଜ ।
4. ଉଭୟ ଦୋଳକ ବିସ୍ଥାପିତ କରି, ପ୍ରଥମ ସାଧାରଣ ରୀତି କୁ ସମାନ ଦିଗରେ ସମାନ ପରିମାଣରେ ଉତ୍ତେଜିତ କର ଏବଂ ତା'ପରେ ଉଭୟ ଦୋଳକ ବିଶ୍ରାମରୁ ମୁକ୍ତ କର । ପରଦାରେ ଥିବା ସ୍ଥାନ ଭୂସମାନ୍ତର ଦିଗରେ ଦୋହଲିବ ।
5. ସମୟ ଅବଧି ପାଇବାପାଇଁ 20 ଟି ଦୋଳନପାଇଁ ସମୟ ରେକର୍ଡ କର T_1 ଏବଂ ଆବୃତ୍ତି ω_1 ପ୍ରଥମ ସାଧାରଣ ରୀତି ର ।
6. କମାନୀକୁ ସମାନ ସ୍ଥିତିରେ ରଖିବା ଉଭୟ ଦୋଳକକୁ ବିପରୀତ ଦିଗରେ ସମାନ ପରିମାଣରେ ବିସ୍ଥାପିତ କରିବା ଏବଂ ତା'ପରେ ସେମାନଙ୍କୁ ବାକି ଅବସ୍ଥାରୁ ମୁକ୍ତ କରିବାର ଦ୍ୱିତୀୟ ସାଧାରଣ ମାଧ୍ୟମକୁ ଉତ୍ତେଜିତ କରେ ।
7. ପରଦାରେ ଥିବା ସ୍ଥାନ ବର୍ତ୍ତମାନ ଭୂଲମ୍ବ ଦିଗରେ ଦୋହଲିଥାଏ । 20 ଟି ଦୋଳନପାଇଁ ସମୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତାପରେ ସମୟ ଅବଧି T_2 ଏବଂ ଆବୃତ୍ତି ω_2 ଗଣନା କର ।
8. ଦୋଳକ ର ଭୂଲମ୍ବ ରଡ୍ ରେ ଆଉ 3ଟି ସ୍ଥାନରେ ହୁକ୍ ହୋଇଥିବା କମାନୀପାଇଁ ମାପକୁ ପୁନରାବୃତ୍ତି କର ।
9. କମାନୀର କିଛି ସ୍ଥିତିପାଇଁ, ଗୋଟିଏ ଦୋଳକ କୁ ଅଳ୍ପ ପରିମାଣରେ ବିସ୍ଥାପିତ କର, ଅନ୍ୟ ଦୋଳକକୁ ଏହାର ସନ୍ତୁଳନରେ ବଜାୟ ରଖ ଏବଂ ଏହାକୁ ବିଶ୍ରାମରୁ ମୁକ୍ତ କର । ଦୋଳକଗୁଡିକର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଗତି ରେକର୍ଡ କର ଏବଂ ତା'ପରେ ଗୁଣାତ୍ମକ ଭାବରେ ଗ୍ରାଫ୍ [ଚିତ୍ର (iii)] ସହିତ ଗତିକୁ ସହବନ୍ଧିତ କର । ଚିତ୍ର (iii) (a) ଦର୍ଶାଏ $x(t) = \sin(2\pi t)\sin(50\pi t)$ ବନାମ t ଏବଂ ଚିତ୍ର (iii) (b) ଦର୍ଶାଏ $x(t) = \cos(2\pi t)\cos(50\pi t)$ ବନାମ t ର ପ୍ଲଟ୍ । (iii (b) $x(t) = \cos(2\pi t)\cos(50\pi t)$ ବନାମ tର ଚିତ୍ରଣ କରେ ।



ଚିତ୍ର (iii)

10. ଦୋଳକ A ର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଦୋଳନପାଇଁ ସମୟ ଅବଧି T ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର ଏବଂ δT ଅବଧି ମଧ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର । T ଏବଂ δT ଗୁଡିକରୁ ସାଧାରଣ ରୀତିର ସମୟ ଅବଧି T_1 ଏବଂ T_2 ଅନୁମାନ କର ଏବଂ ପୂର୍ବ ଫଳାଫଳ ଗୁଡିକ ସହ ତୁଳନା କର ।

ମୌଖିକ ପ୍ରଶ୍ନ

1. ଗତିର ଦୁଇଟି ରୀତିକୁ ବିଚାରକରି ଯୁଗ୍ମ ଦୋଳକପାଇଁ ସାଧାରଣ ରୀତି ଆବୃତ୍ତିଗୁଡିକ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।
2. ପ୍ରଥମ ସାଧାରଣ ରୀତି ର ଆବୃତ୍ତି କାହିଁକି କମାନୀ ସ୍ଥିତିରୁ ସ୍ୱାଧୀନ ତାହା ଆଲୋଚନା କର ।
3. ଏକ ପ୍ରଣାଳୀର ସାଧାରଣ ରୀତି ଦୋଳନ ଦ୍ୱାରା ଆପଣ କ'ଣ ବୁଝନ୍ତି?
4. ସିଷ୍ଟମରେ କେତୋଟି ସାଧାରଣ ରୀତି ସଂଖ୍ୟା ରହିପାରିବ?
5. ଗତି ଉପରେ ଅବମନ୍ଦନର ପ୍ରଭାବ କ'ଣ?
6. ଚିତ୍ର (iii) ଗୁଣାତ୍ମକ ଭାବରେ ଅବମନ୍ଦନ ଉପସ୍ଥିତ ଥିବା ଅବସ୍ଥାରେ ପୁନଃଅଙ୍କନ କର ।
7. ଯୁଗ୍ମ ଦୋଳନର ଆଉ କିଛି ଉଦାହରଣ ଉଲ୍ଲେଖ କର ।
8. ଏକ ପରୀକ୍ଷଣ କରିବା ସମୟରେ ଅନିୟମିତ ତ୍ରୁଟିର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଉତ୍ସ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କର ।
9. ଗୋଟିଏ ଦୋଳକ ବିସ୍ଥାପିତ ହେଲେ ପରଦାରେ ସ୍ଥାନର ଗତିବିଧିର ବ୍ୟାଖ୍ୟା ଦିଅ।

ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ

ଯାନ୍ତ୍ରିକୀରେ 'ସରଳ ସଂନାଦୀ' ଗତି ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଗତି ଅଟେ ଏବଂ ଏହା ଏକ ଦୋଳନରେ ରୂପାନ୍ତର ହୁଏ ଯାହା ଘର୍ଷଣ କିମ୍ବା ଶକ୍ତିର ଅନ୍ୟ କୌଣସି କ୍ଷୟ ବିନା ଅନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କାଳ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଜାରି ରହିଥାଏ । କମ୍ପନ ଏକ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଘଟଣା ଯେଉଁଠାରେ ଏକ ସନ୍ତୁଳନ ବିନ୍ଦୁ ଚାରିପାଖରେ ଦୋଳନ ହୁଏ ।

କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ

ଦୋଳନ ମୂଳତଃ ସନ୍ତୁଳନ ସ୍ଥିତି ନାମକ ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବିନ୍ଦୁ ଚାରିପାଖରେ ସମୟ ସହିତ ପରିବର୍ତ୍ତନର ପୁନରାବୃତ୍ତି । କମ୍ପନ, ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଦୋଳନ ବର୍ଣ୍ଣନାପାଇଁ ଠିକ୍ ଭାବରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ଦୋଳନର ଜଣାଶୁଣା ଉଦାହରଣ ହେଉଛି ଦୋଳକର ଦୋଳନ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟାବର୍ତ୍ତୀ ବିଦ୍ୟୁତ ସ୍ରୋତ (alternating current) । ଯାନ୍ତ୍ରିକ ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟତୀତ ଗତିଶୀଳ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଏବଂ ବିଜ୍ଞାନର ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ଦୋଳନ ହୁଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ମାନବ ହୃଦୟର ସ୍ପନ୍ଦନ, ଗିଟାର ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ତାର ଉପକରଣରେ ତାରର କମ୍ପନ, ମସ୍ତିଷ୍କରେ ସ୍ନାୟୁ କୋଷଗୁଡ଼ିକର ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମ ଗତି, ଅର୍ଥନୀତିରେ ବ୍ୟବସାୟ ଚକ୍ର, ପରିବେଶରେ ଶିକାରକାରୀ-ଶିକାର ଜନସଂଖ୍ୟା ଚକ୍ର, ଭୂବିଜ୍ଞାନରେ ଜିଓଥର୍ମାଲ୍ ଗିଜର (geothermal geysers) , ଏବଂ ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନରେ Cepheid ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ତାରକାମାନଙ୍କର ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଫୁଲା ଇତ୍ୟାଦି ।

ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟ

ବାସ୍ତବ ଦୁନିଆର ଦୋଳନ ପ୍ରଣାଳୀ ଥର୍ମୋଡାଇନାମିକ୍ ଭାବରେ ଅପରିବର୍ତ୍ତନୀୟ, ଅର୍ଥାତ୍, ଘର୍ଷଣ କିମ୍ବା ବୈଦ୍ୟୁତିକ ପ୍ରତିରୋଧ ପରି ବିଚ୍ଛିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଛି । ଏଗୁଡ଼ିକ କ୍ରମାଗତ ଭାବରେ ଦୋଳନରେ ଗଚ୍ଛିତ କିଛି ଶକ୍ତିକୁ ପରିବେଶରେ ଉତ୍ତାପରେ ପରିଣତ କରେ ଯାହାକୁ ଅବମନ୍ଦିତ କୁହାଯାଏ । ତେଣୁ ଦୋଳନ ସମୟ ସହିତ କ୍ଷୟ ହୁଏ । ଏକ ଦୋହଲିବା ପ୍ରଣାଳୀ କିଛି ବାହ୍ୟ ବଳର ଅଧୀନରେ ହୋଇପାରେ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଏକ ଏସି ସର୍କିଟ୍ ଏକ ବାହ୍ୟ ଶକ୍ତି ଉତ୍ସ ସହିତ ସଂଯୁକ୍ତ ହୁଏ ଯେତେବେଳେ ଦୋଳନ ଚାଳିତ ହେଲାବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ସାଦୃଶ୍ୟ

କେତେକ ପ୍ରଣାଳୀ ପରିବେଶରୁ ଶକ୍ତି ସ୍ଥାନାନ୍ତର ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ସାହିତ ହୋଇପାରେ । ସାଧାରଣତଃ ଯେଉଁଠାରେ ପ୍ରଣାଳୀ ତରଳ ପ୍ରବାହରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ବାୟୁ ଗତି ବିଜ୍ଞାନ (aerodynamics)ରେ ଫ୍ଲଟର ର ଘଟଣା । ଯେତେବେଳେ ବିମାନ ଡେଣା (wing)

ର କୌଣସି ଏକ ଛୋଟ ବିସ୍ଥାପନ, ବାୟୁ ପ୍ରବାହଉପରେ ଡେଣା ର ଆକ୍ରମଣର କୋଣରେ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଥାଏ ଏବଂ ଲିଫ୍ଟ ଗୁଣାଙ୍କ (lift coefficient)ର ଫଳାଫଳ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଥାଏ, ସେତେବେଳେ ଏକ ବୃହତ ବିସ୍ଥାପନ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥାଏ।

ଅଧିକ ବୃହତ ବିସ୍ଥାପନରେ, ପୁନରୁଦ୍ଧାର ବଳ ପ୍ରଦାନପାଇଁ ୱିଙ୍ଗର କଠୋରତା ପ୍ରାଧାନ୍ୟ ବିସ୍ତାର କରେ ଯାହା ଦୋଳନରେ ସକ୍ଷମ କରେ।

ଇତିହାସ

ଶବ୍ଦ ବିଜ୍ଞାନର ଉତ୍ପତ୍ତିପାଇଁ ସାଧାରଣତଃ ଗ୍ରୀକ୍ ଦାର୍ଶନିକ ପାଇଥାଗୋରାସ୍ (ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ ଷଷ୍ଠ ଶତାବ୍ଦୀ)ଙ୍କ ଅବଦାନ ଯଥେଷ୍ଟ । କମ୍ପନ-ଯୁକ୍ତ ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗ ଉପରେ ତାଙ୍କର ପରୀକ୍ଷଣ ଆନନ୍ଦଦାୟକ ସ୍ୱର ଲହର ସୃଷ୍ଟି କରିଥିଲା । ଷଷ୍ଠ ଶତାବ୍ଦୀରେ, ରୋମାନ ଦାର୍ଶନିକ ବୋଥିୟସ୍ ସଂଗୀତ ସହିତ ବିଜ୍ଞାନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କିଛି ଧାରଣାର ଦସ୍ତାବିଜ (document) କରିଥିଲେ। ସେ ପରାମର୍ଶ ଦେଇଛନ୍ତି ଯେ ପିଚ୍ ବିଷୟରେ ମାନବର ଧାରଣା ଆବୃତ୍ତିର ଭୌତିକ ଗୁଣଧର୍ମ ସହିତ ଜଡିତ।

ସମୟଧାରା

2600: BC ଏକ ପ୍ରଦର୍ଶନୀରେ ବ୍ରିଟିଶ ସଂଗ୍ରହାଳୟ ଏକ ସୁନା ସଜ୍ଜିତ, ଷଣ୍ଢ ମୁଣ୍ଡ ସହିତ ଏକ 11-ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗ୍ ହାର୍ପ୍ ପ୍ର ସାଉଣ୍ଡିଂ ବକ୍ସ ଦର୍ଶନ କଲ।

3000: BC ଇଜିପ୍ଟର ସମାଧିର କାନ୍ଥରେ ବୀଣା ପରି ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗ୍ ଉପକରଣ ଚିତ୍ରିତ ହୋଇଥିଲା। ଆମର ବର୍ତ୍ତମାନର ସଂଗୀତ ମୁଖ୍ୟତଃ ପ୍ରାଚୀନ ଗ୍ରୀକ୍ ସଭ୍ୟତା ଉପରେ ଆଧାରିତ।

4000: BC ସଂଗୀତ ଅତ୍ୟଧିକ ବିକଶିତ ହୋଇଯାଇଥିଲା ଏବଂ ଚାଇନା, ହିନ୍ଦୁ, ଜାପାନୀ ଏବଂ ଇଜିପ୍ଟୀୟ ଦ୍ୱାରା ବହୁତ ପ୍ରଶଂସିତ ହୋଇଥିଲା। ସଂଗୀତ କଳା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସେମାନେ କିଛି ନିୟମ ପାଳନ କରିଥିଲେ।

1609: BC ଗାଲିଲିଓ ଆକାଶକୁ ଟେଲିସ୍କୋପ୍‌ରେ ଦେଖାଇଲେ। ଏକ ସରଳ ଦୋଳକର ଦୋଳନ ଉପରେ ତାଙ୍କର କାର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗର କମ୍ପନ, କମ୍ପନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ମୌଳିକ ରୂପରେ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ।

1714: ବ୍ରୁକ୍ ଟେଲର ଏକ ପ୍ରସାରିତ କମ୍ପନ ଷ୍ଟ୍ରିଙ୍ଗର ମୌଳିକ ଆବୃତ୍ତି ପ୍ରାପ୍ତ କରିଲେ।

1733: ଡାନିଏଲ୍ ବର୍ନୋଲି ଏକ ଝୁଲୁଥିବା ଶୃଙ୍ଖଳାର ମୌଳିକ ଆବୃତ୍ତି ଏବଂ ହାର୍ମୋନିକ୍ସ ହାସଲ କରିଲେ।

1734: ଡାନିଏଲ୍ ବର୍ନୋଲି ଏକ ଇଲାଷ୍ଟିକ୍ ବାର୍ ର କମ୍ପନର ସାଧାରଣ ଅବକଳ ସମୀକରଣ ର ସମାଧାନ କରିଲେ।

1739: ଲିଓନହାର୍ଡ ୟୁଲର ଏକ ପ୍ରଣୋଦିତ ସଂନାଦୀ ଦୋଳନପାଇଁ ସାଧାରଣ ଅବକଳ ସମୀକରଣ ସମାଧାନ କରିଲେ।

1759: ଲିଓନହାର୍ଡ ୟୁଲର ଏକ ଆୟତାକାର ଡ୍ରମର କମ୍ପନପାଇଁ ଆଂଶିକ ଅବକଳ ସମୀକରଣ ସମାଧାନ କରିଲେ।

1764: ଲିଓନହାର୍ଡ ୟୁଲର ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ଡ୍ରମର କମ୍ପନପାଇଁ ଆଂଶିକ ଅବକଳ ସମୀକରଣ ପରୀକ୍ଷା କରି ବେସେଲ୍ ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟ ସମାଧାନ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କରିଲେ।

ପ୍ରୟୋଗ (ବାସ୍ତବ ଜୀବନ / ଉଦ୍ୟୋଗ)

ଦୋଳନର ଗଣିତ ମୂଳତଃ ପରିମାଣର ମାତ୍ରା ସହିତ ଜଡିତ ଯାହା ଏକ କ୍ରମ କିମ୍ବା ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟ ଯାହାକି ଚରମମାନ ମଧ୍ୟରେ ଗତି କରେ। କିଛି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଧାରଣା ଅଛି, ଯେପରିକି ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମର ଦୋଳନ, ଏକ ସମୟରେ ବାସ୍ତବରେ ମୂଲ୍ୟବାନ ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟର ଦୋଳନ, ଏବଂ ଏକ ବ୍ୟବଧାନରେ ଏକ ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟର ଦୋଳନ।

ସାଧାରଣ ଧ୍ୱନିକୀ (acoustics) ଅନୁପ୍ରୟୋଗ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରେ, ଧ୍ୱନିକୀ ପରିସର, ଧ୍ୱନିକୀ ଅବସ୍ଥାନ, ପ୍ରକ୍ରିୟା ନିୟନ୍ତ୍ରଣ, ସୋନାର (SONAR), ଭୂକମ୍ପ ବିଜ୍ଞାନ, ଧ୍ୱନିକୀ ନିର୍ଗମନ, କମ୍ପନ ବିଶ୍ଳେଷଣ, ଇଞ୍ଜିନ୍ ପରୀକ୍ଷଣ, ସମୁଦ୍ର ଧ୍ୱନିକୀ ଟୋମୋଗ୍ରାଫି ଏବଂ ଜୈବ- ଧ୍ୱନିକୀ।

ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଧ୍ୟୟନ (ପରିବେଶ / ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱ / ସାମାଜିକ / ନୈତିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ)

ପରିବେଶ ଧ୍ୱନି (Environmental acoustics) ରେଳବାଇ, ସଡ଼କ ଟ୍ରାଫିକ୍, ବିମାନ, ଶିଳ୍ପ ଉପକରଣ ଏବଂ ମନୋରଞ୍ଜନ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ ଦ୍ୱାରା ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ଶବ୍ଦ ଏବଂ କମ୍ପନ ସହିତ ଜଡିତ। ଏହି ଅଧ୍ୟୟନଗୁଡ଼ିକର ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହେଉଛି ପରିବେଶ ଧ୍ୱନିକୀ ଏବଂ କମ୍ପନର ସ୍ତରକୁ କମ୍ କରିବା। ଗବେଷଣା କାର୍ଯ୍ୟ ସହରୀ ପରିବେଶ, ସାଉଣ୍ଡସ୍କେପ୍ ଏବଂ ଶାନ୍ତିରେ ଧ୍ୱନିର ସକରାତ୍ମକ ବ୍ୟବହାର ଉପରେ ମଧ୍ୟ ଧ୍ୟାନ ଦେଇଥାଏ।

ଧ୍ୱନିକୀ ଅନୁନାଦ, ଆଣବିକ ଚୁମ୍ବକୀୟ ଅନୁନାଦ (NMR), ବିଦ୍ୟୁତ୍-ଚୁମ୍ବକୀୟ ଅନୁନାଦ, ଇଲେକ୍ଟ୍ରନ୍ ସ୍ପିନ୍ ଅନୁନାଦ (ESR), ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଅନୁନାଦ ଏବଂ କ୍ୱାଣ୍ଟମ୍ ତରଙ୍ଗ ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର କମ୍ପନ ସହିତ ଅନୁନାଦ ଉତ୍ପାଦନ କରୁଥିବା ଦେଖାଯାଏ। ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆବୃତ୍ତିର କମ୍ପନ ସୃଷ୍ଟି କରିବାପାଇଁ ଅନୁନାଦିତ ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ କିମ୍ବା ଏହା ଅନେକ ଆବୃତ୍ତି ଥିବା ଏକ ଜଟିଳ କମ୍ପନ ପ୍ରଣାଳୀରୁ କିଛି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆବୃତ୍ତି ବାଛିପାରେ। ଶବ୍ଦ ଅନୁନାଦ ଧ୍ୱନିକୀ କ୍ଷେତ୍ରରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିଲା।

ବ୍ରିଟେନର ବର୍ମିଂହାମରେ ଏନଏମଆର ମ୍ୟାଗ୍ନେଟ୍, ଶକ୍ତିଶାଳୀ -21.2ଟେସ୍ଲା କ୍ଷେତ୍ର ସହିତ, ପ୍ରୋଟନ୍ ଅନୁନାଦ 900 ମେଗାହର୍ଜରେ ଅଛି।

ବେତାର ଯାନ୍ତ୍ରିକ (radio engineering) ଏବଂ ଇଲେକ୍ଟ୍ରୋନିକ୍ସ ଯାନ୍ତ୍ରିକ (electronics engineering)ରେ, ଆନୁମାନିକ ସିମେଟ୍ରିକ୍ ପ୍ରତିକ୍ରିୟାକୁ ଲୋକପ୍ରିୟ ଭାବରେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି, ସର୍ବଭାରତୀୟ ଅନୁନାଦ କର୍ଭ, ଏହା 1932 ରେ ଫ୍ରେଡରିକ୍ ଇ ଟର୍ମାନ ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିବା ଏକ ପରିସର ଯାହା ଅନେକ କେନ୍ଦ୍ର ଆବୃତ୍ତି ସହିତ ରେଡିଓ ସର୍କିଟର ଆନୁମାନିକ ବିଶ୍ଳେଷଣ ଏବଂ Q ମୂଲ୍ୟବୋଧକୁ ସରଳ କରିବାପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହୋଇଛି ।

ଅନୁସନ୍ଧିତ୍ସା ଏବଂ କୌତୁହଳ ବିଷୟ

ଶବ୍ଦ ଏବଂ ଜୀବନର ଗୁଣବତ୍ତା ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ। ବିଶେଷ କରି ରେଳ ଏବଂ ବିମାନବନ୍ଦର ନିକଟରେ ରହୁଥିବା ଲୋକଙ୍କପାଇଁ ପରିବେଶର ଶବ୍ଦ ବୃଦ୍ଧି ବିବାଦ ସୃଷ୍ଟି କରିଛି। ଯେଉଁମାନେ ଅଧିକ ଶବ୍ଦ ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସନ୍ତି ସେମାନଙ୍କପାଇଁ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ଏକାଗ୍ରତା ଏବଂ ଗୁଣାତ୍ମକ ନିଦ୍ରା ପାଇବା ଅତ୍ୟନ୍ତ କଷ୍ଟକର। ଯେତେବେଳେ ବସ୍ତୁ ବିଶ୍ରାମ ରେ ଥାଏ, ପରିବେଶରେ କ୍ରମାଗତ ଭାବରେ ଶବ୍ଦ ଉତ୍ତେଜକ ଉପସ୍ଥିତ ରହୁଛି। ବସ୍ତୁ ଏହି ଶବ୍ଦ ସହିତ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା କରେ ଯାହା ନିଦ୍ରାକୁ ନକାରାତ୍ମକ ଭାବରେ ପ୍ରଭାବିତ କରିପାରେ। ପରିବେଶ ଶବ୍ଦର ଅଧିକ ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସିବା ହୃଦ୍ ରୋଗର ଏକ ପ୍ରମୁଖ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିପାରେ। ଶବ୍ଦ ରକ୍ତଚାପ ବଢାଇପାରେ, ହୃଦସ୍ପନ୍ଦନ

ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିପାରେ ଏବଂ ଚାପ ହରମୋନ୍ ମୁକ୍ତ କରିପାରେ ଯାହା ଉଚ୍ଚ ରକ୍ତଚାପ, ଆର୍ଟେରିଓସ୍କ୍ଲେରୋସିସ୍ (arteriosclerosis) ଏବଂ ଷ୍ଟ୍ରୋକ୍ (stroke) କିମ୍ବା ମାୟୋକାର୍ଡିଆଲ୍ ଇନଫ୍ରାକସନ୍ (myocardial infarction) ପରି ଅଧିକ ଗମ୍ଭୀର ଘଟଣା ଭଳି ବିପଦ ସୃଷ୍ଟି କରିପାରେ ।

ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପାଠ୍ୟ (References And Suggested Readings)

1. D. Kleppner and R. Kolenkow, An Introduction to Mechanics, McGraw-Hill, 1973.
2. J. L. Synge and B. A. Griffiths, Principles of Mechanics, McGraw-Hill Inc. US, 1959.
3. J. P. D. Hartog, Mechanics, Dover Publications Inc., 1948.
4. J. L. Meriam and L. G. Kraige, Engineering Mechanics - Dynamics, 7th Edition, John Wiley and Sons., 2016
5. J. Walker, Principles of Physics, 9th Edition, Hoboken, New Jersey: Wiley, 2011.
6. B. Tongue, Principles of Vibration, Oxford University Press, 2001.
7. D. J. Inman, Engineering Vibration, Prentice Hall, 2001.
8. D. D. Reynolds, Engineering Principles of Mechanical Vibration, 4th Edition, Bloomington, Indiana, USA, 2016.
9. W. T. Thompson, Theory of Vibrations with Applications, Nelson Thornes Ltd, 1996.
10. J. P. D. Hartog, Mechanical Vibrations, Dover Publications, 1985. 11. P. A. Tipler, Physics for Scientists and Engineers: Vol. 1, 4th Edition, 1998.
11. C. R. Wylie, Advanced Engineering Mathematics, 4th Edition, McGraw-Hill, 1975.
12. http://www.nptelvideos.com/video.php?id=1504&c=16
13. https://nptel.ac.in/courses/115/106/115106119/
14. https://www2.tntech.edu/leap/murdock/books/v2chap4.pdf
15. https://www.lehman.edu/faculty/anchordoqui/chapter23.pdf

5 ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି

ୟୁନିଟ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ

ଏହି ୟୁନିଟରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ବିଷୟଗୁଡିକ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି:

- ଏକ ସମତଳରେ ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ସଂଜ୍ଞା ଏବଂ ଗତି;
- ଏକ ସମତଳରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ;
- ଏକ ସମତଳରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଏବଂ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ କରୁଥିବା ଏକ ସମନ୍ୱୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଶୁଦ୍ଧଗତିବିଜ୍ଞାନ;
- ସମତଳୀୟ ଗତିରେ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କୋଣୀୟ ଗତି;
- ୟୁଲରଙ୍କ ଗତିନିୟମ, ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ନିୟମରୁ ସେମାନଙ୍କର ସ୍ୱାତନ୍ତ୍ର୍ୟ ଏବଂ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାରେ ସେମାନଙ୍କର ଆବଶ୍ୟକତା;
- ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିର ଉଦାହରଣ ।

ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାରିକ ପ୍ରୟୋଗଗୁଡିକ ଅଧିକ କୌତୁହଳ ଏବଂ ସୃଜନଶୀଳତା ସୃଷ୍ଟି କରିବା ସହିତ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଦକ୍ଷତା ଉନ୍ନତି ଆଣିବାପାଇଁ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ବ୍ଲୁମ୍ ବର୍ଗୀକରଣର (Bloom's taxonomy) ନିମ୍ନ ଏବଂ ଉଚ୍ଚ କ୍ରମ ପରେ ଦୁଇଟି ବର୍ଗରେ ଚିହ୍ନିତ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତର ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ ଦେବା ବ୍ୟତୀତ, ଅନେକ ସଂଖ୍ୟାଗତ ସମସ୍ୟା ମାଧ୍ୟମରେ ରଚନାତ୍ମକ (assignment), ୟୁନିଟରେ ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପଠନର ଏକ ତାଲିକା ଦିଆଯାଇଛି । ଜଣେ ଅଭ୍ୟାସପାଇଁ ସେଗୁଡିକୁ ଉପଯୋଗ କରିପାରିବ । ଏହା ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଯେ ଆଗ୍ରହଥିବା ବିଭିନ୍ନ ବିଷୟ ଉପରେ ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇବାପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ବିଭାଗରେ କିଛି QR ସଂକେତ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି ଯାହା ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ସହାୟକ ଜ୍ଞାନପାଇଁ ସ୍କାନ୍ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଶେଷରେ ବିଷୟବସ୍ତୁକୁ ଆଧାର କରି ଏକ "ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ" ବିଭାଗ ଅଛି । ଏହି ବିଭାଗକୁ ଯତ୍ନର ସହ ଡିଜାଇନ୍ କରାଯାଇଛି ଯାହାଦ୍ୱାରା ଏଥିରେ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଥିବା ଅନୁରୂପ (supplementary) ସୂଚନା ପୁସ୍ତକର ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କପାଇଁ ଲାଭଦାୟକ ହେବ । ଏହି ବିଭାଗ ମୁଖ୍ୟତଃ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ, କିଛି ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟର ଉଦାହରଣ, ଅନୁରୂପ ବିଷୟ ବିକାଶର ଇତିହାସ, ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଏବଂ ସନ୍ଧାନକୁ ଧ୍ୟାନ ଦେଇ ଆଜି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମ୍ପୃକ୍ତ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ବିକାଶ, ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ବାସ୍ତବ ଜୀବନପାଇଁ ବିଷୟବସ୍ତୁର ପ୍ରୟୋଗ, ପରିବେଶ, ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱ, ସାମାଜିକ ଏବଂ ନୈତିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ ସହିତ ଜଡିତ ଶିଳ୍ପ ପ୍ରୟୋଗର ଅଧ୍ୟୟନ ଏବଂ ଶେଷରେ ୟୁନିଟ୍‌ର ଅନୁସନ୍ଧିତ୍ସା ଓ କୌତୁହଳ ବିଷୟକୁ ଆଲୋକିତ କରିଛି।

ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଆଧାର

ଏହି ୟୁନିଟ୍, କଠିନ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିର କିଛି ମୌଳିକ ଶବ୍ଦ ବିଷୟରେ ଏକ ସ୍ୱଚ୍ଛ ଧାରଣା ପାଇବାରେ ଆମର ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ । ଏକ ସମତଳରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଏବଂ ସ୍ଥାନାନ୍ତରୀୟ ଗତି କରୁଥିବା କଠିନ ବସ୍ତୁର ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କୋଣୀୟ ଗତି ସମସ୍ତ ବ୍ୟବହାରିକ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟପାଇଁ ବିଶେଷ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେଇଥାଏ । ୟୁଲରଙ୍କ ଗତି ନିୟମ, ନ୍ୟୁଟନ୍‌ଙ୍କ ନିୟମରୁ ସେମାନଙ୍କର

ସ୍ୱାଧୀନତା ଏବଂ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତି ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାରେ ସେହି ନିୟମଗୁଡିକର ଆବଶ୍ୟକତା ଓ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରୟୋଗ ଉପରେ ଧ୍ୟାନ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ହେଉଛି ଏକ ବସ୍ତୁର ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ନିଜ ଚାରିପାଖରେ ଗତି। ଏକ ସ୍ଥିର କକ୍ଷପଥରେ ଏହା ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ଗତି, ଯେତେବେଳେ ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ କଣିକା ଏକ ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ସାଧାରଣ କୋଣୀୟ ବେଗ ସହିତ ବୃତ୍ତାକାରରେ ଘୂରେ । ଉଦାହରଣ ଭାବରେ ପୃଥିବୀର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱର ଘୂର୍ଣ୍ଣନକୁ ଆମେ ଉଲ୍ଲେଖ କରିପାରିବା । ବୃତ୍ତାକାର ଗତିରେ ବସ୍ତୁ କେବଳ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ଗତି କରେ, ଯେତେବେଳେ କି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିରେ ବସ୍ତୁଟି ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁର୍ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ । ମନୋରଞ୍ଜନ ପାର୍କରେ ଚକ୍ରି ଚକର ଗତି ହେଉଛି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିର ଏକ ଉଦାହରଣ ।

ପୂର୍ବ-ଆବଶ୍ୟକୀୟ

ଗଣିତ: ପ୍ରାଥମିକ ଜ୍ୟାମିତି (ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ)

ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ: ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି (ଦ୍ୱାଦଶ ଶ୍ରେଣୀ)

ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳ

ଏହି ୟୁନିଟ୍ ର ଫଳାଫଳର ତାଲିକା ଏହିପରି ଅଟେ:

U5-O1: ବିଭିନ୍ନ ରୈଖିକ ଏବଂ କୋଣୀୟ ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ଅନୁରୂପ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା।

U5-O2: ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିପାଇଁ ଶୁଦ୍ଧଗତିବିଜ୍ଞାନ ସମୀକରଣ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା।

U5-O3: ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ସମସ୍ୟାରେ ୟୁଲରଙ୍କ ସମୀକରଣର ଗୁରୁତ୍ୱ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା।

U5-O4: ଏକ ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷରେ ନିୟମିତ ଆକୃତିର ବସ୍ତୁଗୁଡିକର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା କରିବା।

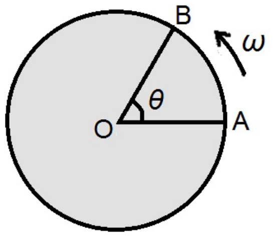
U5-O5: ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିକୁ ପ୍ରତିରୋଧ କରିବାପାଇଁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଜଡତ୍ୱର ଭୂମିକାକୁ ହୃଦୟଙ୍ଗମ କରିବା।

U5-O6: ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ସମସ୍ୟାରେ ଟର୍କ ଏବଂ କୋଣୀୟ ଗତିର ଧାରଣା ପ୍ରୟୋଗ କରିବା।

ୟୁନିଟ୍ -5 ଫଳାଫଳ	ଆଶା କରାଯାଉଥିବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସହ ଫଳାଫଳ ସଂଯୋଗ *(1- ଦୁର୍ବଳ ସହବନ୍ଧନ; 2- ମାଧ୍ୟମ ସହବନ୍ଧନ; 3- ଶକ୍ତିଶାଳୀ ସହବନ୍ଧନ)*					
	CO-1	**CO-2**	**CO-3**	**CO-4**	**CO-5**	**CO-6**
U5-O1	2	2	1	-	-	-
U5-O2	1	2	1	-	-	-
U5-O3	3	2	1	-	-	-
U5-O4	2	2	1	-	-	-
U5-O5	2	2	1	-	-	-
U5-O6	2	3	1	-	-	-

5.1 ଉପକ୍ରମ

ଯେତେବେଳେ ଏକ କଣିକା ସମତଳରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁର ଚାରିପାଖରେ ଏପରି ଭାବରେ ଗତି କରେ ଯେ ସେହି ବିନ୍ଦୁ ଓ କଣିକାର ଦୂରତା ସ୍ଥିର ରହିଥାଏ, ଏହାକୁ ବୃତ୍ତାକାର ଗତି କରେ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଏଠାରେ ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ ଗତିର କେନ୍ଦ୍ର ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ଏବଂ ଏହି ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁରୁ କଣିକାର ଦୂରତା ହେଉଛି ବୃତ୍ତାକାର ପଥର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ । ଯେତେବେଳେ ଏକ ବସ୍ତୁ ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ଗତି କିମ୍ବା ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି କରୁଛି, ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସମତଳରେ ଏକ ସ୍ଥିର ଅଭିଲମ୍ବ ଅକ୍ଷ ଥାଏ ଏବଂ ଏହାକୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅକ୍ଷ କୁହାଯାଏ ।



ଚିତ୍ର **5.1:** ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି

5.1.1 କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ (Angular Displacement)

ବୃତ୍ତାକାର ଗତି ଦେଇ ଗତି କରୁଥିବା ସମୟର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବ୍ୟବଧାନରେ, ଏକ କଣିକାର କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନକୁ ସେହି ବ୍ୟବଧାନରେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସଦିଶ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରବାହିତ କୋଣ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି । ଏହା ନିମ୍ନ ରୂପରେ ଦିଆଯାଇଛି,

$$\theta = \frac{S}{r} \tag{5.1}$$

ଯେଉଁଠାରେ S A ରୁ B (ଚିତ୍ର 5.1) କୁ ଯିବା ସମୟରେ କଣିକାର ରୈଖିକ ବିସ୍ଥାପନ ଏବଂ ଏହା ନିମ୍ନ ରୂପରେ ଦିଆଯାଏ,

$$S = r\theta \tag{5.2}$$

5.1.2 କୋଣୀୟ ବେଗ (Angular Velocity)

ଏହା ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହାରକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ । ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଏକକ ସମୟ ପ୍ରତି ବୃତ୍ତାକାର ପଥର କେନ୍ଦ୍ରରେ ବସ୍ତୁର ପଥ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପାଦିତ କୋଣୀୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ।

$$\therefore \quad \text{କୋଣୀୟ ବେଗ} \ \frac{\text{କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ}}{\text{ସମୟ}}$$

କିମ୍ବା,

$$\omega = \frac{\theta}{t} \tag{5.3}$$

5.1.3 କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ (Angular Acceleration)

ଏହା ଏକ ସ୍ଥିର ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ଗତି କରୁଥିବା ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ବେଗର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହାରକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ।

$$\therefore \quad \text{କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ} \ \frac{\text{କୋଣୀୟ ବେଗ}}{\text{ସମୟ}}$$

କିମ୍ବା,

$$\alpha = \frac{\omega}{t} \tag{5.4}$$

ଉଦାହରଣ 5.1

ଉଦାହରଣ 5.1 ଏକ ଚକର କୋଣୀୟ ବେଗ ହେଉଛି 300 rpm । (i) ସମୟ ଅବଧି, (ii) ଆବୃତ୍ତି ଏବଂ (iii) 60° କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନପାଇଁ ସମୟ ଗଣନା କର ।

ସମାଧାନ:

(i) କୋଣୀୟ ବେଗ $\omega = 2\pi n = 2\pi \times 5 = 10\pi\, rad/s$ $(n = 5\text{rps})$

(ii) ତେଣୁ, ସମୟ ଅବଧି, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0.2\text{ s}$

ଉଦାହରଣ 5.1

(ii) ଆବୃତ୍ତି, $n = \frac{1}{T} = 5Hz.$

(iii) କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ $= 60^\circ = \frac{\pi}{3}rad$

ବର୍ତ୍ତମାନ $\theta = \omega t$

$\therefore \quad t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{\pi/3}{10\pi} = \frac{1}{30}$ s , ଯାହା ଆବଶ୍ୟକ ସମୟ ।

ଉଦାହରଣ 5.2

ଉଦାହରଣ 5.2 ଏକ ଘଣ୍ଟାର ମିନିଟ୍ ହାତର ଲମ୍ବ ଦିଆଯାଇ ଅଛି 50 ସେମି । ଏହାର କୋଣୀୟ ବେଗ ଏବଂ ରୈଖିକ ବେଗ ଗଣନା କର ।

ସମାଧାନ:

ଏହାର କୋଣୀୟ ବେଗ,

$$\omega = \frac{2\pi}{3600} = \frac{\pi}{1800}\ rad/s$$

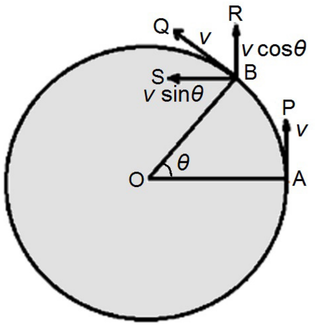
ଏବଂ ମିନିଟ୍ ହାତର ଅଗ୍ରଭାଗର ରୈଖିକ ବେଗ ହେଉଛି

$$v = r\omega = 0.5 \times \frac{\pi}{1800} = 87 \times 10^{-4} ms^{-1}$$

5.2 କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ (Centripetal Acceleration)

ଯେତେବେଳେ ଏକ କଣିକା ସମାନ କୋଣୀୟ ବେଗ ( ) ସହିତ ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ଗତି କରେ ଏବଂ ଏକସମାନ ରୈଖିକ ବେଗ (v) ହୁଏ, ତେବେ ଏହି ଗତିକୁ ସମାନ ବୃତ୍ତାକାର ଗତି ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଯେତେବେଳେ ଏକ ବସ୍ତୁ ସମାନ ରୈଖିକ ବେଗ ସହିତ ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ଗତି କରୁଛି ସେତେବେଳେ ଏହାର ଗତିର କେନ୍ଦ୍ରରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ତ୍ୱରଣ, କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ (centripetal acceleration) ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ଯେହେତୁ କଣିକାର ବେଗ ବୃତ୍ତାକାର ପଥର ସ୍ପର୍ଶକ (tangent) ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛି ଏବଂ ତ୍ୱରଣ ପଥର କେନ୍ଦ୍ର ଆଡକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ, ତେଣୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପରପାଇଁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ।

ଧରାଯାଉ m ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଥିବା ଏକ କଣିକା, ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଅଛି ଯାହାରକି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏବଂ ରୈଖିକ ବେଗ v. ଧରନ୍ତୁ, କଣିକାରେ ଏକ କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ ହେଉଛି θ ଯେତେବେଳେ ଏହା ଏହାର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସ୍ଥିତି A ରୁ ଏହାର ଅନ୍ତିମ ସ୍ଥିତି B କୁ (ଚିତ୍ର 5.2) ଯାଏ ।



ଚିତ୍ର 5.2: କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ

$\therefore$ କଣିକାର ଏକ କୋଣୀୟ ବେଗ, $\omega = \frac{\theta}{t}$

ବର୍ତ୍ତମାନ, କଣିକାର ବେଗ A ରେ ଏକ ସ୍ପର୍ଶକ AP ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛି ଏବଂ B ରେ କଣିକାର ବେଗ ସ୍ପର୍ଶକ BQ ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛି; ଏହାର ଦୁଇଟି ଉପାଦାନ ହେଉଛି, ଗୋଟିଏ ($v\cos\theta$) BR ଦିଗରେ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ($v\sin\theta$) BS ଦିଗରେ ।

ଯଦି θ କମ ତେବେ, $\sin\theta \to \theta$ ଏବଂ $\cos\theta \to 1$

ବର୍ତ୍ତମାନ, AP ସହିତ କଣିକାର ବେଗ ପ୍ରାରମ୍ଭରେ v ଏବଂ ଶେଷରେ $v\cos\theta = v \times 1 = v$.

$\therefore$ ବେଗରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ $= (v - v) = 0$

ଏହିପରି, ତ୍ୱରଣ (f) $\dfrac{\text{ବେଗ ପରିବର୍ତ୍ତନ}}{\text{ସମୟ}} = 0$

ପୁନର୍ବାର, AO ସହିତ ବସ୍ତୁର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ବେଗ 0 ଏବଂ AO ସହିତ ଅନ୍ତିମ ବେଗ ହେଉଛି $v\sin\theta = v\times\theta = v\theta$

$\therefore$ ବେଗରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ $\dfrac{v\theta - 0}{t} = \dfrac{v\theta}{t} = v\omega = r\omega\times\omega$

$$= \omega^2 r = \left(\frac{v}{r}\right)^2 \times r = \frac{v^2}{r}$$

ଏବଂ ଏହା ଗତିର କେନ୍ଦ୍ରରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛି। ଏହିପରି, ବୃତ୍ତାକାର ପଥର କେନ୍ଦ୍ର ଆଡକୁ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଇପାରିବ,

$$f_C = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} \qquad (5.5)$$

5.3 କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ (Centripetal Force)

ଏହା ହେଉଛି ସ୍ଥିର ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ବସ୍ତୁର ବୃତ୍ତାକାର ଗତି ବଜାୟ ରଖିବାପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ବଳ ଯାହା ପଥର କେନ୍ଦ୍ର ଆଡକୁ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ଏବଂ ବସ୍ତୁର ବେଗକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ କରେ।

ବୃତ୍ତାକାର ଗତି ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତକୁ ଏକ ସୀମାଭାବରେ ଦେଖିବାପାଇଁ

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ସମାନ ବୃତ୍ତାକାର ଗତିପାଇଁ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ , m ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବସ୍ତୁରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛି,

$$f_C = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

ଏହିପରି, ବସ୍ତୁରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ହେଉଛି = $mf_C = m\dfrac{v^2}{r} = m\omega^2 r$

$$\therefore \quad F_C = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r \qquad (5.6)$$

ଉଦାହରଣ:

(i) ଯେତେବେଳେ ପଥରଖଣ୍ଡ ଏକ ଦଉଡିରେ ବନ୍ଧା ଯାଏ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରାଯାଏ, ସେତେବେଳେ ପଥର ଏହା ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ହେତୁ କେନ୍ଦ୍ର ଆଡକୁ ଉତ୍ତେଜନା ର ଏକ ବଳ ଅନୁଭବ କରେ।

(ii) ସୂର୍ଯ୍ୟ ଚାରିପାଖରେ ଯେକୌଣସି ଗ୍ରହର ପରିକ୍ରମଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସୂର୍ଯ୍ୟ ଦ୍ୱାରା ଗ୍ରହରେ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଶକ୍ତି, ଆବଶ୍ୟକ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ଦେଇଥାଏ।

ଉଦାହରଣ 5.3

ଉଦାହରଣ 5.3 60 rpm ର କୋଣୀୟ ବେଗ ସହିତ, 50 ସେମି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥରେ 100 ଗ୍ରାମର ଏକ ବସ୍ତୁର ସମାନ ଭାବରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି। ଏହା ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ଗଣନା କର।

ସମାଧାନ:

ଏଠାରେ, $\omega = 2\pi \times \dfrac{60}{60} = 2\pi\,\text{rad/s}$] $r = 50$ cm ଏବଂ $m = 100$ g

ଏହିପରି, ବସ୍ତୁରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ହେଉଛି

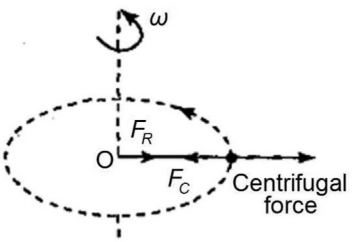
$$F_C = m\omega^2 r = 100 \times (2\pi)^2 \times 50 \text{ dyne } = 1.97 \text{ N}$$

5.4 କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା (Centrifugal Reaction) ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳ (Centrifugal Force)

ଯେତେବେଳେ ଏକ କଣିକା, ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ଗତି କରୁଛି, ସେତେବେଳେ ବାହ୍ୟ ବଳ ଦ୍ୱାରା କେନ୍ଦ୍ର ଆଡକୁ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ହେତୁ, ବସ୍ତୁ ବିପରୀତ ଦିଗରେ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ସହିତ ସମାନ ଏକ ବାହ୍ୟ ବଳ ପ୍ରୟୋଗ କରେ ଏବଂ ଏହାକୁ କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା (centrifugal reaction) କୁହାଯାଏ ।

ଚିତ୍ର ରେ 5.3, Fc କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ଏବଂ FR ରାସ୍ତାର କେନ୍ଦ୍ରରୁ ବାହ୍ୟ ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ।

କିନ୍ତୁ, କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ଗତି କରୁଥିବା ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବାବେଳେ, କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା, ବସ୍ତୁର ଗତି ସୃଷ୍ଟି କରୁଥିବା ପ୍ରତିନିଧି ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବ । ଏହିପରି କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ମୂଳତଃ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳର ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ବଳ ।



ଚିତ୍ର 5.3: କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ପ୍ରତିକ୍ରିୟାର ଧାରଣା

ଯଦିଓ ଏହି ବଳ ଏକ ପ୍ରକୃତ ବଳ ନୁହେଁ କିନ୍ତୁ ଏହା ଏକ ଛଦ୍ମ ବଳ କାରଣ ଏହା କେବଳ ଏକ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ତନ୍ତ୍ର (frame of reference) ରେ ଅନୁଭୂତ ହୋଇପାରିବ ଏବଂ ଏକ ଜଡତ୍ୱ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ତନ୍ତ୍ରରେ ନୁହେଁ ।

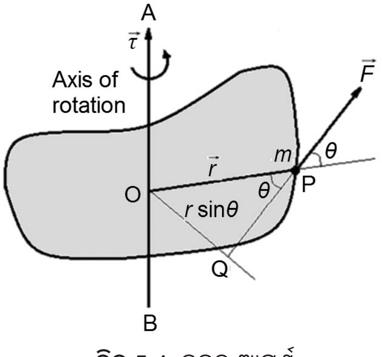
କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳ (Centrifugal Force): ଯେତେବେଳେ କୌଣସି ବସ୍ତୁ ଏକ ଅଣଜଡତ୍ୱୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ତନ୍ତ୍ରରେ ସମାନ କୋଣୀୟ ବେଗ ସହିତ ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ଗତି କରୁଛି, ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ବଳ;ଯାହାକି କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ସହିତ ସମାନ ପରିମାଣର ଏବଂ ଏହାର ବାହ୍ୟ ଦିଗରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ । ଏହି କଳ୍ପିତ ବଳ ଯାହା କେବଳ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳର ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ବଳ ଭାବରେ ଏକ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ତନ୍ତ୍ରରେ ଅନୁଭୂତ ହୁଏ, ଏହାକୁ କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳ କୁହାଯାଏ। ଏହାକୁ ନିମ୍ନମତେ ଦିଆଯାଇପାରିବ,

$$F_g = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r \tag{5.7}$$

5.5 ବଳର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (Moment of Force)

ଯେତେବେଳେ ଏକ ଦୃଢବସ୍ତୁ ଶକ୍ତିର ପ୍ରୟୋଗଦ୍ୱାରା ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ, ସେତେବେଳେ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ (torque) ଦ୍ୱାରା ବସ୍ତୁ ଉପରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥିବା ବଳର ପ୍ରଭାବକୁ ମାପ କରାଯାଇପାରିବ । ଏହା ମୂଳତଃ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତିର ଅନୁରୂପ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ବଳ ।

ସଂଜ୍ଞା: ଏକ ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବଳର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣକୁ, କିମ୍ବା ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣକୁ କୌଣସି ବଳଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଭାବ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରେ ଏବଂ ଏହି ବଳ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ବଳ ରେଖାର ଦୂରତାର ଗୁଣନଫଳ ରୂପେ ମାପ କରାଯାଇପାରିବ । ଏହା ବଳ ରେଖା ଏବଂ ସ୍ଥାନ ସଦିଶ ରେଖା ଥିବା ସମତଳ ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଭାବରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଛି ।



ଚିତ୍ର 5.4: ବଳର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ

ଧରାଯାଉ, ଏକ ବଳ $\vec{F}$ ଏକ ସମୟରେ ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ ଏବଂ ଧରାଯାଉ $\vec{r}$ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅକ୍ଷରେ O ବିନ୍ଦୁରେ ବଳପ୍ରୟୋଗର ସ୍ଥାନ ସଦିଶ ଅଟେ (ଚିତ୍ର 5.4) ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, O ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବଳର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କିମ୍ବା ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି, $\tau = OQ.F$

କିମ୍ବା, $$\tau = r\sin\theta . F \tag{5.8}$$

ଯେଉଁଠାରେ θ, ହେଉଛି $\vec{F}$ ଏବଂ $\vec{r}$ ମଧ୍ୟରେ କୋଣ ।

ସଦିଶ ସଂକେତରେ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା,

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad (5.9)$$

ବଳର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କିମ୍ବା ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏକ ସଦିଶ ପରିମାଣ ।

ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣର ଦିଗ କିମ୍ବା ଚିହ୍ନ: ଯଦି ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେତୁ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଦକ୍ଷିଣବର୍ତ୍ତ (clockwise) ହୁଏ, ଆଘୂର୍ଣ୍ଣଟି ନକାରାତ୍ମକ ବୋଲି ବିବେଚନା କରାଯାଏ । ବାମାବର୍ତ୍ତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ (anitclockwise)ପାଇଁ, ଆଘୂର୍ଣ୍ଣକୁ ସକରାତ୍ମକ ଭାବରେ ନିଆଯାଏ ଏବଂ ଏହା କାଗଜର ସମତଳକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ।

ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ନିୟମ: ବସ୍ତୁର ସନ୍ତୁଳନ ଅବସ୍ଥାରେ ସମସ୍ତ ବାମାବର୍ତ୍ତ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (ସକରାତ୍ମକ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ)ର ସମଷ୍ଟି ସମସ୍ତ ଦକ୍ଷିଣବର୍ତ୍ତ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (ନକାରାତ୍ମକ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ)ର ସମଷ୍ଟି ସହିତ ସମାନ ହେବା ଉଚିତ୍ ଏବଂ ଏହା କୁହାଯାଏ ସନ୍ତୁଳନରେ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ନିୟମ ।

5.5.1 ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣର ପରିମାପ ଏବଂ ଏକକ (Dimension and Units of Torque)

ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣର ପରିମାପ ହେଉଛି $[\tau]=[r\sin\theta.F]=[LMLT^{-1}]$

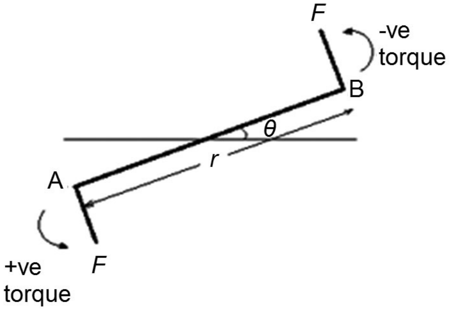
$$=\left[ML^2T^{-2}\right]$$

ତେଣୁ, ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣର ପରିମାପ କାର୍ଯ୍ୟ କିମ୍ବା ଶକ୍ତି ସହିତ ସମାନ ।

ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣର SI ଏକକ ହେଉଛି ଏନ-ଏମ (N-M) ଏବଂ CGS ଏକକ ଡାଇନ୍-ସେମି(dyne-cm) ।

5.6 ବଳଯୁଗ୍ମ ଏବଂ ବଳଯୁଗ୍ମର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (Couple and Moment of A Couple)

ଯଦି ଦୁଇଟି ସମାନ ଏବଂ ବିପରୀତ ବଳ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାରେ ଏକ ବସ୍ତୁ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ ତେବେ ସେମାନେ ଏକ ବଳଯୁଗ୍ମ ଗଠନ କରିବେ ଏବଂ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ (torque)ରେ ସେପରି ସମାନ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଭାବ ଉତ୍ପନ୍ନ କରିବ । ବଳଯୁଗ୍ମ (ଚିତ୍ର 5.5) ର ସମତଳ ପୃଷ୍ଠର ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ, ବଳଯୁଗ୍ମ ଗଠନ କରୁଥିବା ଗୋଟିଏ ବଳ (F)ର ଏବଂ ବଳଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଦୂରତା (r) ର ଗୁଣଫଳ ସହିତ ସମାନ । ଏହା ଦିଆଯାଇପାରିବ,



ଚିତ୍ର 5.5: ବଳଯୁଗ୍ମର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ

$$\tau = rF\sin\theta$$

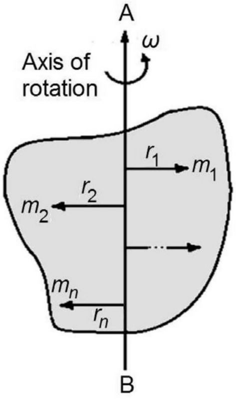
ଏବଂ ସଦିଶ ଚିହ୍ନରେ ଏହା, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

ଏଥିରେ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ପରି ସମାନ ଏକକ ଏବଂ ପରିମାପ ଅଛି ।

5.7 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (Moment of Inertia)

କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣକୁ ପ୍ରତିରୋଧ କରିବାପାଇଁ, ଏକ ବସ୍ତୁର ଗତିବିଧିର ପରିମାଣକୁ ଏହା ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ । ଏହା ପ୍ରତ୍ୟେକ କଣିକାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷଠାରୁ ଦୂରତାର ବର୍ଗର ଉତ୍ପାଦର ବୀଜଗଣିତ ରାଶି ଦ୍ୱାରା ପ୍ରାପ୍ତ ହୁଏ ।

ଚିତ୍ର 5.6 ଅନୁସାରେ ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁକୁ ନେବା ଯାହା ଅକ୍ଷ AB ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କ୍ରମାଗତ କୋଣୀୟ ବେଗ ସହିତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି । ତେଣୁ, ବସ୍ତୁରେ କିଛି ଘୂର୍ଣ୍ଣନକାରୀ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ରହିଛି ।



ଚିତ୍ର 5.6: ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ

ବର୍ତ୍ତମାନ, m_1 ବସ୍ତୁତ୍ୱର କଣିକାର ରୈଖିକ ବେଗ $v_1 = r_1\omega$ ତେଣୁ ଏହାର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହେଉଛି,

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1r_1^2\omega^2$$

ତେଣୁ, ସମଗ୍ର ବସ୍ତୁର ସମୁଦାୟ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହେଉଛି,

$$E = E_1 + E_2 + \text{------} + E_n$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2\left(m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + ... + m_nr_n^2\right) = \frac{1}{2}\omega^2\sum_{i=1}^{n} m_ir_i^2$$

କିମ୍ବା, $$E = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (5.10)$$

ଯେଉଁଠାରେ $I = \sum_{i=1}^{n} m_ir_i^2$ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (MI) ।

$$\therefore \quad I = \sum_{i=1}^{n} m_ir_i^2 = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + ... + m_nr_n^2 \qquad (5.11)$$

ଯଦି ଆମେ ସମୀକରଣ (5.11)ର ତୁଳନା, ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତିରେ ଗତିଜ ଶକ୍ତି, ଯାହାକି $E = \frac{1}{2}mv^2$, ସହିତ କରୁ ତା'ପରେ ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତିରେ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅନୁରୂପ । ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ବଳବିଜ୍ଞାନରେ ଏହା ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରେ ।

ସଂଜ୍ଞା: ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ, ଯେପରି ପୂର୍ବରୁ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଛି, ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ ଉପାଦାନ କଣିକାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅକ୍ଷଠାରୁ ନିଜ ନିଜ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଦୂରତାର ବର୍ଗର ଗୁଣନଫଳର ସମଷ୍ଟି ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରେ

ଏହିପରି, $$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + ... + m_nr_n^2 = \sum_{i=1}^{n} m_ir_i^2$$

କିମ୍ବା, ସାଧାରଣତଃ M ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବସ୍ତୁପାଇଁ R ଦୂରରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅକ୍ଷ ଚାରିପାଖରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି, ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି

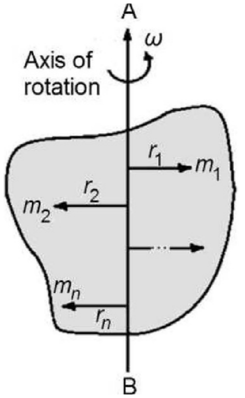
$$I = MR^2 \qquad (5.12)$$

ସମୀକରଣ (5.11) ଏବଂ (5.12)ରୁ; ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିର୍ଭର କରେ -

(i) ବସ୍ତୁତ୍ୱ,
(ii) ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ,
(iii) ଆକୃତି,
(iv) ସାମୁହିକ ବିତରଣ ଏବଂ
(v) ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷଠାରୁ ଦୂରତା ।

ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଭୌତିକ ମହତ୍ତ୍ୱ: ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି ମୂଳତଃ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତିରେ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅନୁରୂପ ଏବଂ ତେଣୁ ଏହା ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଏକ ମାପ ।

5.7.1 ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ
(Relation between Torque and Moment of Inertia)



ଚିତ୍ର 5.7: ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ

ଆସ ବିଚାର କରିବା ଯେ ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁ AB ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କ୍ରମାଗତ କୋଣୀୟ ବେଗ ωରେ ଗତି କରୁଛି ଯେପରି ଚିତ୍ର 5.7ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ, m_1 ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବସ୍ତୁରେ AB ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କରୁଥିବା ବଳର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି,

$$\tau_1 = m_1 f_1 r_1 = m_1 r_1^2 \alpha$$

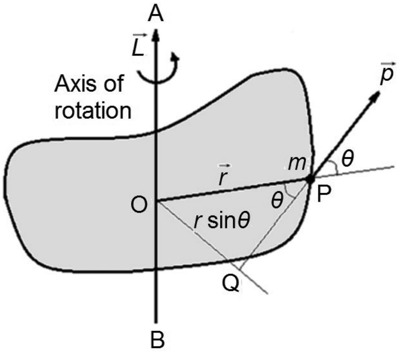
ତେଣୁ, ତେଣୁ, ସମଗ୍ର ବସ୍ତୁପାଇଁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବଳର ସମୁଦାୟ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି,

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \ldots + \tau_n = m_1 r_1^2 \alpha + m_2 r_2^2 \alpha + \ldots + m_n r_n^2 \alpha$$

କିମ୍ବା, $$\tau = \left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_n r_n^2\right)\alpha = \left(\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2\right)\alpha$$

କିମ୍ବା, $$\tau = I\alpha \qquad (5.13)$$

ଏହିପରି, ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ = ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ × କୋଣୀୟ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ।



ଚିତ୍ର 5.8: ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ

5.8 କୋଣୀୟ ସଂବେଗ (Angular Momentum)

ଯେହେତୁ ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛୁ ଯେ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ଗତି ହେଉଛି ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତିରେ ରୈଖିକ ଗତିର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅନୁରୂପ, ଯେପରି ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଯାହା ବଳର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ, କୋଣୀୟ ଗତିକୁ ବସ୍ତୁର ରୈଖିକ ଗତିର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରିବ ।

ସଂଜ୍ଞା: ଏକ ବସ୍ତୁପାଇଁ, ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କୋଣୀୟ ଗତି ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ରୈଖିକ ଗତିର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ । ଏଥିପାଇଁ ଏହା ରୈଖିକ ଗତିର ପରିମାଣ ଏବଂ ଦିଆଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷରୁ ଏହାର ଗତି ରେଖା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଭିଲମ୍ବିତର ଦୂରତାର ଗୁଣନଫଳ ।

ଧରାଯାଉ $\vec{p}$, m ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଏକ କଣିକାର ରୈଖିକ ସଂବେଗକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ଯାହାକି ω କୋଣୀୟ ବେଗ ସହିତ ଗତି କରୁଥିବା କଣିକାଗୁଡ଼ିକର ଏକ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ $\vec{r}$ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ O (ଚିତ୍ର 5.8)ର ସାପେକ୍ଷ କଣିକାର ସ୍ଥିତି ସଦିଶ । ତା'ପରେ O ବିନ୍ଦୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କଣିକାର କୋଣୀୟ ଗତି ହେବ,

$$L = pr\sin\theta = mvr\sin\theta \qquad (5.14)$$

ଯେଉଁଠାରେ θ, ହେଉଛି $\vec{r}$ ଏବଂ $\vec{v}$ ମଧ୍ୟରେ କୋଣ ଏବଂ m କଣିକାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ।

ସଦିଶ ଚିହ୍ନରେ, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ (5.15)

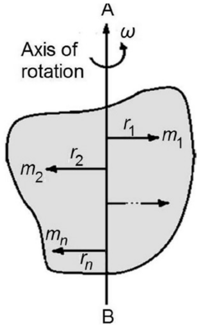
କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ହେଉଛି ଏକ ସଦିଶ ପରିମାଣ ଏବଂ କାଗଜର ସମତଳ ପୃଷ୍ଠକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏବଂ ଏହିପରି ଏହା ଉଭୟ $\vec{p}$ ଏବଂ $\vec{r}$ କୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ହୋଇଯାଏ ।

କୋଣୀୟ ଗତିର ପରିମାପ ଏବଂ ଏକକ: କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ପରିମାପ ହେଉଛି = $[ML^2T^{-1}]$,

କୋଣୀୟ ସଂବେଗର SI ଏକକ ହେଉଛି kgm^2s^{-2}

ଏବଂ କୋଣୀୟ ସଂବେଗର CGS ଏକକ ହେଉଛି $g\text{-}cm^2s^{-2}$.

5.8.1 କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ
(Relation between Angular Momentum and Moment of Inertia)



ଚିତ୍ର 5.9: କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୁର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ

ଆମେ ଅନୁମାନ କରୁ ଯେ ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁ କ୍ରମାଗତ କୋଣୀୟ ବେଗ ω ସହିତ AB ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି । ଯେପରି ଚିତ୍ର 5.9ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, m_1 ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବସ୍ତୁର AB ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ,

$L_1 = p_1 r_1 = m_1 v_1 r_1 = m_1(r_1\omega)r_1 = m_1 r_1^2\omega$

ତେଣୁ, ସମଗ୍ର ବସ୍ତୁର ମୋଟ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ABର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ହେଉଛି,

$$L = L_1 + L_2 + \ldots + L_n = m_1 r_1^2\omega + m_2 r_2^2\omega + \ldots + m_n r_n^2\omega$$

କିମ୍ବା,
$$L = \left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_n r_n^2\right)\omega = \left(\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2\right)\omega$$

କିମ୍ବା,
$$L = I\omega \qquad (5.16)$$

ତେଣୁ, କୋଣୀୟ ସଂବେଗ = ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ × କୋଣୀୟ ବେଗ ।

5.8.2 ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ (Relationship between Torque & Angular Momentum)

ଆମେ ଜାଣୁ

କୋଣୀୟ ଗତି $L = I\omega$ (a)

ଏବଂ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ $\tau = I\alpha$ (b)

ବର୍ତ୍ତମାନ, ସମୀକରଣକୁ (a) ଅବକଳିତ କରି ଆମେ ପାଇବା,

$$\frac{dL}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} = I\alpha \qquad (c)$$

ତେଣୁ, ସମୀକରଣ (b) ଏବଂ (c) ଠାରୁ ଆମେ ପାଇବା,

$$\tau = \frac{dL}{dt} \qquad (5.17)$$

ଯାହା କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ଏବଂ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ଦେଇଥାଏ ଏବଂ ଦର୍ଶାଏ ଯେ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ପରିବର୍ତ୍ତନର ହାର ହେଉଛି ବାହ୍ୟ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ।

5.8.3 କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ (Conservation of Angular Momentum)

ଆମେ ଜାଣୁ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ଏବଂ ବାହ୍ୟ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି, $\tau = \frac{dL}{dt}$

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଯଦି $\tau = 0$, ତା'ପରେ $\frac{dL}{dt} = 0$

ଅର୍ଥାତ୍, L = ଅପରିବର୍ତ୍ତୀ

କିମ୍ବା, $I\omega$ = ଅପରିବର୍ତ୍ତୀ

ଅର୍ଥାତ୍, $I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \qquad (5.18)$

ତେଣୁ, କୌଣସି ବାହ୍ୟ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରୟୋଗ ନହେଲେ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ସଂରକ୍ଷିତ ରହିଥାଏ । ଏହା କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ।

5.9 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ପ୍ରମେୟ (Theorems of MI)

ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦୁଇଟି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରମେୟ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ସୁବିଧାଜନକ ଭାବରେ ଗଣନା କରାଯାଇପାରିବ ।

5.9.1 ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ପ୍ରମେୟ (Parallel Axis Theorem)

ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ, ଏହାର ଏକ ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ଯାହାକି ଏହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର (CM) ମାଧ୍ୟମରେ ଗତି କରୁଅଛି ତାହାର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (I_0) ଓ ବସ୍ତୁତ୍ୱ (M) ଏବଂ ଦୁଇଟି ଅକ୍ଷ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତାର ବର୍ଗ ର ଗୁଣନର ମିଶାଣଫଳ । ଗାଣିତିକ ଭାବରେ ଆମେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା,

$$I = I_0 + Ma^2 \tag{5.19}$$

ଯେଉଁଠାରେ a ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ।

5.9.2 ଅଭିଲମ୍ବିତ ଅକ୍ଷ ପ୍ରମେୟ (Perpendicular Axis Theorem)

ସମତଳ ସ୍ତରୀୟ ବସ୍ତୁର, ସେହି ସମତଳରେ ଦୁଇଟି ପାରସ୍ପରିକ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଅକ୍ଷର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଯୋଗଫଳ, ବସ୍ତୁର ଏକ ତୃତୀୟ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ସହିତ ସମାନ ଯାହାକି ବସ୍ତୁକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏବଂ ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ଅକ୍ଷର ପ୍ରତିଚ୍ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଥାଏ ।

ଯଦି ଏହି ପ୍ରମେୟ ଅନୁଯାୟୀ I_x ଏବଂ I_y ଯଥାକ୍ରମେ X ଏବଂ Y ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ, ତା'ପରେ Z ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏହାର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଯାହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଉଭୟ X ଏବଂ Y ଅକ୍ଷପାଇଁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଅଟେ, ଏହା ଏହିପରି ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରାଯାଇପାରିବ ।

$$I_z = I_x + I_y \tag{5.20}$$

5.10 ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (Radius of Gyration)

ବସ୍ତୁର ଆକାର ଯାହା ହେଇଥାଉ ପଛେ, ଆମେ ସର୍ବଦା ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଦେଖିପାରିବା ଯେଉଁଠାରେ ବସ୍ତୁର ମୋଟ ବସ୍ତୁତ୍ୱ କେନ୍ଦ୍ରୀଭୂତ ହେଲେ ସମାନ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିଜ ଶକ୍ତି, ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ସହିତ ସମାନ ହୁଏ । ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷରୁ ସେହି ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା K କୁ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବସ୍ତୁର ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (radius of gyration) କୁହାଯାଏ ।

ଯଦି M ସମୁଦାୟ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ହୁଏ ଏବଂ K ବସ୍ତୁର ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, ତା'ପରେ ଆମର ଅଛି

$$(K.E.)_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\sum mx^2\right)\omega^2 = \frac{1}{2}MK^2\omega^2 \tag{5.21}$$

$$\therefore \quad MK^2 = \sum mx^2 = I$$

କିମ୍ବା,

$$K = \sqrt{\frac{I}{M}} \tag{5.22(a)}$$

ଆମେ ମଧ୍ୟ ଲେଖିପାରେ $MK^2 = \sum mx^2 = mn\left(\frac{x_1^2 + x_2^2 + ...}{n}\right)$

ଯେଉଁଠାରେ ମୋଟ କଣିକାର ସଂଖ୍ୟା n, ପ୍ରତ୍ୟେକ କଣିକାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ, m ଏବଂ ଦିଆଯାଇଥିବା ବସ୍ତୁତ୍ୱ M ବିଭାଜିତ ହୋଇପାରେ ସେଠାରେ M=mn ।

$$\therefore \quad K^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + ...}{n}$$

କିମ୍ବା, $$K = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} \qquad (5.22)(b)?$$

ତେଣୁ, ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷରୁ ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ କଣିକାଗୁଡ଼ିକର ବର୍ଗଦୂରତାର ହାରାହାରି ବର୍ଗମୂଳକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ । ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, ଏକ ପତଳା ଏକସମାନ ବଳୟ, ଯାହାର କେନ୍ଦ୍ର ଅକ୍ଷ ରେ ଥାଏ, ତାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସହିତ ସମାନ ହୋଇଥାଏ । ଏହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟ ସମାନ ହୋଇଥାଏ । ତଦନୁଯାୟୀ, ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧରେ ଲମ୍ବର ପରିମାପ [L] ଅଟେ ।

5.11 ସମମିତ ବସ୍ତୁପାଇଁ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (Moment of Inertia for Symmetric Bodies)

ଆସ ସରଳ ସମମିତ ପ୍ରଣାଳୀପାଇଁ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା କରିବା ।

କେସ୍ 1: ଏକ ସିଧା ସମାନ ଛଡକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏବଂ ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର (CM) ଦେଇ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ଅକ୍ଷର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ।

ଧରାଯାଉ ଉପାଦାନର ବସ୍ତୁତ୍ୱ dm ଯାହାରକି ଲମ୍ବ dx ଏହା ଛଡର କେନ୍ଦ୍ରରୁ x ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଅକ୍ଷ AB (ଚିତ୍ର 5.10) ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଛଡର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ,

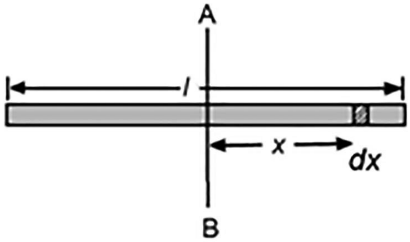
$$I = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 dm = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 \left(\frac{m}{l}\right) dx$$

(ଏକକ ଲମ୍ବ ପ୍ରତି ବସ୍ତୁତ୍ୱ = $\frac{m}{l}$)

$$= \frac{m}{l}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 dx = \frac{m}{l}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}$$

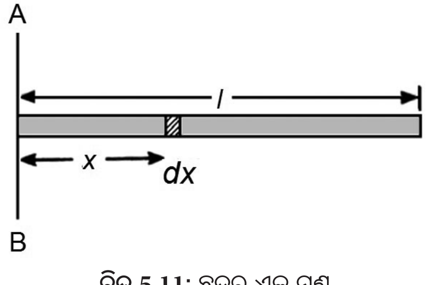
$$= \frac{m}{3l}\left[\frac{l^3}{8} - \left(-\frac{l^3}{8}\right)\right] = \frac{ml^3}{12l} = \frac{ml^2}{12} \qquad (5.23)$$

ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, $$K = \frac{l}{\sqrt{12}} \qquad (5.24)$$



ଚିତ୍ର 5.10: ଛଡର CM ଦେଇ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ଅକ୍ଷ

କେସ୍ 2: ଏକ ସିଧା ସମାନ ଛଡକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡ ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ |



ଚିତ୍ର 5.11: ଛଡର ଏକ ମୁଣ୍ଡ ଦେଇ ଗତି କରୁଥିବା ଅକ୍ଷ

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ (ଚିତ୍ର 5.11), ଏକୀକରଣର ସୀମା $-\frac{l}{2}$ ରୁ $\frac{l}{2}$ ବଦଳରେ 0 ରୁ ହେବ l । ତେଣୁ, AB ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଛଡର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ,

$$I = \int_0^l x^2 dm = \int_0^l x^2 \left(\frac{m}{l}\right) dx$$

$$= \frac{m}{l}\int_0^l x^2 dx = \frac{m}{l}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^l = \frac{ml^2}{3} \qquad (5.25)$$

∴ ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, $$K = \frac{l}{\sqrt{3}} \qquad (5.26)$$

କେସ୍ 3: ଏକ ଏକସମାନ ବୃତ୍ତାକାର ଡିସ୍କକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏକ ଅକ୍ଷର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ

ଡିସ୍କକୁ ସକେନ୍ଦ୍ରୀ ବୃତ୍ତାକାର ରିଙ୍ଗରେ ବିଭକ୍ତ କରନ୍ତୁ [ଚିତ୍ର 5.12] । ଡିସ୍କର କେନ୍ଦ୍ରରୁ r ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ରିଙ୍ଗ୍ ବାଛନ୍ତୁ ଯାହାର ପ୍ରସ୍ଥ dr ଏବଂ ଉପାଦାନର ବସ୍ତୁତ୍ୱ dm ଅଟେ ।

∴ dm = ରିଙ୍ଗର କ୍ଷେତ୍ର × ଏକକ କ୍ଷେତ୍ର ପିଛା ବସ୍ତୁତ୍ୱ

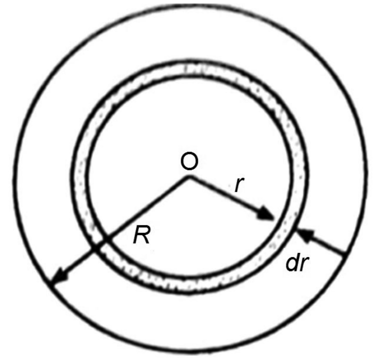
$$= 2\pi r dr \times \frac{m}{\pi r^2}$$

ନିଆଯାଇଥିବା ରିଙ୍ଗର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି

$$dI = r^2 dm$$

ତେଣୁ, O ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଡିସ୍କର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଦିଆଯାଇପାରିବ

$$I = \int dI = \int r^2 dm = \frac{2m}{R^2}\int_0^R r^3 dr = \frac{2m}{R^2}\cdot\frac{R^4}{4}$$



ଚିତ୍ର 5.12: ଡିସ୍କର ସମତଳକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଅକ୍ଷ

∴ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ , $I = \frac{1}{2}mR^2$ (5.27)

ଏବଂ ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, $K = \frac{R}{\sqrt{2}}$ (5.18)

କେସ୍ 4: ଏକ ରିଙ୍ଗର ସମତଳକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏବଂ ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର (CM) ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଅକ୍ଷର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ|

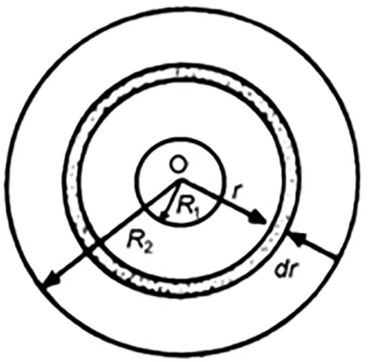
ଏହି ପଦ୍ଧତି ପୂର୍ବ କେସ୍ ସହିତ ସମାନ ହେବ କେବଳ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଶୋଧନ ସହିତ: ଏକୀକରଣର ସୀମା ହେବ R_1 ଏବଂ R_2 ଏବଂ ଉପାଦାନର ବସ୍ତୁତ୍ୱ $dm = (2\pi r dr)\times\left[\frac{m}{\pi\left(R_2^2 - R_1^2\right)}\right]$.

∴ ରିଙ୍ଗର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କୁଣ୍ଡଳାକାରରିଙ୍ଗର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ

$$I = \int_{R_1}^{R_2} \frac{2m}{R_2^2 - R_1^2} r^3 dr$$

$$I = \frac{2m}{R_2^2 - R_1^2}\int_{R_1}^{R_2} r^3 dr = \frac{2m}{R_2^2 - R_1^2}\left[\frac{r^4}{4}\right]_{R_1}^{R_2}$$

$$= \frac{2m}{R_2^2 - R_1^2}\frac{R_2^4 - R_1^4}{4} = \frac{1}{2}m\left(R_1^2 + R_2^2\right) \quad (5.29)$$



ଚିତ୍ର 5.13: କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏବଂ ଗୋଲାକାର ରିଙ୍ଗର ସମତଳକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଅକ୍ଷ

∴ ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, $K = \sqrt{\frac{\left(R_1^2 + R_2^2\right)}{2}}$ (5.30)

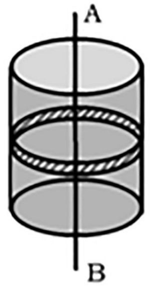
କେସ୍ 5: ଏକ ସମାନ ସ୍ତମ୍ଭକର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ

ଅକ୍ଷକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଭାବରେ ସ୍ତମ୍ଭକ (cylinder)କୁ ପତଳା ଡିସ୍କରେ ବିଭକ୍ତ କର। ଯେକୌଣସି ଡିସ୍କର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଉପରୋକ୍ତ କେସ୍ 3 ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଇପାରିବ $\frac{1}{2}mR^2$, ଯେଉଁଠାରେ m ଡିସ୍କର ବସ୍ତୁତ୍ୱ।

ତେଣୁ, ପୁରା ସ୍ତମ୍ଭକର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି

$$I=\sum\frac{1}{2}mR^2=\frac{1}{2}R^2\sum m=\frac{1}{2}MR^2 \qquad (5.31)$$

$\therefore$ ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, $K=\frac{R}{\sqrt{2}}$ (5.32)



ଚିତ୍ର 5.14: ସ୍ତମ୍ଭକର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃର୍ପାର୍ଶ୍ୱରେ

କେସ୍ 6: ଏକ ସମାନ ବେଲଣାକାର ଖୋଳର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ

ସ୍ତମ୍ଭାକାର ଖୋଳପା (cylindrical shell)କୁ ଏହାର ଅକ୍ଷକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ କୁଣ୍ଡଳାକାରବଳୟରେ ବିଭକ୍ତ କରିବାକୁ ଦିଅ । ଯେକୌଣସି ବଳୟର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ, ଉପରୋକ୍ତ କେସ୍ 4 ଦ୍ୱାରା, $\frac{1}{2}m\left(R_2^2+R_1^2\right)$ ଦିଆଯାଇପାରିବ ।

ତେଣୁ, ବେଲଣାକାର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି

$$I=\sum\frac{1}{2}m\left(R_1^2+R_2^2\right)=\frac{1}{2}\left(R_1^2+R_2^2\right)\sum m=\frac{1}{2}M\left(R_1^2+R_2^2\right) \qquad (5.33)$$

$\therefore$ ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, $K=\sqrt{\frac{\left(R_1^2+R_2^2\right)}{2}}$ (5.34)

କେସ୍ 7: ଏକ ସମାନ ଆୟତାକାର ଲାମିନାର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଏବଂ ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର ର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ

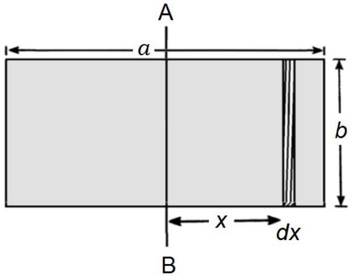
ଧରାଯାଉ a ଏବଂ b ଆୟତାକାର ଲାମିନାର [ଚିତ୍ର 5.15] ଦୁଇଟି ପାର୍ଶ୍ୱ ଏବଂ ଧରାଯାଉ ଅକ୍ଷ, b ପାର୍ଶ୍ୱସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ହେବ । ଲାମିନାକୁ ପତଳା ପଟିରେ ବିଭକ୍ତ କରିବାକୁ ଦିଆଯାଉ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ର ପ୍ରସ୍ଥ dx, ଯାହାକି b ପାର୍ଶ୍ୱସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ । ଏହିପରି ଏକ ପଟିର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ , ଅକ୍ଷରୁ x ଦୂରରେ ହେଉଛି

$$dI=\frac{m}{a}x^2dx$$ ($\because$ ଏକକ କ୍ଷେତ୍ର ପିଛା ବସ୍ତୁତ୍ୱ = m/ab, ପଟିର କ୍ଷେତ୍ର = bdx)

ପୁରା ଲାମିନାର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଉକ୍ତ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦିଆଯାଇପାରିବ

$$I=\int dI=\int_{-a/2}^{a/2}\frac{m}{a}x^2dx=\frac{m}{a}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-a/2}^{a/2}=\frac{1}{12}ma^2$$

$\therefore$ ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, $K=\frac{a}{\sqrt{12}}$ (5.36)



ଚିତ୍ର 5.15: ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ଅକ୍ଷ ଯାହାକି ଏକସମାନ ଆୟତାକାର ଲାମିନାର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ

ଯଦି ଅକ୍ଷ ପାର୍ଶ୍ୱ a ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଥିଲା, ତେବେ

$$I=\frac{1}{12}mb^2$$

ଏବଂ $K=\frac{b}{\sqrt{12}}$

କେସ୍ 8: ଏକସମାନ କଠିନ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ

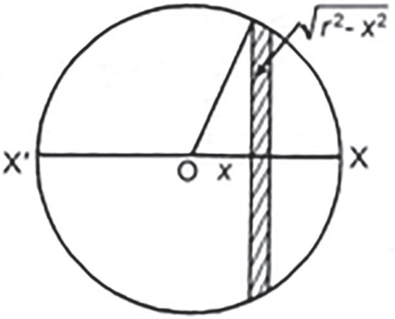
ଗୋଲକକୁ ସମକେନ୍ଦ୍ରିକ ଗୋଲାକାର ଖୋଳପାରେ ବିଭକ୍ତ କରିବାକୁ ଦିଅ । ‘r’ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଏହିପରି ଏକ ଖୋଳପା ବାଛ ଏବଂ ଯାହାର ମୋଟେଇ dr ।

କଠିନ ଗୋଲକର କେନ୍ଦ୍ରରୁ x ଦୂରରେ, dx ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ପତଳା ବୃତ୍ତାକାର ଖଣ୍ଡ ବାଛ (ଚିତ୍ର 5.16) । ଏହି ଉପାଦାନର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ହେଉଛି, $dm = \pi\left(r^2 - x^2\right)dx\rho$, ଯେଉଁଠାରେ ρ ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ଘନତା ।

ତେଣୁ, କେନ୍ଦ୍ର O ର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏହାର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ

$$dI = \frac{1}{2}\pi\left(r^2 - x^2\right)dx\rho\left(\sqrt{r^2 - x^2}\right)^2$$

$$= \frac{\pi\rho}{2}\left(r^2 - x^2\right)^2 dx$$



ଚିତ୍ର 5.16: ଏକ ସମାନ କଠିନ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସ ଚତୁଃର୍ପାର୍ଶ୍ୱରେ

ବ୍ୟାସ XOX′ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କଠିନ ଗୋଲକର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ

$$I = \int_{-r}^{r} \frac{\pi\rho}{2}\left(r^2 - x^2\right)^2 dx$$

କିମ୍ବା,

$$I = \frac{\pi}{2}\left(\frac{3m}{4\pi r^3}\right)\int_{-r}^{r}\left(r^2 - x^2\right)^2 dx = \frac{2}{5}mr^2 \qquad (5.37)$$

$$\left(\because m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3\right)$$

$\therefore$ ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, $K = \sqrt{\frac{2}{5}}r$ (5.38)

MIର ଅନୁକରଣପାଇଁ

ଉଦାହରଣ 5.4 ଯଦି ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏହାର ପୂର୍ବ ମୂଲ୍ୟର 1/4 କୁ ସଙ୍କୁଚିତ ହୁଏ, ଗୋଟିଏ ଦିନର ଲମ୍ବ ଗଣନା କର ।

ସମାଧାନ:

କୋଣୀୟ ଗତିର ସଂରକ୍ଷଣ ରୁ ଲେଖିପାରିବା $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

ଯେଉଁଠାରେ $I_1 = \frac{2}{5}MR^2$ ଏବଂ $I_2 = \frac{2}{5}M\left(\frac{R}{4}\right)^2 = \frac{1}{40}MR^2$

bl çdkj] $\frac{2}{5}MR^2 \times \omega_1 = \frac{1}{40}MR^2 \times \omega_2$

କିମ୍ବା, $\frac{2\omega_1}{5} = \frac{\omega_2}{40}$

କିମ୍ବା, $\omega_2 = 16\omega_1 = 16 \times \frac{2\pi}{24} = \frac{4\pi}{3}$ rad/hr.

କିମ୍ବା, $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{\frac{4\pi}{3}} = 1.5\text{hr}$

ତେଣୁ, ଗୋଟିଏ ଦିନର ଲମ୍ବ 1.5 ଘଣ୍ଟା ହେବ ।

ଉଦାହରଣ 5.4

ଉଦାହରଣ 5.5 ଦର୍ଶାଅ ଯେ m ପ୍ରତି ଏକକ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଏକ ପତଳା l ଲମ୍ବ ଛଡ, ଯାହାକି ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ମାଧ୍ୟମରେ ଯାଉଥିବା ଏବଂ ଏହାର ଲମ୍ବକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଥିବାଏକ ଅକ୍ଷର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କୋଣୀୟ ବେଗ ସହିତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଅଛି ଏବଂ ଏହାର ଗତିଜ ଶକ୍ତି $\frac{1}{24}m\omega^2 l^2$

ସମାଧାନ:

ଦିଆଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଛଡର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି

$$I = \frac{1}{12}Ml^2 = \frac{1}{12}ml.l^2 = \frac{1}{12}ml^3 \qquad [\because M = ml]$$

ତେଣୁ, ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହେବ,

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{24}ml^3\omega^2$$

ଉଦାହରଣ 5.5

ଉଦାହରଣ 5.6 ଏକ ପତଳା ବୃତ୍ତାକାର ବଳୟର ସେହି ସମତଳରେ ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା କର ଯାହାରକି ବସ୍ତୁତ୍ୱ 150 ଗ୍ରାମ ଏବଂ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 50 ସେମି, ଯାହାରକି ଅକ୍ଷ (କ) କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଗତି କରେ ଏବଂ (ଖ) କେନ୍ଦ୍ରରୁ 10 ସେମି ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ସମାଧାନ:

(କ) ବ୍ୟାସର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବଳୟର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣକୁ ନିଆଯିଉ । ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ,

$$I=\frac{1}{2}mr^2=\frac{1}{2}\times 150\times 50^2=1.875\times 10^5 g/cm^2$$

(ଖ) ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ପ୍ରମେୟ ବ୍ୟବହାର କରି ରିଙ୍ଗର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା କରାଯାଇପାରିବ

$$I=\frac{1}{2}mr^2+mx^2$$

$$=\frac{1}{2}\times 150\times 50^2+150\times 10^2=2.025\times 10^5 g/cm^2$$

ଉଦାହରଣ 5.6

5.12 ୟୁଲରଙ୍କର ଗତି ନିୟମ (Euler's Laws of Motion)

ଏଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି ଗତିର ସମୀକରଣ ଯାହା ଏକ ବିନ୍ଦୁ ବସ୍ତୁପାଇଁ ନ୍ୟୁଟନଙ୍କ ଗତିନିୟମକୁ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତାର କରେ । ଏକ ବିକୃତିଯୋଗ୍ୟ ବସ୍ତୁରେ ଆଭ୍ୟନ୍ତରୀଣ ଶକ୍ତି ବିତରଣ, ଆବଶ୍ୟକ ରୂପରେ ପୁରା ବସ୍ତୁରେ ଏକ ସମାନ ହୋଇନଥାଏ, ଯାହା ବିନ୍ଦୁରୁ ବିନ୍ଦୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଚାପ ବଣ୍ଟନର ଭିନ୍ନତା ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ । ଏହି ପରିବର୍ତ୍ତନ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ଗତିର ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ ଦ୍ୱାରା ପରିଚାଳିତ ଏବଂ କ୍ରମାଗତ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ବିତରଣର ଏକ ବସ୍ତୁକୁ ବିସ୍ତାର କରାଯାଇପାରିବ । କ୍ରମାଗତ ବିତରଣର ଥିବା ବସ୍ତୁକ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହି ନିୟମଗୁଡିକ ତାଙ୍କ ସଂରୂପଣ ଅନୁସାରେ ଇୟୁଲରଙ୍କ ଗତିନିୟମ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ନିୟମଗୁଡିକ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି:

ପ୍ରଥମ ନିୟମ: ଏହା ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉପାୟରେ କୁହାଯାଇପାରିବ:

ଏକ ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ରକୁ ଧ୍ୟାନରେ ରଖି ବସ୍ତୁପାଇଁ ରୈଖିକ ସଂବେଗ, ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ ବେଗର ଗୁଣଫଳ ସହିତ ସମାନ ।

ଗାଣିତିକ ଭାବରେ ଏହା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ,

$$\vec{p}=m\vec{v}_{cm} \tag{5.39}$$

ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ କେବଳ ଅବକଳନ ନେଇ ନିୟମର ବିକଳ୍ପ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ,

$$\vec{F}=m\vec{f}_{cm} \tag{5.40}$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ: ଏଥିରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ଯେ ଜଡତ୍ୱୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଫ୍ରେମ (inertial frame of reference)ରେ ଏକ ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ପରିବର୍ତ୍ତନର ସମୟ ହାର ସେହି ବିନ୍ଦୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ସେହି ବସ୍ତୁରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ବଳ (କିମ୍ବା ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ) ର ବାହ୍ୟ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ସମଷ୍ଟି ସହିତ ସମାନ ।

ଗାଣିତିକ ଭାବରେ ଆମେ ଏହାକୁ ଲେଖିପାରିବା,

$$\vec{\tau}=\frac{d\vec{L}}{dt} \tag{5.41}$$

ଦୁଇଟି ଆକାରରେ ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁପାଇଁ ଏହା ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ,

$$\vec{\tau}=m\vec{r}_{cm}\times\vec{f}_{cm}+I\vec{\alpha} \tag{5.42}$$

ଯେଉଁଠାରେ, $\vec{r}_{cm}$ ଏହା ହେଉଛି ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ରର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣଗୁଡିକ ଗଣନା କରାଯାଏ । I ଏବଂ $\vec{\alpha}$ ଯଥାକ୍ରମେ ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ ।

ୟୁନିଟ୍ ସାରାଂଶ

- **ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି**

  କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ $S = r\theta$

  କୋଣୀୟ ବେଗ $\omega = \frac{\theta}{t}$

  କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ $\alpha = \frac{\omega}{t}$

- କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ

  $$f_C = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

- **କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ**

  $$F_C = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

- କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳ

  $$F_g = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

- ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ **(Torque)**

  $$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

- ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ

  $$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ... + m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

- ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ

  $$\tau = I\alpha$$

- କୋଣୀୟ ସଂବେଗ

  $$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

- *କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ*

$$L = I\omega$$

- *ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ*

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

- *କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ*

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

- *ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ପ୍ରମେୟ*

$$I = I_0 + Ma^2$$

- *ଅଭିଲମ୍ବିତ ଅକ୍ଷ ପ୍ରମେୟ*

$$I_z = I_x + I_y$$

- *ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ*

$$K = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$$

- *କିଛି ନିୟମିତ ସମମିତ ବସ୍ତୁପାଇଁ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା*

ଗୋଟିଏ ଏକସମ ରଡ୍ କୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏବଂ ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ।

$$I = \frac{ml^2}{12} \qquad K = \frac{l}{\sqrt{12}}$$

ଏକ ସିଧା ରଡ୍ କୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡ ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ

$$I = \frac{ml^2}{3} \qquad K = \frac{l}{\sqrt{3}}$$

ଏକ ସମାନ ବୃତ୍ତାକାର ଡିସ୍କକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏକ ଅକ୍ଷର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ

$$I = \frac{1}{2}mR^2 \qquad K = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

ଏକ ରିଙ୍ଗର ସମତଳକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏବଂ ବସ୍ତୁର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଅକ୍ଷର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ

$$I = \frac{1}{2}m\left(R_1^2 + R_2^2\right) \qquad K = \sqrt{\frac{\left(R_1^2 + R_2^2\right)}{2}}$$

ଏକ ଏକସମାନ ସ୍ତମ୍ଭକ (cylinder)ର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ

$$I = \frac{1}{2}mR^2 \qquad K = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

ଏକ ଏକସମାନ ବେଲଣାକାର ଖୋଳ (uniform cylindrical shell) ର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ

$$I = \frac{1}{2}m\left(R_1^2 + R_2^2\right) \qquad K = \sqrt{\frac{\left(R_1^2 + R_2^2\right)}{2}}$$

ଏକସମାନ ଆୟତାକାର ଲାମିନାର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଏବଂ ବସ୍ତୁର କେନ୍ଦ୍ର ର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ।

$$I = \frac{1}{12}ma^2 \qquad K = \frac{a}{\sqrt{12}}$$

$$I = \frac{1}{12}mb^2 \qquad K = \frac{b}{\sqrt{12}}$$

ଏକ ସମାନ କଠିନ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ

$$I = \frac{2}{5}mr^2 \qquad K = \sqrt{\frac{2}{5}}r$$

- **ୟୁଲରଙ୍କ ଗତିର ନିୟମ**

ପ୍ରଥମ ନିୟମ

$$\vec{p} = m\vec{v}_{cm} \qquad \vec{F} = m\vec{f}_{cm}$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମ

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\vec{\tau} = m\vec{r}_{cm} \times \vec{f}_{cm} + I\vec{\alpha}$$

ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଏକାଧିକ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ

5.1 କୋଣୀୟ ସଂବେଗ L, ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ I ଏବଂ କୋଣୀୟ ବେଗ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ କ'ଣ

(କ) $L=\frac{I}{\omega}$ (ଖ) $L=I^2\omega$ (ଗ) $L=\frac{I^2}{\omega}$ (ଘ) $L=I\omega$

5.2 କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ପରିମାପ ସୂତ୍ର ହେଉଛି

(କ) ML^2T^{-2} (ଖ) ML^2T^{-1} (ଗ) MLT^{-2} (ଘ) MLT^{-1}

5.3 କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳର ପରିମାଣ ହେଉଛି

(କ) mv^2r (ଖ) $\frac{mv^2}{r}$ (ଗ) mv^2r^2 (ଘ) $\frac{mv}{r}$

5.4 ଯେତେବେଳେ କ୍ଷୀର ଜଳିଯାଏ; କ୍ରିମ୍ ଅଲଗା ହୋଇଯାଏ କାରଣ

(କ) ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳ (ଖ) ଶ୍ୟାନ (viscous) ବଳ

(ଗ) କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳ (ଘ) ଯାନ୍ତ୍ରିକ ବଳ

5.5 କୋଣୀୟ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତର ପରିମାପ ହେଉଛି

(କ) $^1LT^{-2}]$ (ଖ) $^1LT^{-1o}$ (ଗ) $^1T^{-3o}$ (ଘ) $^1T^{-2o}$

5.6 କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ

(କ) ବସ୍ତୁ ବୃତ୍ତାକାରରେ ଗତି କରୁଥିବା ସମୟରେ

(ଖ) ବାହ୍ୟ କାରକ ଉପରେ ଯାହା କୋଣୀୟ ଗତି ସୃଷ୍ଟି କରେ

(ଗ) ଉଭୟ ବସ୍ତୁ ଏବଂ ବାହ୍ୟ କାରକ ଉପରେ

(ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

5.7 ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ τ, ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ I ଏବଂ କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ କ'ଣ

(କ) $\tau=I^2\alpha$ (ଖ) $\tau=\frac{I^2}{\alpha}$ (ଗ) $\tau=\frac{I}{\alpha}$ (ଘ) $\tau=I\alpha$

5.8 କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା କାର୍ଯ୍ୟ କରେ

(କ) ବସ୍ତୁ ବୃତ୍ତାକାର ଗତି କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରୁଛି (ଖ) ବାହ୍ୟ ଏଜେଣ୍ଟ ଯାହା ବୃତ୍ତାକାର ଗତି ସୃଷ୍ଟି କରେ

(ଗ) ଉଭୟ ବସ୍ତୁ ଏବଂ ବାହ୍ୟ ଏଜେଣ୍ଟ (ଘ) ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହେଁ

5.9 ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣର SI ଏକକ ହେଉଛି

(କ) Nm^2 (ଖ) Nm (ଗ) Nm^{-2} (ଘ) Nm^{-1}

5.10 ବଳର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅନୁରୂପ ହେଉଛି

(କ) ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ (ଖ) ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (ଗ) କୋଣୀୟ ଗତି (ଘ) କୋଣୀୟ ବେଗ

5.11 କଣିକାର କୋଣୀୟ ଗତିପରିବର୍ତ୍ତନର ହାର ନିମ୍ନ ଲିଖିତ କାହା ସହିତ ସମାନ

(କ) ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ କୋଣୀୟ ବେଗର ଉତ୍ପାଦ (ଖ) ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ କୋଣୀୟ ବେଗର ଉତ୍ପାଦ

(ଗ) ଏହା ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ (ଘ) ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଗତିଶୀଳ ଶକ୍ତି

5.12 ଏକ ବସ୍ତୁତ୍ୱ m X-ଅକ୍ଷ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଭାବରେ ଏକ ନିରନ୍ତର ବେଗ ସହିତ ଗତି କରୁଛି । ଏହାର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ହେଉଛି

(କ) ଶୂନ (ଖ) ଅପରିବର୍ତ୍ତୀତ (ଗ) ବୃଦ୍ଧି ପାଉଥାଏ (ଘ) ହ୍ରାସ ପାଉଥାଏ

5.13 କୋଣୀୟ ବେଗ ω ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ I ଥିବା m ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଗତିଶୀଳ ଶକ୍ତି ନିମ୍ନ ଲିଖିତ କାହା ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଇପାରିବ,

(କ) $\frac{1}{2}(I\omega)^2$ (ଖ) $\frac{1}{2}I\omega^2$ (ଗ) $I\omega$ (ଘ) $I^2\omega$

5.14 ବେଗ v, ସଂବେଗ p ଥିବା m ବସ୍ତୁତ୍ୱର କଣିକାର r ସ୍ଥିତିରେ (ମୂଳ ଉତ୍ପତ୍ତି ଅନୁସାରେ) କୋଣୀୟ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିମ୍ନ ଲିଖିତ କାହା ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଇପାରିବ,

(କ) mvr (ଖ) $r \times p$ (ଗ) $v \times p$ (ଘ) mv/r

5.15 ଏକ କଣିକା r ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ନିରନ୍ତର କୋଣୀୟ ବେଗ ସହିତ ଗତି କରେ । ଏହାର ରୈଖିକ ବେଗ ହେଉଛି

(କ) $r\omega$ (ଖ) r/ω (ଗ) ω/r (ଘ) $r\omega^2$

5.16 କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ନିମ୍ନ ଲିଖିତ କାହା ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଇପାରିବ,

(କ) $\frac{mv^2}{r}$ (ଖ) $\frac{v^2}{r}$ (ଗ) $mr^2\omega^2$ (ଘ) mgr

5.17 ଯେତେବେଳେ ଏକ ବାଲ୍ଟିରେ ପାଣି ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ ଘୂରି ବୁଲୁଥାଏ, ଉପର ସ୍ତରର ପାଣି ଗତିର ଶୀର୍ଷରେ ପଡେ ନାହିଁ କାରଣ

(କ) ଜଳ ଉପରେ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ଜଳର ଓଜନଠାରୁ ଅଧିକ

(ଖ) ଜଳ ଉପରେ ଥିବା କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ଜଳର ଓଜନଠାରୁ କମ୍

(ଗ) ବାୟୁମଣ୍ଡଳର ଚାପ ଓଜନକୁ ପ୍ରତିରୋଧ କରେ

(ଘ) ଜଳ ଉପରେ କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳ ଜଳର ଓଜନଠାରୁ ଅଧିକ

5.18 କୋଣୀୟ ବେଗର ପରିମାପ ହେଉଛି

(କ) ଶୂନ (ଖ) $^1LT^{-1o}$ (ଗ) $^1T^{-1o}$ (ଘ) $^1L^{-1o}$

5.19 ଏକ କଣିକା r ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ପଥ ଚାରିପାଖରେ ସମାନ ଭାବରେ ଗତି କରୁଛି (v = ରୈଖିକ ବେଗ, = କୋଣୀୟ ବେଗ) ତେବେ

(କ) $\omega = \frac{v}{r}$ (ଖ) $\omega = vr$ (ଗ) $\omega = \frac{r}{v}$ (ଘ) $\omega = \frac{r^2}{v}$

5.20 ଘଣ୍ଟାର ଦ୍ୱିତୀୟ କଣ୍ଟାର କୋଣୀୟ ବେଗ ହେଉଛି

(କ) 2π rad/s (ଖ) $\frac{\pi}{30}$ rad/s (ଗ) $\frac{\pi}{3}$ rad/s (ଘ) $\frac{\pi}{6}$ rad/s

5.21 ଏକ କଣିକା X ଅକ୍ଷ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ରହି କ୍ରମାଗତ ବେଗ ସହିତ ଗତି କରୁଛି । ମୂଳ ଉତ୍ପତ୍ତି ଅନୁସାରେ ଏହାର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ

(କ) ଶୂନ (ଖ) ଅପରିବର୍ତ୍ତୀତ (ଗ) ବୃଦ୍ଧି ପାଉଥାଏ (ଘ) ହ୍ରାସ ପାଉଥାଏ

5.22 ଏକ ବସ୍ତୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅଧୀନରେ ଅଛି । ଏହାର ରୈଖିକ ବେଗ v ଏହାର କୋଣୀୟ ବେଗ ω ସହିତ ω = v/r ଦ୍ୱାରା ଜଡିତ ଯେଉଁଠାରେ r ଅକ୍ଷରୁ କଣିକାର ଦୂରତା । ତା'ପରେ

(କ) $\omega \propto \frac{1}{r}$ (ଖ) $\omega \propto r$ (ଗ) $\omega = 0$ (ଘ) ω ଓ r ସ୍ୱାଧୀନ ଅଟନ୍ତି

5.23 ଦିଆଯାଇଥିବା ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ପ୍ରଣାଳୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ବଜାୟ ରଖିବାପାଇଁ କେଉଁଟି ପ୍ରୟୋଗ କରାଯିବା ଆବଶ୍ୟକ?

(କ) ବଳ (ଖ) ସଂବେଗ (ଗ) ବେଗ (ଘ) ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ

5.24 ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ବାହୁ ବିସ୍ତାର କରି ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନଶୀଳ ବୃତ୍ତାକାର ଟେବୁଲ ଉପରେ ବସିଛନ୍ତି ଏବଂ ହଠାତ୍ ସେ ଦୁଇହାତକୁ ଶରୀରର ନିକଟତର କରିବାପାଇଁ ବାହୁ ବନ୍ଦ କରନ୍ତି । ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ

(କ) ବୃଦ୍ଧି ହେବ (ଖ) ହ୍ରାସ ହେବ

(ଗ) ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିବ (ଘ) ପୂର୍ବାନୁମାନ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ

5.25 ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ତାରର ବ୍ୟାସ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (ବସ୍ତୁତ୍ୱ = M, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = R)

(କ) 1/2 MR^2 (ଖ) 1/4 MR^2 (ଗ) 2 MR^2 (ଘ) MR^2

5.26 ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର ତାରର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏବଂ ତାରର ସମତଳ କୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (ବସ୍ତୁତ୍ୱ = M, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r)

(କ) $\frac{1}{4}Mr^2$ (ଖ) $\frac{1}{2}Mr^2$ (ଗ) $\frac{2}{5}Mr^2$ (ଘ) Mr^2

ଏକାଧିକ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର

5.1 (ଘ), 5.2 (ଖ), 5.3 (ଖ), 5.4 (ଗ), 5.5 (ଘ), 5.6 (ଏ), 5.7 (ଘ), 5.8 (ଖ), 5.9 (ଖ), 5.10 (କ), 5.11 (ଗ), 5.12 (କ), 5.13 (ଖ), 5.13 (ଖ), 5.14 (କ), 5.15 (କ), 5.16 (କ), 5.17 (ଘ), 5.18 (ଗ), 5.19 (କ), 5.20 (ଖ), 5.21 (ଗ), 5.22 (କ), 5.23 (ଘ), 5.24 (ଗ), 5.25 (ଖ), 5.26 (ଘ)

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରର ପ୍ରଶ୍ନ

ବର୍ଗ I

5.1 କୋଣୀୟ ବେଗ ଏବଂ କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ସମ୍ପର୍କ ଖୋଜ ।

5.2 ଏକ ଚିତ୍ର ସହିତ ସମାନ ବୃତ୍ତାକାର ଗତି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର।

5.3 (i) ବଳଯୁଗ୍ମ ଏବଂ (ii) ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦେଖ ।

5.4 ଗାଣିତିକ ରୂପ ସହିତ ଏକ ବଳର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କିମ୍ବା ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ଏବଂ SI ଏକକ ମଧ୍ୟ ଉଲ୍ଲେଖ କର ।

5.5 ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମ୍ପର୍କଗୁଡିକ ପ୍ରତିପାଦନ କର –

i) ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ,

ii) ରୈଖିକ ଏବଂ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ଏବଂ

iii) ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ।

5.6 କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଏବଂ କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦେଖାଅ ।

5.7 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ଏବଂ ଏହାର SI ଏକକ ଲେଖ ।

5.8 ରୈଖିକ ବେଗ ଦୃଷ୍ଟିରୁ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣର ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଲେଖ।

5.9 କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳର ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଲେଖ ।

5.10 କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ଏବଂ ଏହାର SI ଏକକ ପ୍ରକାଶ କର ।

5.11 କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତିକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର।

5.12 ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ସମ୍ପର୍କ ଖୋଜ।

5.13 ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନଶୀଳ ବସ୍ତୁରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ଶବ୍ଦ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

5.14 ନିମ୍ନଲିଖିତ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ସେମାନଙ୍କ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା କର ।
i) ଏକ ଛଡ, ii) ବୃତ୍ତାକାର ଲାମିନା, iii) ଗୋଲାକାର ଖୋଳପା, iv) କଠିନ ସ୍ତମ୍ଭକ ଏବଂ v) କଠିନ ଗୋଲକ ।

5.15 କୋଣୀୟ ବେଗ ω ସହିତ ଏକ ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଥିବା ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ଗଣନା କରନ୍ତୁ । ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

5.16 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣରେ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ସମାନ୍ତରାଳ ଏବଂ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଅକ୍ଷର ପ୍ରମେୟ ପ୍ରମାଣ କର ।

5.17 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା କର
କ) ଏକ ବଳୟାକାର ରିଙ୍ଗ୍ ର ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ i) ଯାହାକି ଏହାର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଛି ଏବଂ ଏହାର ସମତଳ କୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ii) ଏହାର ଏକ ବ୍ୟାସ ।
ଖ) ଏକ ପତଳା କୁଣ୍ଡଳାକାରଖୋଳର ଏକ ବ୍ୟାସ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏବଂ i) ଏକ କଠିନ ଗୋଲକ ଏବଂ ii) ଏକ ମୋଟା ଖୋଳ ର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ।

ବର୍ଗ *II*

5.18 ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ ସହିତ ଜଡିତ । ଏହାର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରଦାନ କର ।

5.19 କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ଏକ କାର୍ଯ୍ୟ ବଳ ନୁହେଁ । ଏହାର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରଦାନ କର ।

5.20 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏକ ଆଦିଶ ନା ସଦିଶ ପରିମାଣ? ନିଜ ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରମାଣ କର ।

5.21 ଯଦି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ସ୍ଥିର ଅଛି, ତେବେ ଏହାର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ସ୍ଥିର ରହିବ କି?

5.22 କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳକୁ କାହିଁକି କଳ୍ପିତ ବଳ କୁହାଯାଏ?

5.23 ପୃଥିବୀ କାହିଁକି ବିଷୁବରେଖାରେ ଫୁଲିଯାଏ ଏବଂ ମେରୁରେ ସମତଳ ହୋଇଯାଏ?

5.24 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱପାଇଁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅନୁରୂପ – ବିବୃତ୍ତି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

ଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନ

5.1 ଏକ ବିଦ୍ୟୁତ ମୋଟରର ଛିଦ୍ରଣ, 350 Wର ଦକ୍ଷତା ହେଉଛି 35% । ଯଦି ଏହା 3000 r.p.m. ରେ କାମ କରୁଛି ତେବେ ଏହା କେତେ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଉତ୍ପାଦନ କରିବ? [ଉତ୍ତର: 0.39 ଏନ-ମି]

5.2 50 ଗ୍ରାମର ଏକ ବସ୍ତୁ 50 ଆରପିଏମ୍ ର କୋଣୀୟ ବେଗ ସହିତ 100 ସେମି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥରେ ସମାନ ଭାବରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି । ଏହା ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ଗଣନା କର।

5.3 ଯଦି ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏହାର ପୂର୍ବ ମୂଲ୍ୟର 1/2 କୁ ସଙ୍କୁଚିତ ହୁଏ, ତେବେ ଗୋଟିଏ ଦିନର ଲମ୍ବ ଗଣନା କର।

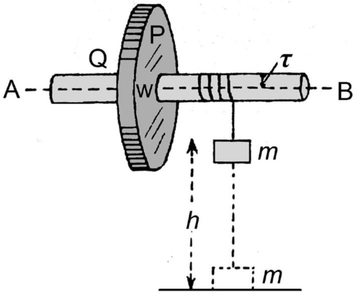
5.4 ଚାରୋଟି ଗୋଲକ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାସ 2a ଏବଂ ବସ୍ତୁତ୍ୱ m, b ପାର୍ଶ୍ୱର ଏକ ବର୍ଗର ଚାରି କୋଣରେ ସେମାନଙ୍କ କେନ୍ଦ୍ରଗୁଡିକ ସହିତ ରଖାଯାଇଛି ।
ବର୍ଗର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ପ୍ରଣାଳୀର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା କର ।

[Ans: $\frac{2}{5}m(4a^2+5b^2)$]

ବ୍ୟବହାରିକ

1. ଗତିପାଳକ ଚକ୍ର (Flywheel)ର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ

ତତ୍ତ୍ୱ



ଚିତ୍ର। (ମୁଁ)

ଏକ ଗତିପାଳକ ଚକ୍ର ମୂଳତଃ ଏକ ଭାରୀ ଚକ (W) ଭୂସମାନ୍ତର ଅକ୍ଷ (AB) ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାକୁ ସକ୍ଷମ । ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ଲମ୍ବା ସଂକୀର୍ଣ୍ଣ ଚକ Q ର ଅକ୍ଷ ଯାହାକୁ ଅଖ(axel) କୁହାଯାଏ । ଅକ୍ଷ AB ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଗତିପାଳକ ଚକ୍ରର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବାକୁ, ଏକ ଡୋରି କିମ୍ବା ଦଉଡି ଅନେକ ଥର ଆକ୍ସଲରେ ଗୁଡ଼ା ଯାଇଛି ଏବଂ ଡୋରି କିମ୍ବା ଦଉଡି ର ମୁକ୍ତ ପ୍ରାନ୍ତରୁ m ବସ୍ତୁତ୍ୱ ନିଲମ୍ବିତ ହୋଇଛି ଏବଂ ତଳକୁ ଖସିବାକୁ ସୁବିଧା କରାଯାଇଛି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, ବସ୍ତୁକୁ ମୁକ୍ତ କଲେ ଏହା ନିଜ ଓଜନ mg ଯୋଗୁଁ ଖସିବ | ଡୋରି କିମ୍ବା ଦଉଡିର ଲମ୍ବ ଏପରି କରାଯାଇଥାଏ ଯେ ଯେତେବେଳେ ବସ୍ତୁ ଭୂମିରେ ପହଞ୍ଚିଥାଏ ସେତେବେଳେ ଡୋରି କିମ୍ବା ଦଉଡିର ଅନ୍ୟ ପ୍ରାନ୍ତ ଅଖ ଛାଡିପାରେ । ଡୋରି କିମ୍ବା ଦଉଡିକୁ n_1 ଥର ଆଚ୍ଛାଦନ ନ କରି ଗୁଡ଼ାଇ କରାଯାଇଛି ଯେପରିକି ଚକକୁ n_1 ଥର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରାଯାଇ ପାରିବ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଧରାଯାଉ ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ଚଟାଣରୁ h ଉଚ୍ଚତାରେ ଅଛି । ଯେତେବେଳେ ଏହା ଗତିପାଳକ ଚକ୍ରର ଅଖରେ ଏକ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରୟୋଗ କରେ ସେତେବେଳେ ଏହା ତଳକୁ ଖସିବାରେ ଲାଗିବ । ଏହି ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱାରା ଗତିପାଳକ ଚକ୍ର ଏକ କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ କରି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ । ଯେତେବେଳେ ଖିଲ ପେଗ୍ ଆକ୍ସଲକୁ ଅଲଗା କରେ ଯଦି ω ସେହି ସମୟରେ ଚକର କୋଣୀୟ ବେଗକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନପାଇଁ ଘର୍ଷଣ ବିରୁଦ୍ଧରେ କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟ W ହୁଏ, ତେବେ ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖିପାରିବା -

$$mgh=\frac{1}{2}mr^2\omega^2+\frac{1}{2}I\omega^2+n_1W \qquad \text{(i)}$$

ଧରାଯାଉ, ଚକ ବନ୍ଦ ହେବା ପୂର୍ବରୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ କରିଥିବା ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସଂଖ୍ୟା n_2 ହେଉ । ଯେହେତୁ ବିଶ୍ରାମ ନେବା ସମୟରେ ଗତିପାଳକ ଚକ୍ରର ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ବିଚ୍ଛିନ୍ନ ହୋଇଯାଏ, ଆମେ ଲେଖିପାରିବା,

$$\frac{1}{2}I\omega^2=n_2W \qquad \text{(ii)}$$

ଏହିପରି,

$$mgh=\frac{1}{2}mr^2\omega^2+\frac{1}{2}I\omega^2+\frac{n_1}{2n_2}I\omega^2=\frac{1}{2}mr^2\omega^2+\frac{1}{2}I\omega^2\left(1+\frac{n_1}{n_2}\right)$$

କିମ୍ବା,

$$I=\frac{2mgh-mr^2\omega^2}{\omega^2\left(1+\frac{n_1}{n_2}\right)}=\frac{\frac{2mgh}{\omega^2}-mr^2}{\left(1+\frac{n_1}{n_2}\right)} \qquad \text{(iii)}$$

ଯେଉଁଠାରେ, h = ଚଟାଣରୁ ଉଚ୍ଚତା,

I = ଅକ୍ଷ AB ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଗତିପାଳକ ଚକ୍ରର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ,

ω = ଯେତେବେଳେ ବସ୍ତୁ ଭୂମିକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରିବାକୁ ଯାଉଛି, ଏହାର କୋଣୀୟ ବେଗ,

r = ଅଖର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ,

m = ଡୋରି କିମ୍ବା ଦଉଡି ମାଧ୍ୟମରେ ନିଲମ୍ବିତ ବସ୍ତୁତ୍ୱ,

n_1 = ଅକ୍ଷରେ ଗୁଡ଼ାଯାଇଥିବା ଡୋରି କିମ୍ବା ଦଉଡି ର ଘୂର୍ଣ୍ଣନସଂଖ୍ୟା ଏବଂ

n_2 = ବସ୍ତୁ ଅଲଗା କରିବା ପରେ ଗତିପାଳକ ଚକ୍ର ବନ୍ଦ ହେବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦୋଳନର ସଂଖ୍ୟା

କୋଣୀୟ ବେଗ ω ମାପିବାପାଇଁ, ଯେତେବେଳେ ଦଉଡି ଚକ ଛାଡିଥାଏ, ଚକର ପରିଧି ଉପରେ ଏକ ଚିହ୍ନ ଦିଆଯାଏ । ତା'ପରେ ଚକକୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରି ଘର୍ଷଣ ହେତୁ ବିଶ୍ରାମକୁ ଆସିବାକୁ ଦିଆଯାଉ । ଧରାଯାଉ, n_2 ହେଉଛି ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ t ହେଉଛି ସମୟ ।

ତେବେ ଚକର ହାରାହାରି କୋଣୀୟ ବେଗ= $\frac{2\pi n_2}{t}$ rad/s

ଚକର ସର୍ବାଧିକ କୋଣୀୟ ବେଗ (ଯେତେବେଳେ ଦଉଡି ଆକ୍ସଲ୍ ଛାଡିଥାଏ) ର ଅଧା ସହିତ ସମାନ

ତେଣୁ, $$\omega = 2 \times \frac{2\pi n_2}{t} = \frac{4\pi n_2}{t} \qquad \text{(iv)}$$

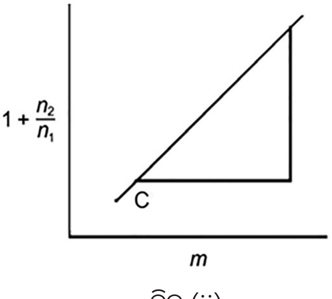
ଏବଂ, $$h = 2\pi r n_1 \qquad \text{(v)}$$

ଏବଂ, $$I = \frac{\frac{2mg(2\pi r n_1)t^2}{(4\pi n_2)^2} - mr^2}{\left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right)} = \frac{mr\left(\frac{gt^2}{4\pi}\frac{n_1}{n_2^2} - r\right)}{\left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right)}$$

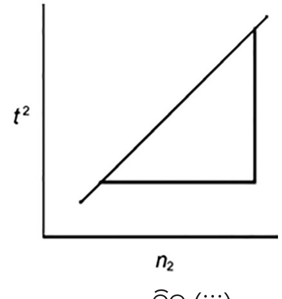
∴ $$I = \frac{mrgt^2 n_1}{4\pi n_2^2\left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right)} = \frac{mrgt^2}{4\pi n_2^2\left(1 + \frac{n_2}{n_1}\right)}$$ [ଯେହେତୁ, $\frac{gt^2}{4\pi}\frac{n_1}{n_2^2} >> r$] (vi)

ପଦ୍ଧତି

1. ବିଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁପାଇଁ ଭର୍ନିଅର୍ କ୍ୟାଲିପର୍ସ ସାହାଯ୍ୟରେ ଅଖ ର ବ୍ୟାସ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରନ୍ତୁ ଏବଂ ତା'ପରେ ଏହାର ମାଧ୍ୟମାନ ଗଣନା କର ।
2. ଗତିପାଳକ ଚକ୍ର ସହିତ ବସ୍ତୁ ସଂଲଗ୍ନ କରିବା, ଡୋରି କିମ୍ବା ଦଉଡିକୁ n_1 ସଂଖ୍ୟକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନସଂଖ୍ୟାପାଇଁ ଅଖ ଗୁଡ଼ାନ୍ତୁ.



ଚିତ୍ର (ii)



ଚିତ୍ର (iii)

3. ବସ୍ତୁ କୁ ଖସିବାକୁ ଦିଅ ।
4. ବସ୍ତୁ ଖସିବା ପରେ, ଗତିପାଳକ ଚକ୍ର ବନ୍ଦ ନ ହେବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହାର ଘୂର୍ଣ୍ଣନସଂଖ୍ୟା (n_2) ଏବଂ ଅନୁରୂପ ସମୟ (t_2) ଲେଖ ।

5. ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁତ୍ୱ (m)ପାଇଁ ଶେଷ ତିନୋଟି ପଦକ୍ଷେପ ପୁନରାବୃତ୍ତି କର ସମାନ n_1ପାଇଁ ।
6. ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ବନାମ $\left(1+\frac{n_2}{n_1}\right)$ ମଧ୍ୟରେ ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ କର [ଚିତ୍ର (ii)] ଏବଂ n_2 ବନାମ t_2 ମଧ୍ୟରେ [ଚିତ୍ର (iii)] । ପ୍ରତ୍ୟେକ n_1ପାଇଁ ଗ୍ରାଫ୍ ଅଲଗା ହେବା ଉଚିତ୍ ।

ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ

ତାଲିକା 1: ଆକ୍ସେଲର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ନିର୍ଣ୍ଣୟ

ଭର୍ନିୟରର ସର୍ବନିମ୍ନ ଗଣନା = ... cm

କ୍ରମାଙ୍କ	ମୁଖ୍ୟ ସ୍କେଲ୍ ପଠନ	ଭର୍ନିଅର୍ ସ୍କେଲ୍ ପଠନ	ସମୁଦାୟ ପଠନ
1			
2			
3			
4			
5			
6			

ତେଣୁ, ଅଖର ବ୍ୟାସ (D) = ସମୁଦାୟ ପଠନର ମାଧମାନ = ... cm,

ତେଣୁ ଅଖର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (r = D/2) = ... cm ।

ତାଲିକା 2: n_2 ଏବଂ t ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ

କ୍ରମାଙ୍କ	n_1	n_2	m	t	$1 + n_2/ n_1$	t_2
1						
2						
3						
4						
5						
6						

ଗଣନା

ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଫର୍ମୁଲା ସହ ଗଣନା କରାଯାଇପାରିବ :

$$I=\frac{m r g t^1}{4\pi n_2^1\left(1+\frac{n_2}{n_1}\right)}$$

ସତର୍କତା

1. ଗତିପାଳକ ଚକ୍ରରେ ସର୍ବନିମ୍ନ ଘର୍ଷଣ ହେବା ଉଚିତ୍ ।
2. ଚଟାଣରୁ ଅଖର ଉଚ୍ଚତା ଠାରୁ ଡୋରିର ଲମ୍ବ ଛୋଟ ହେବା ଉଚିତ୍ ।
3. ଡୋରିରେ କୌଣସି ମୋଡ ରହିବା ଉଚିତ୍ ନୁହେଁ ।
4. ଡୋରି ପତଳା ନିଆଯିବା ଉଚିତ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ଗୁଡ଼ାଇ ହେବା ଉଚିତ୍ ।
5. ଓଜନ ଲାଗିଥିବା ଡୋରି ଖସିବା ମାତ୍ରକେ ବିରାମ ଘଡି ଆରମ୍ଭ କରାଯିବା ଉଚିତ୍ ।

2. ଏକ ଆୟତାକାର ଦଣ୍ଡର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ

ଲକ୍ଷ୍ୟ

ଏକ ଆୟତାକାର ଦଣ୍ଡର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏହାର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏବଂ ସମତଳକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବା

ଉପକରଣ

ମୋଡନ ଦୋଳକ (Torsional Pendulum)

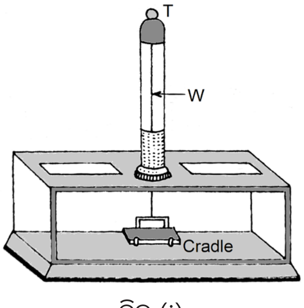
ତତ୍ତ୍ୱ

ଆମେ ମୋଡନ ଦୋଳକ ଦ୍ୱାରା ନିୟମିତ କିମ୍ବା ଅନିୟମିତ ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିପାରିବା । କେବଳ ଏହା ଏକ ତାର W ଟର୍ସନ୍ T ମୁଣ୍ଡରୁ ନିଲମ୍ବିତ, ଯାହା ଏକ ଦୋଳି (cradle) ଧରି ରଖିଛି [ଚିତ୍ର (i)] । ଝରକା ଥିବା ଏକ କାଚ ବାକ୍ସରେ ସମଗ୍ର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଆବଦ୍ଧ । ବ୍ୟବସ୍ଥା ଏପରି ତିଆରି ହୋଇଛି ଯେ ମୋଡନ ତାର, ଦୋଳିର ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ କେନ୍ଦ୍ର (CG) ଦେଇ ଗତି କରେ । ଯଦି ଦୋଳି ମୋଡନ ପରି ଦୋହଲିଯାଏ, ତେବେ ଏହାର ତାର, ଦୋଳନର ଅକ୍ଷ ଭାବରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ । ତାରଟି ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡରେ କଠିନ ଭାବରେ ସ୍ଥିର ହୋଇଛି ଏବଂ ଅନ୍ୟ ମୁଣ୍ଡରେ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ବସ୍ତୁ ରଖାଯାଏ, ଯେପରିକି ଏହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର ତାର ଦେଇ ଗତି କରେ । ଯେତେବେଳେ ତାରର ଶେଷଅଂଶକୁ ସ୍ଥିତିସ୍ଥାପକ ସୀମା ମଧ୍ୟରେ ଏକ ବଳଯୁଗ୍ମ ମୋଡ଼ି ଦିଅନ୍ତି, ମୋଡ଼ର କୋଣ ସହିତ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଆନୁପାତିକ ହୁଏ,

ଅର୍ଥାତ୍, $\tau \propto \theta$

କିମ୍ବା, $\tau = C\theta$ (i)

ଯେଉଁଠାରେ C = ମୋଡନୀ ସ୍ଥିରାଙ୍କ କିମ୍ବା ମୋଡ଼ର ଏକକ କୋଣପାଇଁ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ।



ଚିତ୍ର (i)

ବର୍ତ୍ତମାନ, $\tau = I\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ (ii)

କିମ୍ବା, $I\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = C\theta$

କିମ୍ବା, $\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = \dfrac{C}{I}\theta = \omega^2\theta$

ତେଣୁ, କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ, କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ ସହିତ ଆନୁପାତିକ ।

ତେଣୁ, ଏହା ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି । ଦୋଳନର ସମୟ ଅବଧି ହେଉଛି

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}} \qquad (iii)\ (a)$$

a) ଯଦି I_1 ଦୋଳିର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହୁଏ ଏବଂ T_1 ସେତେବେଳେ ଏହାର ଦୋଳନର ସମୟ ଅବଧି ହୁଏ

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{C}} \qquad (iii)\ (b)$$

b) ବର୍ତ୍ତମାନ, ଏକ ଆୟତାକାର ଦଣ୍ଡ ନିଅ । ଏହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ M, ଲମ୍ବ l ଏବଂ ପ୍ରସ୍ଥ b ଖୋଜ । ଏହାର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏବଂ ଏହାର ସମତଳକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ I_2 ହେଉ । ଆମର ଅଛି

$$I_2 = \frac{M}{12}\left(l^2 + b^2\right) \qquad (iv)$$

ଏହି ଦଣ୍ଡ କୁ ଦୋଳି ଉପରେ ରଖାଯାଉ ଯେପରି ତାର W ଏହାର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଗତି କରିବ । ଏହାର ଦୋଳନର ସମୟ ଅବଧି T_2 ମାପ କରାଯାଉ । ତା'ପରେ,

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1 + I_2}{C}} \qquad (v)$$

ଗ) ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ଦଣ୍ଡ ଅପସାରଣ କରାଯାଏ ଏବଂ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ଦଣ୍ଡକୁ ସଠିକ୍ ଭାବରେ ଦୋଳି ଉପରେ ରଖାଯାଏ । ଏହାର ଦୋଳନର ସମୟ ଅବଧି T_3 ପୁନଃ ମାପ କରାଯାଏ ।

ତେଣୁ, $$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1 + I_3}{C}} \qquad (vi)$$

ତେଣୁ, ସମୀକରଣ (iii) (b), (v) ଏବଂ (vi) ରୁ ଆମେ ପାଇଥାଉ,

$$I_3 = \frac{T_3^2 - T_2^2}{T_2^2 - T_1^2} I_2 \qquad (vii)$$

ପଦ୍ଧତି

1. ଜଣାଶୁଣା ଏକ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ (M) ଏକ ସ୍ଥୂଳ ସନ୍ତୁଳନ କିମ୍ବା କମାନୀ ନିକିତିଦ୍ୱାରା ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ହୁଏ ଯେତେବେଳେ ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ (b) ଏବଂ ଲମ୍ବ (l) ଯଥାକ୍ରମେ ଏକ ସ୍ଲାଇଡ୍ କାଲିପର୍ ଏବଂ ସାଧାରଣ ମିଟର ସ୍କେଲ୍ ଦ୍ୱାରା ମାପ କରାଯାଏ । ଯଦି ଜଣାଶୁଣା ବସ୍ତୁର ଲମ୍ବ ଛୋଟ ତେବେ ଏହାକୁ ଏକ ସ୍ଲାଇଡ୍ କାଲିପର୍ ଦ୍ୱାରା ମାପ କରାଯିବା ଉଚିତ୍ । ତା'ପରେ ଏହାର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ I_2 ସମ୍ପର୍କ (4) ରୁ ଗଣନା କରାଯାଏ ।
2. କେବଳ ଦୋଳି, ଛୋଟ କୋଣୀୟ ବିସ୍ତାର ସହିତ ମୋଡନ ଦୋଳକ କରାଯାଏ ଏବଂ 30 ଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଦୋଳନପାଇଁ ସମୟ ତିନିଥର ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଏ । ଏହି ତିନୋଟିର ଅର୍ଥ ଯେତେବେଳେ 30 ଦ୍ୱାରା ବିଭକ୍ତ ହୁଏ ଆମେ ଦୋଳିର ଅବଧି T_1, ପାଇଥାଉ ।
3. ଜଣାଶୁଣା ବସ୍ତୁକୁ ତା'ପରେ ଦୋଳି ଏବଂ ଦୋଳନର ଅବଧି ଉପରେ ଭୂସମାନ୍ତର ଭାବରେ ରଖାଯାଏ । ଦୋଳି ଏବଂ ଜଣାଶୁଣା ବସ୍ତୁର ଏକତ୍ର T_2 ପୂର୍ବ ପରି ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ହୁଏ ।
4. ଜଣାଶୁଣା ବସ୍ତୁ ତା'ପରେ ଅଜ୍ଞାତ ବସ୍ତୁ ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଯାଏ । ଦୋଳି ଏବଂ ଅଜ୍ଞାତ ବସ୍ତୁର ସମାନ ଭାବରେ ଦୋଳନର ଅବଧି । T_3, ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ କରାଯାଏ ।

ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ

ଦଣ୍ଡ ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ = ... କିଲୋଗ୍ରାମ

ଦଣ୍ଡ ର ଲମ୍ବ = $l = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{3} =$ ..... ସେମି =... m.

ଦଣ୍ଡ ର ପ୍ରସ୍ଥ = $b = \frac{b_1 + b_2 + b_3}{3}$ = ... ସେମି =... m.

ଏହାର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏବଂ ଏହାର ସମତଳକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଅକ୍ଷ ର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦଣ୍ଡ ର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି,

$$I_2 = \frac{M}{12}\left(l^2 + b^2\right) =$$ ..... Kg-m2.

ତାଲିକା 1: ଦୋଳନର ଅବଧିର ସଂକଳ୍ପ

ଦୋହଲିବା ବସ୍ତୁ	30 ଟି ଦୋଳନପାଇଁ ସମୟ	ମାଧମାନ ସମୟ (Y) s	ଆବର୍ତ୍ତନ T (= T/30) ରେ
ଦୋଳି			¾ T_1
ଦୋଳି + ଆୟତାକାର ଦଣ୍ଡ			= T_2
ଦୋଳି + ଅଜ୍ଞାତ ଦଣ୍ଡ			= T_3

ଗଣନା

ଉପରୋକ୍ତ ତାଲିକାରୁ T_1, T_2, ଏବଂ T_3 ଗଣନା କରି ଏବଂ I_2 ମୂଲ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରି, ଫର୍ମୁଲା ଦ୍ୱାରା ଆମେ I_3 ଗଣନା କରିପାରିବା;

$$I_3 = \frac{T_3^2 - T_2^2}{T_2^2 - T_1^2} I_2$$

ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣର ଡାହାଣ ପଟେ ମୂଲ୍ୟ ପକାଗଲେ, I_3 Kg-m² ରେ ମିଳିପାରିବ ।

ମୌଖିକ ପ୍ରଶ୍ନ

1. ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ, ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣପାଇଁ ଏକକ ଗୁଡିକ ଉଲ୍ଲେଖ କର ।
2. ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ର ଅର୍ଥ କ'ଣ? କିଛି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।
3. ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କ'ଣ?
4. ଯଦି ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁରେ ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥିବା ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱିଗୁଣିତ ହୁଏ, ତେବେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କ'ଣ ହେବ?
5. ଏହି ପରୀକ୍ଷଣରେ ଘର୍ଷଣର କ୍ଷତିପୂରଣ ସହିତ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ନିୟମରେ ଘର୍ଷଣ କ୍ଷତିପୂରଣ କୁ ତୁଳନା କର ।
6. ଏକ ଗୋଲକର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଆପଣ କିପରି ପାଇପାରିବେ?

ବ୍ୟାବହାରିକ ପାଠପାଇଁ ସନ୍ଦର୍ଭ

https://www.andrews.edu/phys/courses/p131/manual/experiment7.html

https://vlab.amrita.edu/?sub=1&brch=74&sim=571&cnt=1

ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ

ଊନବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀର ମଧ୍ୟଭାଗରେ, ଅଧିକାଂଶ ଲୋକ ଜାଣିଥିଲେ ଯେ ପୃଥିବୀ ଏହାର ଅକ୍ଷରେ ଘୂରି ବୁଲୁଛି ଏବଂ ଦିନକୁ ଥରେ ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସମାପ୍ତ କରେ । ତଥାପି, ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନର କୌଣସି ଚାକ୍ଷୁଷ ପ୍ରଦର୍ଶନ ହୋଇ ନ ଥିଲା, ପ୍ରମାଣ ଥିଲା କେବଳ ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନ।

ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ସବୁସ୍ଥାନରେ ଏକ ସାଧାରଣ ଘଟଣା । ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏକ କବାଟ ଠେଲିଥାଉ, ଏହା ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ; ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏକ ମୋଟର ସାଇକେଲ ପେଡାଲ୍ କରୁ, ଚକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ: ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏକ ଯନ୍ତ୍ର ଆରମ୍ଭ କରୁ, ଅନେକ ଅଂଶ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ; ଏକ ପରମାଣୁରେ ଇଲେକ୍ଟ୍ରନ୍ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ; H_2O ଅଣୁଗୁଡ଼ିକ ଏକ ସୂକ୍ଷ୍ମତରଙ୍ଗ (microwave)ରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରନ୍ତି ଏବଂ ଗାଲାକ୍ସିଗୁଡ଼ିକ ବ୍ରହ୍ମାଣ୍ଡରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରନ୍ତି ।

ସମସ୍ତ ଗତିକୁ ଅନୁନାଦ, ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଏବଂ କମ୍ପନରେ ଶ୍ରେଣୀଭୁକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ । ଏକ ବେସବଲ୍ ଏକ ପରିବଳୟିତ (parabolic) ପଥରେ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତି କରେ, ଏହାର କେନ୍ଦ୍ର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ(spin) କରେ ଏବଂ ଯେତେବେଳେ ଏହା ବ୍ୟାଟ୍ କୁ ଧକ୍କା ଦିଏ ସେତେବେଳେ କମ୍ପନ ହୁଏ । ପୃଥିବୀ ସୂର୍ଯ୍ୟଚାରିପାଖରେ ଏକ ଉପବୃତ୍ତୀୟ ପଥରେ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତି କରେ, ଏହାର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ ଏବଂ ଭୂମିକମ୍ପ ସମୟରେ କମ୍ପନ କରେ । N2 ଏବଂ O2 ଅଣୁଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତି ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ, ବାୟୁମଣ୍ଡଳର ତାପମାତ୍ରା ଏବଂ ତାପସଞ୍ଚଳନ (Thermodynamics) ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରନ୍ତି ଏବଂ ତେଣୁ ପାଣିପାଗ ମଧ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରନ୍ତି ।

କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ

ସାଇକେଲ କିମ୍ବା ମୋଟରସାଇକେଲ ସହିତ ଏକ ବକ୍ର ତିଆରି କରିବାପାଇଁ ଟାୟାର ଏବଂ ରାସ୍ତା ମଧ୍ୟରେ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ଘର୍ଷଣ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହାର କାରଣ ହେଉଛି ଘର୍ଷଣଶକ୍ତି କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ଶକ୍ତି ଦେଇଥାଏ ଯାହା ମୋଟରସାଇକେଲ କୁ ବକ୍ର ଗତିପଥ ଅନୁସରଣ କରାଏ । କିନ୍ତୁ ସେହି ସମୟରେ ଘର୍ଷଣଶକ୍ତି ଆରୋହୀଏବଂ ମୋଟରସାଇକେଲ କୁ ବକ୍ରର କେନ୍ଦ୍ରର ବିପରୀତ ଦିଗରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରାଏ । ସେହି ଘୂର୍ଣ୍ଣନକୁ ପ୍ରତିରୋଧ କରିବା ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ ଆରୋହୀ ମୋଟରସାଇକେଲ ସହିତ ଢଳିଥାଏ, ସେମାନଙ୍କର ଓଜନ କୁ ବିପରୀତ ଦିଗରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାର ଚେଷ୍ଟା କରାଏ ।

ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାର ଏହି ପ୍ରବୃତ୍ତି ଏକ ଶକ୍ତିଦ୍ୱାରା ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ, ଯାହାକୁ ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କୁହାଯାଏ । ମୋଟରସାଇକେଲ୍ ଦୌଡ଼ରେ ଉଚ୍ଚ ବେଗ ଅଧିକ କୋଣକୁ ସୂଚିତ କରେ ଏବଂ ମୋଟରସାଇକେଲକୁ ଅଧିକ ଢଳିବାପାଇଁ ଆରୋହୀ ପ୍ରଥମେ ବକ୍ରର ବିପରୀତ ଦିଗରେ ଚକକୁ ବୁଲାଏ, ନିଜ ଶରୀରକୁ ମୋଟରସାଇକେଲରୁ ଦୁରକୁ ବକ୍ରର କେନ୍ଦ୍ର ଦିଗରେ ଘୁଞ୍ଚାଇଦିଏ ।

ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟ

ଏକ କଣିକାପାଇଁ ମେକାନିକ୍ସର ନିୟମ ଗୁଡିକ ଏକ n ବିଭିନ୍ନ ସାମଗ୍ରୀ ଥିବା ପ୍ରଣାଳୀକୁ ବିସ୍ତାର କରାଯାଇପାରିବ । ଯେକୌଣସି ଗତିଶୀଳ ପ୍ରଣାଳୀପାଇଁ ଲାଗ୍ରେଞ୍ଜ (Lagrange)ଙ୍କର ସାଧାରଣ ସମୀକରଣ ଅଧ୍ୟୟନରେ ବିଶେଷ ଭାବରେ ଉପଯୋଗୀ ଏବଂ ଏକ କଣିକା ପ୍ରଣାଳୀପାଇଁ ସଂବେଗର ନିୟମର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ବିକାଶ, ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ସଂବେଗର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣପାଇଁ ସମାନ୍ତରାଳ ଫଳାଫଳର ସ୍ୱାଧୀନ ଉପସ୍ଥାପନାପାଇଁ ଏକ ମୂଳଦୁଆ ଦେଇଥାଏ । ଆଭ୍ୟନ୍ତରୀଣ ତନାବ ଚାପ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ଶକ୍ତି ଉତ୍ପାଦନ କରେ ଯାହା ଏକ ପ୍ରଚକ୍ରିତ (spinning) ବସ୍ତୁକୁ ଏକାଠି ରଖେ ।

ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁ ଉପରେ ଚାପର ପ୍ରଭାବ ନଥାଏ କିନ୍ତୁ ଯଦି ବସ୍ତୁ କଠିନ ନହୁଏ ତେବେ ଏହି ଚାପ ଏହାକୁ ଆକୃତି ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବ । ଏହାକୁ "କେନ୍ଦ୍ରାପସାରୀ ବଳ" ହେତୁ ବସ୍ତୁର ଆକୃତି ପରିବର୍ତ୍ତନ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରିବ । ପରସ୍ପର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଥିବା ମହାକାଶୀୟ ବସ୍ତୁ ପ୍ରାୟତଃ ଏଲିପ୍ଟିକ୍ କକ୍ଷପଥ ଅନୁସରଣ କରନ୍ତି । ଏକ ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷ ଯାହା ବସ୍ତୁର କେନ୍ଦ୍ର ଦେଇ ଗତି କରେ ଏହାର ସମତଳକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ, ତାହାର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣ ହେଉଛି ବୃତ୍ତାକାର କକ୍ଷପଥ ।

ମହାକାଶୀୟ ବସ୍ତୁର ପ୍ରଚକ୍ରିତପାଇଁ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଉଥିବା ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳ, ମହାକାଶୀୟ ବସ୍ତୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ ପ୍ରଦାନ

କରେ । ଜଳରେ ଘୁରୁଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁ, ଆକାର ନିର୍ବିଶେଷରେ, ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାକୁ ସର୍ବନିମ୍ନ 3 ଘଣ୍ଟା ଏବଂ 14 ମିନିଟ୍ ସମୟ ଆବଶ୍ୟକ କରେ । ଯଦି ତରଳର ଘନତା ଅଧିକ ହୁଏ ତେବେ ସମୟ କମ୍ ହୋଇପାରେ ।

ତତ୍ତ୍ୱ

ଗତିଶୀଳତାର ଅଧ୍ୟୟନକୁ ଦୁଇ ବର୍ଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ; ରୈଖିକ ଗତିଶୀଳତା ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିଶୀଳତା । ରୈଖିକ ଗତିଶୀଳତା ଏକ ରେଖାରେ ଗତି କରୁଥିବା ବସ୍ତୁସହିତ ଜଡିତ ଏବଂ ବଳ, ବସ୍ତୁ, ଜଡତ୍ୱ, ବିସ୍ଥାପନ, ବେଗ, ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ଏବଂ ଗତି ପରି ବିଷୟଗୁଡ଼ିକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରେ । ଅପରପକ୍ଷରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିଶୀଳତା, ଏକ ବକ୍ର ପଥରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କିମ୍ବା ଗତି କରୁଥିବା ଏବଂ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ , ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ, ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଜଡତ୍ୱ, କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ, କୋଣୀୟ ବେଗ, କୋଣୀୟ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ଏବଂ କୋଣୀୟ ଗତି ପରି ବିଷୟଗୁଡ଼ିକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରେ ।

ପାରମ୍ପାରିକ ବିଦ୍ୟୁତ ଚୁମ୍ବକତ୍ୱ (electromagnetism)ପାଇଁ, ମ୍ୟାକ୍ସୱେଲଙ୍କ ଶୁଦ୍ଧଗତିବିଜ୍ଞାନ (kinematics)ରେ ସମୀକରଣ ଜଡିତ । ପାରମ୍ପାରିକ ପ୍ରଣାଳୀର ଗତିଶୀଳତା ଯେଉଁଠାରେ ଉଭୟ ମେକାନିକ୍ସ ଏବଂ ବିଦ୍ୟୁତ ଚୁମ୍ବକତ୍ୱ ଜଡିତ ଅଛି ସେଥିରେ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ନିୟମ, ମ୍ୟାକ୍ସୱେଲଙ୍କ ସମୀକରଣ ଏବଂ ଲୋରେଣ୍ଟଜ୍ ବଳର ମିଶ୍ରଣ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ଇତିହାସ

ଗାଲିଲିଓଙ୍କ ସମୟ ର ପ୍ରାରମ୍ଭରେ, ବୈଜ୍ଞାନିକମାନେ ବସ୍ତୁ ପକାଇ ଏବଂ ଏହା କେତେ ପୂର୍ବ ଦିଗରେ ଖସି ପଡିଲା ତାହା ମାପି ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିଥିଲେ । ତଥାପି, ଏହି ପ୍ରୟାସ ଏତେ ଅଶୋଧିତ ଏବଂ ଭୁଲ୍ ଥିଲା ଯେ ନିର୍ଣ୍ଣାୟକ ହେବା ଅତ୍ୟନ୍ତ କଷ୍ଟକର ହୋଇଗଲା ।

ସମୟ ଧାରା

1742: କଲିନ୍ ମାକ୍ଲାଉରିନ୍ ସମାନ ଭାବରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଥିବା ଆତ୍ମ-ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ କାରୀ ସ୍ଫେରୋଇଡ୍ ଆବିଷ୍କାର କଲେ ।

1760: ୟୁଲର୍ 3-ବସ୍ତୁ ସମସ୍ୟା ।

1834: କାର୍ଲ ଜାକୋବି ସମାନ ଭାବରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନକରୁଥିବା ଆତ୍ମ-ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ କାରୀ ଏଲିପ୍ସୋଇଡ୍ ଆବିଷ୍କାର କଲେ ।

1834: ଲୁଇ ପୋଇନସୋଟ୍ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଅକ୍ଷ ପ୍ରମେୟର ଏକ ଉଦାହରଣ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କଲେ ।

ପ୍ରୟୋଗ (ବାସ୍ତବ ଜୀବନ / ଉଦ୍ୟୋଗ)

ଏକ ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷ ଚାରିପାଖରେ, ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ସରଳ ମାମଲା ହେଉଛି କ୍ରମାଗତ କୋଣୀୟ ବେଗ ଯେତେବେଳେ ମୋଟ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଶୂନ ହୋଇଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ପୃଥିବୀ ଏହାର ଅକ୍ଷ ଚାରିପାଖରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି ଏବଂ ସେଠାରେ ବହୁତ କମ୍ ଘର୍ଷଣ ଅଛି । ଏକ ପଙ୍ଖାର ମୋଟର, ଏହାର ଘର୍ଷଣପାଇଁ କ୍ଷତିପୂରଣ ଦେବାକୁ ଏକ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରୟୋଗ କରେ । ପଙ୍ଖା ପରି, ଉତ୍ପାଦନ ଶିଳ୍ପରେ ମିଳୁଥିବା ଉପକରଣଗୁଡ଼ିକ ଏକ ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷ ଚାରିପାଖରେ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ଭାବରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରନ୍ତି । କାଟିବା, ବିରୂପଣ କରିବା ଏବଂ ମୋଡ଼ର ଉତ୍ପାଦନକୁ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ଭାବରେ ବୃଦ୍ଧି କରିବା ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ ଏହାର ଅକ୍ଷରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାପାଇଁ ଏକ ମଲ୍ଟି-ସ୍ପିଣ୍ଡଲ୍ ଲାଥ (multi-spindle lathe) ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ ।

ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଧ୍ୟୟନ (ପରିବେଶ / ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱ / ସାମାଜିକ / ନୈତିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ)

ଆସନ୍ତୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣିବଳୟ ଏବଂ ଏହାର ବିନାଶକାରୀ ପ୍ରକୃତିର ବିଚାର କରିବା । ଏହାର ଘୂର୍ଣ୍ଣିବଳୟର ତୁଳନାତ୍ମକ ବେଗ ଅଛି ଯାହା ପାରିପାର୍ଶ୍ୱିକ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଘେରି ରହିଥାଏ କିନ୍ତୁ ବେଗ ବ୍ୟତୀତ ଆହୁରି କିଛି ଅଛି । ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣିବଳୟ ହେଉଛି ବଳ, ଶକ୍ତି ଏବଂ କ୍ଷମତାର ମିଶ୍ରଣ ଯାହା ବିନାଶ ଘଟାଇବା ସମୟରେ ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣିବଳୟ ଗତିକୁ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରେ । ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିରେ ଗତି କରିବା ସମୟରେ, ବସ୍ତୁର କଣିକାଗୁଡିକ ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ପଥ ଅନୁସରଣ କରେ । କଠିନ ବସ୍ତୁର ପ୍ରତ୍ୟେକ କଣିକା ଏକ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ପଥରେ ଗତି କରେ । ଏହି ଅକ୍ଷ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠକୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଏବଂ ବୃତ୍ତାକାର ପଥର କେନ୍ଦ୍ର ଏହି ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅଛି । ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଗୋଟିଏ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିର ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଥାଇପାରେ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଏକ ଉଦାହରଣ ଅନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅକ୍ଷର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ।

ଏକ ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷ ଚାରିପାଖରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଲୋକପ୍ରିୟ ଉଦାହରଣ ହେଉଛି ପଙ୍ଖା।

ଜିଜ୍ଞାସୁତା ଏବଂ କୌତୁହଳ ବିଷୟ

'କଣିକା' ମହାକାଶରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ, ଏକ ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତିକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ। ଏହା ଗତି କରିପାରିବ କିନ୍ତୁ ଏହାର କୌଣସି ବିଶିଷ୍ଟ ଅଭିବିନ୍ୟାସ କିମ୍ବା ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଜଡତ୍ୱ ନାହିଁ। ଏହା କେବଳ ଏହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଦ୍ୱାରା ବର୍ଣ୍ଣିତ କରାଯାଏ। ଏକ ଉପଗ୍ରହର କକ୍ଷପଥ ହିସାବ କରିବାପାଇଁ ଉପଗ୍ରହର ଆଭିମୁଖ୍ୟ ଜାଣିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ନାହିଁ ଏବଂ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଉପଗ୍ରହଏହାର କକ୍ଷପଥର ପରିମାପ ତୁଳନାରେ ବହୁତ ଛୋଟ।

ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପାଠ୍ୟ
(References & Suggested Readings)

1. J. B. Marion and S. T. Thornton, Classical Dynamics of Particles and Systems, 4th Edition, Thomson, 1995.
2. K. R. Symon, Mechanics, 3rd Edition, Addison-Wesley, 1971.
3. R. A. Tenenbaum, Fundamentals of Applied Dynamics, Springer, 2004.
4. W. Winn, Introduction to Understandable Physics: Volume I – Mechanics, Author House, 2010.
5. J. Breithaupt, New Understanding Physics for Advanced Level, Nelson Thomas, 2000.
6. B. Paul, Kinematics and Dynamics of Planar Machinery, Prentice Hall, 1979.
7. D. Halliday, R. Resnick and J. Walker, Fundamentals of Physics, 7th Edition, Hoboken, NJ: Wiley, 2005.
8. A. P. French, Vibrations and Waves, Boca Raton, FL: CRC Press, 1971.
9. F. P. Beer, E. R. Johnston Jr. and P. J. Cornwell, Vector Mechanics for Engineers: Dynamics, 9th Edition, Boston: McGraw-Hill, 2010.
10. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Mechanics, Vol 1, 2nd Edition, Pergamon Press, 1969.
11. http://www.nptelvideos.com/video.php?id=1499
12. https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01sc-classical-mechanics-fall-2016/readings/MIT8_01F16 _chapter21.pdf
13. https://www2.tntech.edu/leap/murdock/books/v2chap1.pdf
14. https://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?referer=https://www.google.com/&httpsredir
15. https://www.maplesoft.com/content/EngineeringFundamentals/4/MapleDocument_30/Rotation%2

6 ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିଶୀଳତା

ୟୁନିଟ୍ ବିଷୟବସ୍ତୁ

ଏହି ୟୁନିଟରେ ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରିଛୁ:

- କଠିନ ବସ୍ତୁର ତ୍ରି-ବିମିୟ (three dimension) ଗତି ନିମ୍ନ ଦୃଷ୍ଟିରୁ
- କୋଣୀୟ ବେଗ ସଦିଶ,
- ଏହାର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହାର,
- ଜଡତ୍ୱର ମୁହୂର୍ତ୍ତ ପ୍ରଦିଶ;
- ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ତ୍ରି-ବିମିୟ ଗତି ଯେଉଁଥିରେ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଏକ ସମତଳରେ ରହି ଗତି କରେ,
- ସମମିତି ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ଗଣନା;
- ଜଡତ୍ୱର ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜ (Ellipsoid);
- ୟୁଲରଙ୍କ ଗତିର ସମୀକରଣ ।

ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାରିକ ପ୍ରୟୋଗଗୁଡିକ ଅଧିକ କୌତୁହଳ ଏବଂ ସୃଜନଶୀଳତା ସୃଷ୍ଟି କରିବା ସହିତ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଦକ୍ଷତାରେ ଉନ୍ନତି ଆଣିବାପାଇଁ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ବ୍ଲୁମ ବର୍ଗୀକରଣର ନିମ୍ନ ଏବଂ ଉଚ୍ଚ କ୍ରମ ପରେ ଦୁଇଟି ବର୍ଗରେ ଚିହ୍ନିତ, ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତର ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ ଦେବା ସହିତ ଅନେକ ସାଂଖ୍ୟିକ ସମସ୍ୟା ମାଧମରେ କାର୍ଯ୍ୟଭାର (assignment), ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ମୂଳକ ପଠନର ଏକ ତାଲିକା ଦିଆଯାଇଛି, ଯାହାଦ୍ୱାରା ଜଣେ ଅଭ୍ୟାସପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିବ । ଏହା ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଯେ ଆଗ୍ରହର ବିଭିନ୍ନ ବିଷୟ ଉପରେ ଅଧିକ ସୂଚନା ପାଇବାପାଇଁ ବିଭାଗରେ କିଛି QR ସଂକେତ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି ଯାହା ପ୍ରାସଙ୍ଗିକ ସହାୟକ ଜ୍ଞାନପାଇଁ ସ୍କାନ୍ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଶେଷରେ, ବିଷୟବସ୍ତୁକୁ ଆଧାର କରି "ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ" ବିଭାଗ ଅଛି । ଏହି ବିଭାଗକୁ ଯତ୍ନର ସହ ଡିଜାଇନ୍ କରାଯାଇଛି ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଏହି ଅଂଶରେ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଥିବା ଅନୁରୂପ (supplementary) ସୂଚନା ପୁସ୍ତକର ଉପଭୋକ୍ତାମାନଙ୍କପାଇଁ ଲାଭଦାୟକ ହେବ । ମୁଖ୍ୟତଃ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ, କିଛି ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟର ଉଦାହରଣ, ଅନୁରୂପ, ବିଷୟର ବିକାଶର ଇତିହାସ, ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଏବଂ ଅନୁସନ୍ଧାନକୁ ଧ୍ୟାନ ଦେଇ ସମ୍ପୃକ୍ତ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ବିକାଶଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଆଜିପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମୟଧାରା, ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ବାସ୍ତବ ଜୀବନପାଇଁ ବିଷୟବସ୍ତୁର ପ୍ରୟୋଗ ଏବଂ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଶିଳ୍ପ ପ୍ରୟୋଗକୁ ପରିବେଶ, ସ୍ଥିରତା, ସାମାଜିକ ତଥା ନୈତିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ ସହିତ ଜଡିତ କରି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଧ୍ୟୟନ ଏବଂ ଶେଷରେ ୟୁନିଟର ଅନୁସନ୍ଧିତ୍ସା ଏବଂ କୌତୁହଳ ବିଷୟକୁ ଆଲୋକିତ କରାଯାଇଛି ।

ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଆଧାର

ଏହି ୟୁନିଟରେ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିବିଜ୍ଞାନ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ, ତ୍ରି-ବିମିୟ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତି, ଏହାର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହାର ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୁର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରଦିଶ ବିଷୟରେ ଏକ ତାତ୍ତ୍ୱିକ ଧାରଣା ପାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ। କଠିନ ବସ୍ତୁର ତ୍ରି-ବିମିୟ ଗତିକୁ ମଧ୍ୟ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରେ ଯେଉଁଥିରେ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଏକସମତଳରେ ରହି ଗତି କରେ। ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିଶୀଳତାର ଏକ ସ୍ୱଷ୍ଟ ଧାରଣା ବିକଶିତ କରିବ ଯାହା ଯନ୍ତ୍ର ବିଜ୍ଞାନର ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଦିଗ ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ।

କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିବିଜ୍ଞାନ ଗୋଟିଏ କିମ୍ବା ଅନେକ ବସ୍ତୁର ଗତିର ଅଧ୍ୟୟନ ଯେଉଁଥିରେ ବିକୃତିକୁ ଅଣଦେଖା କରାଯାଏ। ଏକ ସମତଳ ଉପରେ କଠିନ ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ ରେଖାରେ କୋଣୀୟ ବେଗ ଏବଂ କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ ସମାନ ରହିଛି। କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତି, କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣକୁ ବିଘଟିତ ହୁଏ ଏବଂ ତା'ପରେ ସେହି ବିନ୍ଦୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନକୁ ବିଘଟିତ ହୁଏ। ଏହିପରି, କଠିନ ବସ୍ତୁର ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଗତି ଅଛି, ଯଥା, ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତି ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି। ବସ୍ତୁର ପରିମାପ ଏହାର ଗତିର ବର୍ଣ୍ଣନାପାଇଁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ନୁହେଁ, ଉଦାହରଣ: ଗ୍ରହ ଗତିରେ ଗ୍ରହଗୁଡ଼ିକୁ କଣିକା ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ। କଠିନ ବସ୍ତୁର ଏକ ସୀମିତ ଆକାର ଅଛି, ଏହା ବଦଳିଯାଏ ନାହିଁ।

ପୂର୍ବ-ଆବଶ୍ୟକୀୟ

ଗଣିତ: କଳନ (calculus) (ଦ୍ୱାଦଶ ଶ୍ରେଣୀ)

ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ: ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି (ଦ୍ୱାଦଶ ଶ୍ରେଣୀ)

ୟୁନିଟ୍ ଫଳାଫଳ

ଏହି ୟୁନିଟ ଫଳାଫଳର ତାଲିକା ନିମ୍ନମତେ ଅଟେ:

U6-O1: ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରିବାପାଇଁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତା ସଂଖ୍ୟାର ଭୂମିକା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବା।

U6-O2: ସ୍ଥାନାନ୍ତରଣ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଧାରଣା ସାହାଯ୍ୟରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ଗଡ଼ିବାର ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା।

U6-O3: ମୁଖ୍ୟ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୁର୍ଣ୍ଣର ଏବଂ କିଛି ସମାନ ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୁର୍ଣ୍ଣର ଗୁଣଫଳ।

U6-O4: ଜଟିଳ କଠିନ ବସ୍ତୁର ସମସ୍ୟାରେ ଜଡ଼ତାର ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜ ଏବଂ ଜଡ଼ତାର ପ୍ରଦିଶର ଧାରଣା ପ୍ରୟୋଗ।

U6-O5: ୟୁଲରଙ୍କ ଗତିର ସମୀକରଣ (Euler's equations of motion) ବ୍ୟବହାର କରି କଠିନ ବସ୍ତୁର ସମସ୍ୟା ବିଶ୍ଳେଷଣ।

ୟୁନିଟ୍-6 ଫଳାଫଳ	ଆଶା କରାଯାଉଥିବା ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସହ ଫଳାଫଳ ସଂଯୋଗ *(1- ଦୁର୍ବଳ ସହବନ୍ଧନ; 2- ମାଧ୍ୟମ ସହବନ୍ଧନ; 3- ଶକ୍ତିଶାଳୀ ସହବନ୍ଧନ)*					
	CO-1	**CO-2**	**CO-3**	**CO-4**	**CO-5**	**CO-6**
U6-O1	3	-	1	-	-	-
U6-O2	3	2	1	-	-	-
U6-O3	3	1	1	-	-	-
U6-O4	3	2	1	-	-	-
U6-O5	3	2	1	-	-	-

6.1 ଉପକ୍ରମ

କୌଣସି ବସ୍ତୁକୁ କଠିନ ବସ୍ତୁ କୁହାଯାଏ, ଯେତେବେଳେ, ପ୍ରୟୋଗହୋଇଥିବା ଶକ୍ତିର କାର୍ଯ୍ୟ ଅଧୀନରେ ଏହାର କୌଣସି ବିରୂପଣ ହୁଏ ନାହିଁ। ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁକୁ ଏହିଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରିବ, ଯାହାର ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଉପାଦାନ କଣିକା ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ସର୍ବଦା ସ୍ଥିର ରହିଥାଏ। ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କଠିନ ବସ୍ତୁ ହେଉଛି ଏକ ଆଦର୍ଶୀକରଣ, କାରଣ ସମସ୍ତ ବସ୍ତୁ ପରମାଣୁ ଏବଂ ଅଣୁରେ ଗଠିତ ଯାହା କ୍ରମାଗତ ଗତି ଅବସ୍ଥାରେ ଥାନ୍ତି। ଆହୁରି ମଧ୍ୟ, ସ୍ଥିତିସ୍ଥାପକ ବିକୃତି ବସ୍ତୁରେ ସେମାନଙ୍କର ଆକୃତି ଏବଂ ଆକାର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିପାରେ। ଏହିପରି ସମସ୍ତ ଅଣୁବୀକ୍ଷଣିୟ ବିସ୍ଥାପନ ନଗଣ୍ୟ ହେଲେ କୌଣସି ବସ୍ତୁକୁ କଠିନବସ୍ତୁ ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଇପାରେ। ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁରେ ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଗତି ଥାଇପାରେ ଯଥା ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ। ଯଦି ଏହାର ସ୍ଥିତି ଏବଂ ଅଭିବିନ୍ୟାସ ଜଣାଥାଏ ତେବେ ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହୋଇପାରିବ।

ଏହିପରି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟତାପାଇଁ, ଆମକୁ ଯାହା ଆବଶ୍ୟକ ତାହା ହେଉଛି ବସ୍ତୁରେ କୌଣସି ତିନୋଟି ଅଣ-ସମରେଖି ବିନ୍ଦୁ। ଯଦି ବସ୍ତୁ ଗୋଟିଏ ସମୟରେ ସ୍ଥିର ହୁଏ, ତେବେ ଏହାର କୌଣସି ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତି ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ, କିନ୍ତୁ ଏହା ସେହି ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିପାରେ। ଯଦି ବସ୍ତୁର ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟ ସ୍ଥିର ହୁଏ, ତେବେ ବସ୍ତୁ ଦୁଇଟି ସ୍ଥିର ବିନ୍ଦୁ ମାଧ୍ୟମରେ ଯାଉଥିବା ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାକୁ ସକ୍ଷମ। ସେହିପରି , ଏକ ତୃତୀୟ ବିନ୍ଦୁର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ, ଯାହାକି ଅକ୍ଷ ଉପରେ ନୁହେଁ, ବସ୍ତୁର ସ୍ଥିତିକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ଚିହ୍ନଟ କରିବ। ସାଧାରଣତଃ, ମହାକାଶର ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁ କିଛି ମନୋନୀତ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମରେ, ଏହାର ତିନି ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରାଯାଏ। ତେଣୁ, ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ଚିହ୍ନଟ କରିବାପାଇଁ 9 (=3x3) ସମନ୍ୱୟ ଜରୁରୀ। କିନ୍ତୁ ସେମାନେ ସମସ୍ତେ ସ୍ୱାଧୀନ ନୁହଁନ୍ତି ଏବଂ ପ୍ରତିବନ୍ଧକ ସମୀକରଣ ସହିତ ଜଡିତ:

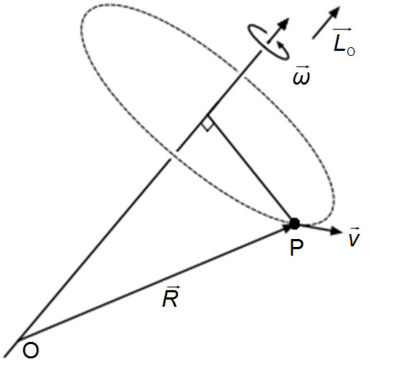
$$\left(\vec{r}_i - \vec{r}_j\right)^2 = \text{constant} \tag{6.1}$$

ଯେଉଁଠାରେ $\vec{r}_i$ କିମ୍ବା $\vec{r}_j\,(i, j = 1,2,3...)$ କଠିନ ବସ୍ତୁର ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥିତି ସଦିଶକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ। ତେଣୁ କେବଳ 6ଟି ସମ ଗୁରୁତ୍ୱ ବିଶିଷ୍ଟ ମୁକ୍ତ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ରହିଛି। ଅନ୍ୟ ଶବ୍ଦରେ କହିଲେ, ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର 6 ଡିଗ୍ରୀର ସ୍ୱାତନ୍ତ୍ର୍ୟ (degrees of freedom) ଥିବା କୁହାଯାଏ।

6.2 ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ (Rotation of a Rigid Body)

କଠିନ ବସ୍ତୁ ଏକ ସୀମିତ ବସ୍ତୁ ଯେଉଁଠାରେ ଉପାଦାନ କଣିକା ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ସ୍ଥିର ଥାଏ। ଯଦି ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁ କେବଳ ଶୁଦ୍ଧ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି କରୁଅଛି, ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ କଣିକା, ସମାନ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କୋଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବ। ଏହାଦ୍ୱାରା ସମସ୍ତ କଣିକା ସମାନ କୋଣୀୟ ବେଗ ଏବଂ କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବେ।

ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁକୁ ଧରାଯାଉ ଯାହାକି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅକ୍ଷ ଦେଇ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି ଏବଂ ଯାହାର ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ କୋଣୀୟ ବେଗ ଅଛି $\vec{\omega}$। ଏହାର ଦିଗକୁ ଡାହାଣ ହସ୍ତ ସ୍କ୍ରୁ ନିୟମ ଅନୁସାରେ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ଚିହ୍ନ ସହିତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅକ୍ଷ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଭାବରେ ନିଆଯାଏ।



ଚିତ୍ର 6.1: କଠିନ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ

ଚିତ୍ର 6.1: କଠିନ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ

ଯେକୌଣସି ଅଣ-ଅକ୍ଷ ବିନ୍ଦୁ କଣିକା P, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସଦିଶ $\vec{R}$ ସହିତ ଏକ ବୃତ୍ତୀୟ ପଥରେ ଗତି କରେ, ଯାହାକି ଅକ୍ଷର ସମତଳକୁ ଅଭୀଲମ୍ବିତ। ଏହାର ରୈଖିକ ବେଗ $\vec{v}$ ଉଭୟ $\vec{R}$ ଏବଂ $\vec{\omega}$ ସହିତ ସମକୋଣରେ ଅଛି।

$$\therefore \quad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R} \tag{6.2}$$

ଯଦି କଣିକାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ m ହୁଏ, ତେବେ ଏହାର ସଂବେଗ ଏହିପରି ଦିଆଯାଇପାରିବ

$$\vec{p} = m\vec{v}$$
$$= m(\vec{\omega} \times \vec{R}) \quad (6.3)$$

O ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କଣିକାର କୋଣୀୟ ଗତି [ଚିତ୍ର 6.1],

$$\vec{L_0} = \vec{R} \times \vec{p} = \vec{R} \times m(\vec{\omega} \times \vec{R}) = m\vec{R} \times (\vec{\omega} \times \vec{R}) = m\left[\left(\vec{R}.\vec{R}\right)\vec{\omega} - \left(\vec{R}.\vec{\omega}\right)\vec{R}\right]$$
$$= m\left[R^2\vec{\omega} - \left(\vec{R}.\vec{\omega}\right)\vec{R}\right] \quad (6.4)$$

ଯଦି ମୂଳ ବିନ୍ଦୁକୁ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସ୍ଥାନକୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ କରାଯାଏ, ତେବେ ସେହି ବିନ୍ଦୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କୋଣୀୟ ଗତି ପରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁରୁ କଣିକାର ଦୂରତା ରଖିବାଦ୍ୱାରା ପ୍ରାପ୍ତ ହୁଏ । $\vec{R}$ ଏବଂ $\vec{\omega}$ ମଧ୍ୟରେ କୋଣ $\frac{\pi}{2}$ ନେବାଦ୍ୱାରା ଆମେ ପାଇବା:

କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ସଦିଶ (angular momentum vector), $\vec{L} = mr^2\vec{\omega}$

ଏବଂ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ $= \sum mr^2\vec{\omega} = I\vec{\omega}$ (6.5)

ଯେଉଁଠାରେ $I = \sum mr^2$, ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ କଣିକା ଉପରେ ବିସ୍ତାରିଥିବା ଯୋଗଫଳ ।

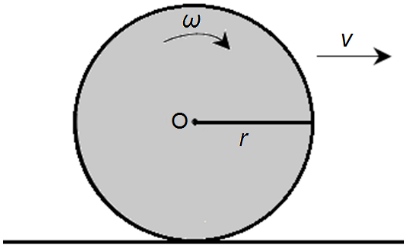
ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କାରୀ ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତି

$$T = \frac{1}{2}\sum m\left|\vec{v}\right|^2 = \frac{1}{2}\sum m\left|\vec{\omega} \times \vec{R}\right|^2 = \frac{1}{2}\sum m\omega^2R^2\sin^2\theta = \frac{1}{2}\sum mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (6.6)$$

ରୈଖିକ ଗତିରେ, M ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବସ୍ତୁର ସଂବେଗ ଏବଂ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଯଥାକ୍ରମେ MV ଏବଂ $\frac{1}{2}MV^2$ ଘୂର୍ଣ୍ଣନରେ ସେମାନଙ୍କର ଅନୁରୂପ କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିଜ ଶକ୍ତି $I\omega$ ଏବଂ $\frac{1}{2}I\omega^2$ ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଏ ।
ଏଠାରେ $I = \sum m_i r_i^2$ କୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ସନ୍ଦର୍ଭରେ ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (MI) କୁହାଯାଏ ।

6.3 ଘୂର୍ଣ୍ଣାୟମାନ ଚକ (Rolling wheel)

ଯାନ୍ତ୍ରିକ କାର୍ଯ୍ୟପ୍ରଣାଳୀର ଏକ ଅଂଶ ଭାବରେ ଗଡ଼ିବାପାଇଁ ଗଠିତ ଚକକୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣାୟମାନ ଚକ କୁହାଯାଏ । ଏକ ଚକଟିକୁ ଗଡେଇ ଦିଆଯାଉ [ଚିତ୍ର 6.2] । ତେବେ, ଗଡୁଥିବା ଚକରେ ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଗତି ଜଡିତ ହେବ, ଏଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି: i) ସ୍ଥାନନ୍ତରିତ ଗତି ଏବଂ ii) ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି । ଏହି କାରଣରୁ ବସ୍ତୁ ସହିତ ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଜଡିତ ହେବ, ଯଥା ସ୍ଥାନନ୍ତରିତ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ।



ଚିତ୍ର 6.2: ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣାୟମାନ ଚକର ଗତି

$T_{tran} = \frac{1}{2}mv^2$ ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିଜ ଶକ୍ତି

$T_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$

ଏହିପରି ସମୁଦାୟ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହେବ,

$$E=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}mK^2\frac{v^2}{r^2}=\frac{mv^2}{2}\left(1+\frac{K^2}{r^2}\right) \quad (6.7)$$

ଏଠାରେ, K ପରିଭ୍ରମଣ ତ୍ରିଜ୍ୟା (radius of gyration), $I=mK^2$ ଏବଂ $\omega=\frac{v}{r}$

ଏକ ଚକର ଗତି ଉପରେ ଅଧିକପାଇଁ

ଉଦାହରଣ 6.1 ବସ୍ତୁତ୍ୱ 150 ଗ୍ରାମ୍ ଏବଂ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 20 ସେମି ଏବଂ 25 ସେମି ର ଏକ ଗୋଲାକାର ଡିସ୍କ ଏପରି ଭାବରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନକରୁଛି ଯେ ଏହାର କେନ୍ଦ୍ରରେ 50 ସେମି / ସେକେଣ୍ଡ ବେଗ ଅଛି । ଏହାର ଗତିଜଶକ୍ତି ଗଣନା କର ।

ସମୁଦାୟ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହେଉଛି ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଏବଂ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିଜଶକ୍ତିର ସମଷ୍ଟି । ତେଣୁ, ଏହା ଦିଆଯାଇପାରିବ,

$$\text{KE}=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{4}m\left(r_1^2+r_2^2\right)\frac{v^2}{r_2^2}$$

କିମ୍ବା,

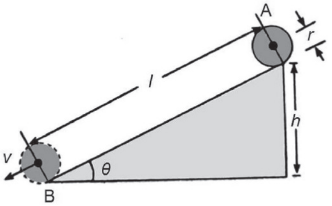
$$\text{KE}=\frac{1}{2}\times150\times50^2+\frac{1}{4}\times150\times\left(25^2+20^2\right)\times\frac{50^2}{25^2}=34.12\times10^4 \text{ ଅର୍ଗ}$$

ଉଦାହରଣ 6.1

6.4 ତଳକୁ ଗଡୁଥିବା ବସ୍ତୁ (Body Rolling Down)

ଯଦି ଏକ ବସ୍ତୁକୁ ଏକ ଅବନତ ତଳରେ ରଖାଯାଏ, ତେବେ ଏହା ତଳକୁ ଖସିଯିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରେ ଏବଂ ଏହାଦ୍ୱାରା ଏକ ସ୍ଥିତିଜ ଘର୍ଷଣ ଉପରକୁ କାର୍ଯ୍ୟ କରେ । ଏହା ଏକ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରଦାନ କରେ ଏବଂ ଏହା ବସ୍ତୁକୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିଥାଏ ।

ମନେକର ଏକ ବସ୍ତୁ ଯାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r, ଏକ ଅବନତ ତଳ ଯାହାରକି ଆନତି θ, ତାହା ଉପରେ ବିନା ଖସିବାରେ, ଗତି କରୁଅଛି [ଚିତ୍ର 6.3]। ଧରାଯାଉ ଏହା A ବିଶ୍ରାମରୁ ଗଡ଼ିବା ଆରମ୍ଭ କରେ ଏବଂ ଦୂରତା ଗଡ଼ିବା ପରେ B ରେ ପହଞ୍ଚିଥାଏ ଏବଂ ଏହାଦ୍ୱାରା, ଏକ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ବେଗ v ହାସଲ କରେ । ବର୍ତ୍ତମାନ, A ରୁ B କୁ ଖସିବା ସମୟରେ ଏହାର ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି ରେ କ୍ଷତି ହେଉଛି B ରେ ବସ୍ତୁ ଦ୍ୱାରା ଅଧିଗ୍ରହଣ ହୋଇଥିବା ଗତିଜ ଶକ୍ତି । କାରଣ ଏହା ଖସରିଯାଏ ନାହିଁ କିମ୍ବା ଶକ୍ତିର କୌଣସି ଅପଚୟ ନାହିଁ । B ରେ, ଗତିଜ ଶକ୍ତିର ଦୁଇଟି ଅଂଶ ଅଛି, ଯଥା, ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଓ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଏବଂ ଯଦି B ରେ କୋଣୀୟ ବେଗ ω ହୁଏ, ଏହା ଦିଆଯାଇପାରିବ,



ଚିତ୍ର 6.3: ଏକ ଆନତ ତଳରେ ବସ୍ତୁ ତଳକୁ ଗଡୁଛି

$$T_{tran}+T_{rot}=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2$$

$$=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}mK^2\omega^2 \quad (6.8)$$

ଯେଉଁଠାରେ K ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବସ୍ତୁର ପରିଭ୍ରମଣ ତ୍ରିଜ୍ୟା ।

ଗତିଜ ଶକ୍ତି, $KE = \frac{1}{2}mv^2\left(1+\frac{K^2}{r^2}\right) \quad (\because v = r\omega)$ (6-9)

A → B କୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନରେ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତିର କ୍ଷତି

$$mgh = mgl\sin\theta$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mv^2\left(1+\frac{K^2}{r^2}\right) = mgl\sin\theta$$

ଯା

$$v^2\left(1+\frac{K^2}{r^2}\right) = 2gl\sin\theta$$

$$\therefore \quad v^2 = 2l\frac{g\sin\theta}{\left(1+\frac{K^2}{r^2}\right)} \qquad (6.10)$$

ଏକାଥରକେ ଦର୍ଶାଏ ଯେ ବସ୍ତୁର ତଳକୁ ଗତି କରିବାର ତ୍ୱରଣ ହେଉଛି

$$f = \frac{g\sin\theta}{\left(1+\frac{K^2}{r^2}\right)} \qquad (6.11)$$

ପରିଭ୍ରମଣ ତ୍ରିଜ୍ୟାର ମୂଲ୍ୟ, K ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁପାଇଁ ଭିନ୍ନ ଅଟେ । ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି କିଛି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ମାମଲା:

i) ଏକ କଠିନ ଗୋଲକ: $K^2 = \frac{2}{5}r^2$,

$$\therefore \quad f = \frac{5}{7}g\sin\theta$$

ii) ଏକ କଠିନ ସ୍ତମ୍ଭକ: $K^2 = \frac{1}{2}r^2$,

$$\therefore \quad f = \frac{2}{3}g\sin\theta$$

iii) ଏକ ପୋଲା ସ୍ତମ୍ଭକ: $K^2 = r^2$,

$$\therefore \quad f = \frac{1}{2}g\sin\theta$$

ରୋଲିଂ ଏବଂ ସ୍ଲାଇଡିଂ ଉପରେ ଅଧିକପାଇଁ ଏକ ଇନକ୍ଲିନ୍

ଉଦାହରଣ 6.2 100 କିଲୋଗ୍ରାମ ଏବଂ 1 ମିଟର ବ୍ୟାସର ଏକ ଗତିପାଳକ ଚକ୍ର (fly-wheel) 210 rev /m ତିଆରି କରେ। ରିମରେ କେନ୍ଦ୍ରୀଭୂତ ହେବାକୁ ଥିବା ବସ୍ତୁତ୍ୱକୁ ଅନୁମାନ କରି, ଗତିପାଳକ ଚକ୍ରର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ଶକ୍ତି ଖୋଜ।

ସମାଧାନ ଗତିପାଳକ ଚକ୍ରର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି

$$I = MR^2 = 100 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 25 \text{ kg-m}^2$$

ଏବଂ ଗତିପାଳକ ଚକ୍ରର ଶକ୍ତି ହେଉଛି

$$E = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} \times 25 \times \left(\frac{2\pi \times 210}{60}\right)^2 \text{ J} = 60.4 \times 10^2 \text{ J}$$

ଉଦାହରଣ 6.2

ଉଦାହରଣ 6.3 100 କିଲୋଗ୍ରାମ ଏବଂ 1 ମିଟର ବ୍ୟାସର ର ଏକ ଗତିପାଳକ ଚକ୍ର ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ଡିସ୍କ ଆକାରରେ ଅଛି। ଯଦି ଏହାର ପରିକ୍ରମଣର ଗତି 10 rps ରୁ 20 rps କୁ ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ ତେବେ କାର୍ଯ୍ୟର ଗଣନା କର।

ସମାଧାନ: ଏଠାରେ, $\omega_1 = 2\pi \times 10 = 20\pi \text{rad/s}$ ଏବଂ $\omega_2 = 2\pi \times 20 = 40\pi \text{rad/s}$

ଏବଂ $$I = MR^2 = 100 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 25 \text{ kg-m}^2.$$

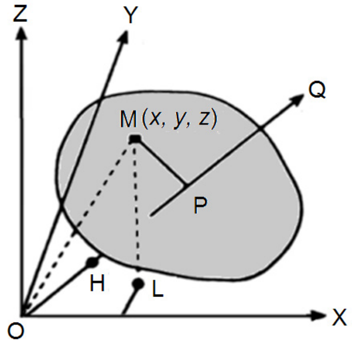
ତେଣୁ, ଯଦି ଏହାର ପରିପ୍ରମଣର ଗତି 10 rps ରୁ 20 rps କୁ ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଏ ତେବେ କାର୍ଯ୍ୟର ପରିମାଣ

ହେଉଛି $$W = E_2 - E_1 = \frac{1}{2} I\omega_2^2 - \frac{1}{2} I\omega_1^2 = \frac{25}{2}\left(160\pi^2 - 40\pi^2\right) = 14.8 \times 10^3 \text{ J}$$

ଉଦାହରଣ 6.3

6.5 ଜଡତ୍ୱର ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜ (Ellipsoid of Inertia)

ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ (MI), ସ୍ୱଷ୍ଟରୂପେ ବସ୍ତୁର ଅକ୍ଷର ସ୍ଥିତି ଏବଂ ଦିଗ ସହିତ ପରିବର୍ତ୍ତୀତ ହୋଇଥାଏ। ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ପ୍ରମେୟ (parallel axis theorem) କେବଳ ଅକ୍ଷର ବିଭିନ୍ନ ସ୍ଥିତିପାଇଁ MIର ପରିବର୍ତ୍ତନର ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରେ; କିନ୍ତୁ ଏହାର ଦିଗ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିଥାଏ। ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଅକ୍ଷର ବିଭିନ୍ନ ଦିଗପାଇଁ MIର ସବୁଠାରୁ ସାଧାରଣ ପରିବର୍ତ୍ତନ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବୁ।



ଚିତ୍ର 6.4: ଜଡ଼ତାର ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜ

ଧରାଯାଉ ଏକ ଆୟତାକାର କାର୍ଟେସିଆନ୍ (Cartesian) ଅକ୍ଷ ର ପ୍ରଣାଳୀ OXYZ ବସ୍ତୁ ସାପେକ୍ଷରେ ସ୍ଥିର ରଖାଯାଇଛି ଏବଂ ଉତ୍ପତ୍ତି O ମଧ୍ୟଦେଇ ଯାଉଥିବା ଯେକୌଣସି ଅକ୍ଷ ହେଉ [ଚିତ୍ର 6.4] ଏବଂ ଦିଗ, ଦିଗକୋସାଇନ (direction Cosines) l , m ଏବଂ n ଦ୍ୱାରା ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ହୋଇଥାଏ। ଆମେ, ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ MIର ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିବୁ। ମନେକର M (x,y,z), ବସ୍ତୁର କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଏବଂ ବସ୍ତୁର m' ବସ୍ତୁତ୍ୱର ଏକ କଣିକା ସେଠାରେ ଅବସ୍ଥିତ।

ଚିତ୍ର 6.4 ରୁ, ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ, m' ର MI ଏହିପ୍ରକାର ଦିଆଯାଇପାରିବ,

$$dI = m' \times MP^2 = m'\left(OM^2 - OP^2\right)$$

କିନ୍ତୁ, $OM^2 = x^2 + y^2 + z^2$

ଏବଂ ଆମର ଅଛି OP^2 = OM ର OQ ଉପରେ ପ୍ରକ୍ଷେପଣର ବର୍ଗ = $(lx + my + nz)^2$

ତେଣୁ, m' ର OQ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ MI ଦିଆଯାଇପାରିବ,

$$dI = m'\left[\left(x^2 + y^2 + z^2\right) - \left(lx + my + nz\right)^2\right]$$

$$= m'\left[x^2\left(1 - l^2\right) + y^2\left(1 - m^2\right) + z^2\left(1 - n^2\right) - 2lmxy - 2mnyz - 2nlzx\right]$$

$$= m'\left[x^2\left(m^2 + n^2\right) + y^2\left(n^2 + l^2\right) + z^2\left(l^2 + m^2\right) - 2lmxy - 2mnyz - 2nlzx\right]$$

ଏଠାରେ ଜଣାଶୁଣା ଦିଗ କୋସାଇନ (direction cosine) ସମ୍ପର୍କ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି: $l^2 + m^2 + n^2 = 1$

ତେଣୁ, ସମଗ୍ର ବସ୍ତୁର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ MI ଦିଆଯାଇପାରିବ,

$$I = \sum dI = \sum m'\{x^2\left(m^2 + n^2\right) + y^2\left(n^2 + l^2\right) + z^2\left(l^2 + m^2\right) - 2lmxy - 2mnyz - 2nlzx\}$$

$$= l^2 \sum m'\left(y^2 + z^2\right) + m^2 \sum m'\left(z^2 + x^2\right) + n^2 \sum m'\left(x^2 + y^2\right)$$
$$- 2lm \sum m'xy - 2mn \sum m'yz - 2nl \sum m'zx$$

କିମ୍ବା, $$I = I_{xx}l^2 + I_{yy}m^2 + I_{zz}n^2 + 2I_{xy}lm + 2I_{yz}mn + 2I_{zx}nl \qquad (6.12)$$

ଯେଉଁଠାରେ $I_{xx} = \sum m'\left(y^2 + z^2\right) =$ X-ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବସ୍ତୁର MI,

$I_{yy} = \sum m'\left(z^2 + x^2\right)$ = Y-ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବସ୍ତୁର MI ଏବଂ

$I_{zz} = \sum m'\left(x^2 + y^2\right)$ = Z-ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବସ୍ତୁର MI

ପୁନର୍ବାର, $I_{xy} = -\sum m'xy, I_{yz} = -\sum m'yz, I_{zx} = -\sum m'zx$ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କୁ ଅକ୍ଷ X ଏବଂ Y, Y ଏବଂ Z, Z ଏବଂ X ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କିମ୍ବା ଯଥାକ୍ରମେ XY, YZ ଏବଂ ZX ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡ଼ତାର ଗୁଣନ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ 6.4

ଉଦାହରଣ 6.4 ଏକ ସମୟରେ ବସ୍ତୁର ଜଡ଼ତାର 3 ଟି ମୁଖ୍ୟ ମୁହୂର୍ତ୍ତ 200, 300 ଏବଂ 450 g-cm2 ଭାବରେ ଦିଆଯାଏ । ସେହି ସମୟରେ ଜଡତ୍ୱର ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜର ସମୀକରଣ ଲେଖ ।

ସମାଧାନ

ମୁଖ୍ୟ ଅକ୍ଷ ସନ୍ଦର୍ଭରେ ଏକ ସମୟରେ ଜଡତ୍ୱର ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜର ସମୀକରଣ ଦିଆଯାଇଛି ।

$I_{xx} x^2 + I_{yy} y^2 + I_{zz} z^2 =$ fu;rkad

ଏଠାରେ ଅଛି

$$I_{xx} = 200, I_{yy} = 300, I_{zz} = 450$$

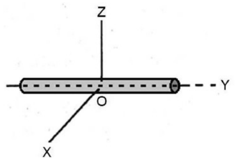
ତେଣୁ, ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣ ଗୁଡିକ ଏପରି ଲେଖାଯାଇପାରିବ

କିମ୍ବା, $4x^2 + 6y^2 + 9z^2 =$ fu;rkad

ଯାହା ହେଉଛି ଜଡତ୍ୱର ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜର ଆବଶ୍ୟକ ସମୀକରଣ ।

6.6 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ତାହାର ଗୁଣନଫଳ (Moments And Products Of Inertia)

6.6.1 ପତଳା ଏକସମାନ ଦଣ୍ଡ (Thin Uniform Rod)



ଚିତ୍ର 6.5: ପତଳା ଏକସମାନ ଦଣ୍ଡପାଇଁ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା

Y-ଅକ୍ଷ (ଚିତ୍ର. 6.5) ସିଧାରେ ଏକ ପତଳା ଏକସମାନ ସିଧା ଦଣ୍ଡପାଇଁ, ଆମର ଅଛି $x_i = z_i = 0$ । ମନେକର O ହେଉ ଉତ୍ପତ୍ତି, ଯାହା ଦଣ୍ଡ (rod) ର ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର (center of mass) କୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ:

ତେଣୁ, $I_{xx} = I_{zz} = \sum m_i y_i^2 \ , \ I_{yy} = 0$ (6.13)

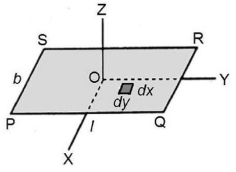
ଅବିରତ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବଣ୍ଟନପାଇଁ,

$$I_{xx} = I_{zz} = \int y^2 dm = \int_{-l/2}^{l/2} y^2 \lambda dy$$

$$= \lambda \int_{-l/2}^{l/2} y^2 dy = \lambda \frac{l^3}{12} = \frac{Ml^2}{12} \qquad (6.14)$$

$\lambda l - M =$ ୟୁନିଟ୍ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରତି ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ $\lambda l - M =$ ଦଣ୍ଡ (rod) ର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ।

6.6.2 ଆୟତାକାର ଲାମିନା (Rectangular Lamina)



ଚିତ୍ର 6.6: ଆୟତାକାର ଲାମିନାପାଇଁ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା

ଧରାଯାଉ, ଏକ ଆୟତାକାର ଲାମିନାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହୁଏ, b ପ୍ରସ୍ଥ ଏବଂ ଓ O ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର (CM) ଅଟେ (ଚିତ୍ର 6.6) । ଲାମିନା ବହୁତ ପତଳା,

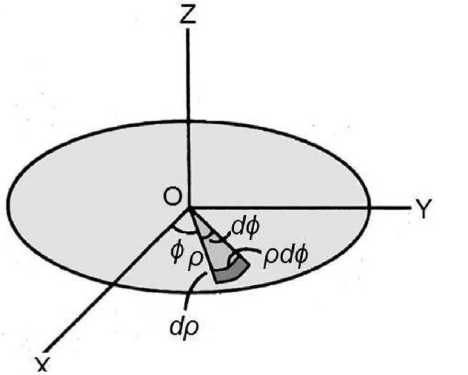
$$I_{xx} = \int (y^2 + z^2) dm = \iint y^2 dx dy . \sigma$$

$$= \sigma \int_{-l/2}^{l/2} y^2 dy \int_{-b/2}^{b/2} dx = \frac{Ml^2}{12} \qquad (6.15)$$

ଏଠାରେ σ = ପୃଷ୍ଠର ଘନତା, $bl\sigma$ = ଲାମିନାର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ।

6.6.3 ବୃତ୍ତାକାର ଲାମିନା (Circular Lamina)

ଆମେ ଉଭୟ X-ଅକ୍ଷ ଏବଂ Y-ଅକ୍ଷକୁ ଲାମିନାର ସମତଳରେ ନେଇଥାଉ ଏବଂ Z-ଅକ୍ଷକୁ ଏହାର ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ଅଭିଲମ୍ବିତ ନିଆଯାଇଛି (ଚିତ୍ର 6.7) ।



ଚିତ୍ର 6.7: ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ଲାମିନାପାଇଁ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା

ସ୍ତମ୍ଭକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ବ୍ୟବହାର କରିବା:

$$x = \rho\cos\phi, = \rho\sin\phi, z = z$$

ଅବୟବ କ୍ଷେତ୍ର, $dS = d\rho.\rho d\phi$,

ଅବୟବ ଆୟତନ, $dV = d\rho.\rho d\phi dz$

ଆମେ ପାଇଥାଉ,

$$I_{zz} = \int (x^2 + y^2) dm = \int \rho^2 d\rho \rho d\phi \sigma$$

$$= \sigma \int_0^R \rho^3 d\rho \int_0^{2\pi} d\phi = \sigma \frac{R^4}{4} 2\pi$$

$$= \frac{MR^2}{2} \qquad (6.16)$$

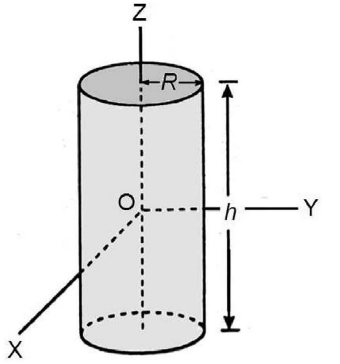
ଏବଂ $$I_{xx} = \int (y^2 + z^2) dm = \int y^2 dm = \iint \rho^2 \sin^2\phi \, d\rho \rho d\phi \sigma$$

$$= \sigma \int_0^R \rho^3 d\rho \int_0^{2\pi} \sin^2\phi \, d\phi = \sigma \frac{R^4}{4} \pi = \frac{MR^2}{4} \qquad (6.17)$$

ସେହିଭଳି, $$I_{yy} = \frac{MR^2}{4} \qquad (6.18)$$

6.6.4 ସ୍ତମ୍ଭକ (Cylinder)

ଆମେ Z-ଅକ୍ଷକୁ ସ୍ତମ୍ଭକର ଅକ୍ଷ ଭାବରେ ନେଇଥାଉ, O ସଂହତି କେନ୍ଦ୍ର (CM) ଅଟେ (ଚିତ୍ର 6.8) । ଆମେ ସ୍ତମ୍ଭକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରିବୁ । ତେଣୁ,



ଚିତ୍ର 6.8: ସ୍ତମ୍ଭକର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣନା

$$I_{zz} = \int \rho_0 (x^2 + y^2) dV = \rho_0 \int \rho^2 d\rho \rho d\phi dz$$

$$= \rho_0 \int_0^R \rho^3 d\rho \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-h/2}^{h/2} dz$$

$$= \rho_0 \frac{R^4}{4} 2\pi h = \frac{MR^2}{2} \tag{6.19}$$

ଯେଉଁଠାରେ M = ସ୍ତମ୍ଭକର ବସ୍ତୁତ୍ୱ, ρ_0 = ଘନତା ।

ଏବଂ $$I_{xx} = \int (y^2 + z^2) \rho_0 \, d\rho \, \rho \, d\phi \, dz$$

$$= \int \left(\rho^2 \sin^2\phi + z^2\right) \rho_0 \, d\rho \, \rho \, d\phi \, dz$$

$$= \rho_0 \left[\int_0^R \rho^3 d\rho \int_0^{2\pi} \sin^2\phi d\phi \int_{-h/2}^{h/2} dz + \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-h/2}^{h/2} z^2 dz \right]$$

$$= \rho_0 \left[\frac{R^4}{4} \pi h + \frac{R^2}{2} 2\pi \frac{h^2}{12} \right]$$

$$= M \left[\frac{R^4}{4} + \frac{h^2}{12} \right] \tag{6.20}$$

ସମାନତାରୁ, $I_{yy} = I_{xx}$

$$I_{xy} = -\int xy \, dm = -\iiint \rho \cos\phi \, \rho \sin\phi \, d\rho . \rho \, d\phi \, dz \, \rho_0$$

$$= -\rho_0 \int_0^R \rho^3 d\rho \int_0^{2\pi} \sin\phi \cos\phi \, d\phi \int_{-h/2}^{h/2} dz = 0 \quad (\backslash \ \phi \text{ ଏକୀକରଣ } = 0) \tag{6.21}$$

ସେହିଭଳି, $I_{xz} = I_{yz} = 0$

6.7 କଠିନ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗ (Angular Momentum Of Rigid Body)

ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନର କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗ ଏହାର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ସହିତ ସମାନ ଦିଗରେ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ। ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷ ସହିତ ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ, କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗର ସମୟ ହାରର ପରିବର୍ତ୍ତନଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଏ ।

ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁ n-ସଂଖ୍ୟକ $m_i (i = 1, 2, 3, ..., n)$ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଥିବା କଣିକାକୁ ନେଇ ଗଠିତ ଯାହାକି ତତକ୍ଷଣାତ୍ କୋଣୀୟ ବେଗ $\vec{\omega}$ ସହିତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି । ଧରାଯାଉ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥିର ଅଛି। ଏହା ସୂଚିତ କରେ ଯେ କୌଣସି ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତି ନାହିଁ। ଆସ ବର୍ତ୍ତମାନ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗ ଏବଂ ଏହାର ଗତିଜଶକ୍ତି ଗଣନା କରିବା ।

ତେଣୁ, i^{th} କଣିକା ରୈଖିକ ବେଗକୁ ଏବଂ m_i ବସ୍ତୁତ୍ୱପାଇଁ $\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_i$

ସମୁଦାୟ କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗ $\vec{L}$ ଅଲଗା-ଅଲଗା କଣିକାଗୁଡ଼ିକର ସମସ୍ତ କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗକୁ ଯୋଗଫଳ କରି ପ୍ରାପ୍ତ କରାଯାଏ,

$$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i = \sum_i m_i \vec{r}_i \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}_i\right) = \sum_i m_i r_i^2 \omega - \sum_i m_i \left(\vec{r}_i . \omega\right) \vec{r}_i \tag{6.22}$$

ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣ ଉପାଦାନ ରୂପରେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ଏବଂ କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗର x ଉପାଦାନ ନିମ୍ନରୂପରେ ଦିଆଯାଏ

$$L_x = \sum_i m_i(r_i^2 - x_i^2)\omega_x - \sum_i m_i r_i y_i \omega_y - \sum_i m_i r_i x_i \omega_x \quad (6.23)$$

ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଣକଗୁଡିକ $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ ପାଇଁ ପ୍ରତୀକ ପ୍ରବର୍ତ୍ତନ କରି ଆମେ ଲେଖିପାରିବା

$$I_{xx} = \sum_i m_i(r_i^2 - x_i^2) = \sum_i m_i(y_i^2 + x_i^2);\ I_{yy} = \sum_i m_i(z_i^2 + x_i^2);\ I_{zz} = \sum_i m_i(x_i^2 + y_i^2)$$

ଏବଂ $$I_{xy} = -\sum_i m_i x_i y_i = I_{yx}\ ;\ I_{yz} = -\sum_i m_i y_i z_i = I_{zy}\ ;\ I_{zx} = -\sum_i m_i z_i x_i = I_{xz}$$

ସେହିଭଳି, ଆମେ ପାଇଥାଉ

$$L_{xx} = I_{xx}\omega_x + I_{xy}\omega_y + I_{xz}\omega_z \quad (6.24)\ (a)$$

$$L_{xy} = I_{yx}\omega_x + I_{yy}\omega_y + I_{yz}\omega_z \quad (6.24)\ (b)$$

$$L_{xz} = I_{zx}\omega_x + I_{zy}\omega_y + I_{zz}\omega_z \quad (6.24)\ (c)$$

ପରିମାଣ I_{xx}] I_{yy} ଏବଂ I_{zz} ଯଥାକ୍ରମେ X, Y ଏବଂ Z ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ କୁହାଯାଏ। , I_{xy}] I_{yz} ଏବଂ I_{zx} ଜଡ଼ତାର ଗୁଣନଫଳ କୁହାଯାଏ।

ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣକୁ ସାଧାରଣ କରି (6.24) ଆମେ ପାଇଥାଉ

$$L_i = \sum_i I_{ij}\omega_j \quad (i = j = 1, 2, 3) \quad (6.25)$$

ପରିମାଣ I_{ij} ବିଭିନ୍ନ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କଣିକା ବିତରଣରୁ ଗଣନା କରାଯାଇପାରିବ।

6.8 କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତି (Kinetic Energy Of Rigid Body)

ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଏକ ବସ୍ତୁର ଶକ୍ତିକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ଯାହା ଗତି ହେତୁ ହାସଲ କରିଥାଏ। ପାରମ୍ପରିକ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀରେ, ଯଦି ଆମେ ଏକ ଅଣ-ଘୂର୍ଣ୍ଣନକାରୀ ବସ୍ତୁକୁ ବିଚାର କରୁ, ତେବେ ବସ୍ତୁର ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ ଏହାର ଗତିକୁ ଏକ ଜଣାଶୁଣା ସମୀକରଣ $E = \frac{1}{2} mv^2$ ଦ୍ୱାରା ବିଚାର କରି ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହାସଲ କରାଯାଇପାରିବ। ମାତ୍ର ଯେତେବେଳେ ଆପେକ୍ଷିକୀୟ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀରେ ଆନୁମାନିକ ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ ଯେ, ଯେଉଁଠାରେ v ଆଲୋକର ବେଗ ତୁଳନାରେ ବହୁତ ଛୋଟ।

କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଇପାରିବ $T = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$

କିମ୍ବା, $$2T = \sum_i m_i \left|\vec{v}_i\right|^2 = \sum_i m_i \left(\vec{\omega} \times \vec{r}_i\right).\left(\vec{\omega} \times \vec{r}_i\right) = \sum_i m_i \vec{\omega}\left[\vec{r}_i \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}_i\right)\right]$$

$$T = \vec{\omega}.\sum_i m_i \vec{r}_i \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}_i\right) = \vec{\omega}.\sum_i m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i$$

$$\therefore \quad 2T = \vec{\omega}.\vec{L}$$

$\therefore$ ଗତିଜ ଶକ୍ତି: $$T = \frac{1}{2}\vec{\omega}.\vec{L} = \frac{1}{2}\sum_i \omega_i L_i = \frac{1}{2}\sum_{ij} I_{ij}\omega_i\omega_j \qquad (6.26)(a)$$

$$= \frac{1}{2}\left[I_{xx}\omega_x^2 + I_{yy}\omega_y^2 + I_{zz}\omega_z^2 + 2I_{xy}\omega_x\omega_y + 2I_{yz}\omega_y\omega_z + 2I_{zx}\omega_z\omega_x\right] \qquad (6.26)\ (b)$$

ବିଶେଷ ମାମଲା: ବସ୍ତୁକୁ କୋଣୀୟ ବେଗ ସହିତ Z-ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାକୁ ଦିଆଯାଉ

$$\therefore \quad \omega_z = \omega, \omega_x = \omega_y = 0$$

ତେଣୁ, ଗତିଜ ଶକ୍ତି ହୋଇଯାଏ

$$T = \frac{1}{2}I_{zz}\omega_z^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (6.27)$$

ଯେଉଁଠାରେ Z-ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବସ୍ତୁର MI ।
କୋଣୀୟ ସଂବେଗର ଉପାଦାନଗୁଡିକ, ନିମ୍ନରୂପରେ ଦିଆଯାଇପାରିବ ।

$$L_x = I_{xz}\omega_z, L_y = I_{yz}\omega_z, L_z = I_{zz}\omega_z \qquad (6.28)$$

ଉଦାହରଣ 6.5

ଉଦାହରଣ 6.5 ଦେଖାଅ $T = \frac{1}{2}\vec{L}.\vec{\omega}$

ସମାଧାନ:

ବର୍ତ୍ତମାନ, $$\frac{1}{2}\vec{L}.\vec{\omega} = \frac{1}{2}\left(\hat{i}L_x + \hat{j}L_y + \hat{k}L_z\right)\cdot\left(\hat{i}\omega_x + \hat{j}\omega_y + \hat{k}\omega_z\right)$$

କିମ୍ବା, $$\frac{1}{2}\vec{L}.\vec{\omega} = \frac{1}{2}\left(\hat{i}I_{xx}\omega_x + \hat{j}I_{yy}\omega_y + \hat{k}I_{zz}\omega_z\right)\cdot\left(\hat{i}\omega_x + \hat{j}\omega_y + \hat{k}\omega_z\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(I_{xx}\omega_x^2 + I_{yy}\omega_y^2 + I_{zz}\omega_z^2\right) = T$$

$$\therefore \quad T = \frac{1}{2}\vec{L}.\vec{\omega}$$

6.9 ଜଡତ୍ୱର ପ୍ରଦିଶ (Inertia Tensor)

ନଅ ଟି ପଦକୁ $\vec{I}$ ଅର୍ଥାତ୍, $I_{xx}, I_{xy}, I_{xz}, I_{yx}, I_{yy}, I_{yz}, I_{zx}, I_{zy}, I_{zz}$ କଠିନ ବସ୍ତୁର MIର ଉପାଦାନ ଭାବରେ ଦେଖାଯାଇପାରେ । ଧ୍ୟାନ ଦିଆଯାଉ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ ଏକ ଆଦିଶ ପରିମାଣ ଏବଂ ଏହାର ପରିମାପ [ML2] ଅଛି । ଯେହେତୁ ସର୍ବମୋଟ 9 ଉପାଦାନ ଅଛି, ଭୌତିକ ପରିମାଣ, MI, ପଂକ୍ତି 2 ର ଏକ ପ୍ରଦିଶ ଏବଂ ଏହା ଜଡତ୍ୱର ପ୍ରଦିଶ କିମ୍ବା MI ପ୍ରଦିଶ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ଆମେ ପାଇଥିବା ମ୍ୟାଟ୍ରିକ୍ସ ସଂକେତରେ ଲେଖାଯାଇଛି,

$$\overleftrightarrow{I} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \tag{6.29}$$

ଜଡତ୍ୱର ପ୍ରଦିଶ ସମମିତି, ଅର୍ଥାତ୍, $I_{ij} = I_{ji}$ । ତେଣୁ, ସ୍ୱାଧୀନ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା କେବଳ ଛଅ। ସମୀକରଣ $L_i = \sum_i I_{ij}\omega_j$ କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରି, ବର୍ତ୍ତମାନ ଜଡତ୍ୱର ପ୍ରଦିଶର ଏବଂ କୋଣୀୟ ବେଗ ସଦିଶର ବିନ୍ଦୁ ଗୁଣନଫଳ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରେ, ଅର୍ଥାତ୍, ଗତିଜ ଶକ୍ତିପାଇଁ ସମୀକରଣ ହେବ

$$\vec{L} = \overleftrightarrow{I}.\vec{\omega} \tag{6.30}$$

ଏବଂ ଗତିଜ ଶକ୍ତିପାଇଁ ସମୀକରଣ $T = \frac{1}{2}\vec{\omega}.\vec{L}$ ହେବ

$$T = \frac{1}{2}\vec{\omega}.\overleftrightarrow{I}.\vec{\omega} \tag{6.31}$$

6.10 ୟୁଲରଙ୍କର ଗତିର ସମୀକରଣ (Euler's Equation of Motion)

ୟୁଲରଙ୍କ ଗତିର ନିୟମ, ଚିର ସମ୍ମତ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀରେ, ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିପାଇଁ ବିନ୍ଦୁ କଣିକା ସହିତ ଜଡିତ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଇଥିବା ଗତିର ନିୟମକୁ ବିସ୍ତାର କରିବା ସମୀକରଣ । ଏହି ସମସ୍ତ ନିୟମ ଲିଓନହାର୍ଡ ୟୁଲର୍ ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ବିକଶିତ ହୋଇଥିଲା ପ୍ରାୟ ନ୍ୟୁଟନ୍ ନିୟମର ୫୦ ବର୍ଷ ପରେ ।

ମନେକର $\vec{N}$ ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ, ଯାହାର ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥିର ଅଛି । ତା'ପରେ ଏହାର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିର ସମୀକରଣ ମହାକାଶରେ କିମ୍ବା ଏକ ଜଡ଼ତା ଫ୍ରେମ୍ପାଇଁ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା,

$$\left(\frac{d\vec{L}}{dt}\right)_f = \vec{N}$$

କିନ୍ତୁ $\frac{d}{dt}$ ଏକ ସ୍ଥିର ଫ୍ରେମରେ ଅପରେଟର, ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଫ୍ରେମରେ ଅପରେଟର ସହିତ ଏହା ନିମ୍ନରୂପରେ ଜଡିତ

$$\left(\frac{d}{dt}\right)_f = \left(\frac{d}{dt}\right)_r + \vec{\omega}\times \tag{6.32}$$

କଠିନ ବସ୍ତୁ ଏକ କୋଣୀୟ ବେଗ $\vec{\omega}$ ସହିତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ ଏବଂ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ ଆମେ ବସ୍ତୁର ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍ପାଇଁ ଲେଖିପାରିବା,

$$\vec{N} = \left(\frac{d\vec{L}}{dt}\right)_f = \left(\frac{d}{dt}\right)_r + \vec{\omega}\times\vec{L} = \overleftrightarrow{I}\cdot\frac{d\vec{\omega}}{dt} + \vec{\omega}\times\vec{L} = \overleftrightarrow{I}\cdot\dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega}\times\vec{L} \tag{6.33}$$

ଯେଉଁଠାରେ, $\overleftrightarrow{I}$ ବସ୍ତୁର ଅକ୍ଷପାଇଁ ସ୍ଥିର ରହିଛି । ଯଦି ω_1, ω_2 ଏବଂ ω_3, $\vec{\omega}$ ର ମୁଖ୍ୟ ଅକ୍ଷ ସିଧାରେ ଉପାଦାନଗୁଡିକ ହୁଏ ଏବଂ

$\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3$ ସେମାନଙ୍କ ସହିତ ଏକକ ସଦିଶ (unit vector) ହୁଏ, ତେବେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ

$$\vec{L} = I_1\omega_1\hat{a}_1 + I_2\omega_2\hat{a}_2 + I_3\omega_3\hat{a}_3 \quad (6.34)$$

ଏବଂ

$$\vec{I} = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix} \quad (6.35)$$

ବସ୍ତୁର ଫ୍ରେମ୍ ର ଅକ୍ଷ ବସ୍ତୁର ମୁଖ୍ୟ ଅକ୍ଷ ସହିତ ମେଳ ଖାଉଛି । ତେଣୁ, ଉପାଦାନ ରୂପରେ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା;

$$N_1 = I_1\dot{\omega}_1 - (I_2 - I_3)\omega_2\omega_3 \quad (6.36)\ (a)$$

$$N_2 = I_2\dot{\omega}_2 - (I_3 - I_1)\omega_3\omega_1 \quad (6.36)\ (b)$$

$$N_3 = I_3\dot{\omega}_3 - (I_1 - I_2)\omega_1\omega_2 \quad (6.36)\ (c)$$

ଉପରୋକ୍ତ ତିନୋଟି ଏକକାଳୀନ ଭିନ୍ନ ସମୀକରଣ ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ୟୁଲରଙ୍କ ଗତିଶୀଳ ସମୀକରଣ ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ।

ୟୁନିଟ୍ ସାରାଂଶ

- **ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ**

$$T = \frac{1}{2}\sum m\left|\vec{v}\right|^2 = \frac{1}{2}\sum m\left|\vec{\omega}\times\vec{R}\right|^2 = \frac{1}{2}\sum m\omega^2 R^2 \sin^2\theta = \frac{1}{2}\sum mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}I\omega^2$$

- **ଗଡୁଥିବା ଚକ**

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mK^2\frac{v^2}{r^2} = \frac{mv^2}{2}\left(1+\frac{K^2}{r^2}\right)$$

- ବିନା ଖସିବାରେ ଏକ ଆନତ ତଳରେ ଏକ ବସ୍ତୁର ତଳକୁ ଗଡ଼ିବା

$$v^2 = 2l\frac{g\sin\theta}{\left(1+\frac{K^2}{r^2}\right)}$$

$$f = \frac{g\sin\theta}{\left(1+\frac{K^2}{r^2}\right)}$$

- ଜଡତ୍ୱର ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜ

$$I = I_{xx}l^2 + I_{yy}m^2 + I_{zz}n^2 + 2I_{xy}lm + 2I_{yz}mn + 2I_{zx}nl$$

- କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିଜ ଶକ୍ତି

$$T = \frac{1}{2}\vec{\omega}.\vec{L} = \frac{1}{2}\sum_i \omega_i L_i = \frac{1}{2}\sum_{ij} I_{ij}\omega_i\omega_j$$

- କଠିନ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ

$$L_i = \sum_i I_{ij}\omega_j \qquad (i = j = 1, 2, 3)$$

- ଜଡତ୍ୱର ପ୍ରଦିଶ

$$\overleftrightarrow{I} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix}$$

- ***ୟୁଲରଙ୍କ ଗତିର ସମୀକରଣ***

$$N_1 = I_1 \dot{\omega}_1 - \left(I_2 - I_3\right)\omega_2\omega_3$$

$$N_2 = I_2 \dot{\omega}_2 - \left(I_3 - I_1\right)\omega_3\omega_1$$

$$N_3 = I_3 \dot{\omega}_3 - \left(I_1 - I_2\right)\omega_1\omega_2$$

ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଏକାଧିକ ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଶ୍ନ

6.1 ଏକ ଗୋଲକ ନିମ୍ନ ଲିଖିତ କାହା ଉପରେ ଗଡ଼ିପାରିବ ନାହିଁ

(କ) ଚିକ୍କଣ ଭୂସମାନ୍ତର ପୃଷ୍ଠ (ଖ) ଚିକ୍କଣ ଅବନତ ପୃଷ୍ଠ

(ଗ) ରୁକ୍ଷ ଭୂସମାନ୍ତର ପୃଷ୍ଠ (ଘ) ରୁକ୍ଷ ଅବନତ ପୃଷ୍ଠ

6.2 ଏକ ଡିସ୍କ, ଏକ ପୋଲା ଗୋଲକ ଏବଂ ଏକ କଠିନ ଗୋଲକ ଏକ ଛୋଟ ଅବନତ ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ରଖାଯାଏ ଏବଂ ଗଡିବାକୁ ଦିଆଯାଏ । ଯଦି ତିନୋଟି ବସ୍ତୁର ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଥାଏ, ତେବେ ତଳକୁ ପହଞ୍ଚିବାପାଇଁ କେଉଁଟା ଅଧିକ ସମୟ ନେବ ।

(କ) କଠିନ ଗୋଲକ (ଖ) ଡିସ୍କ

(ଗ) ପୋଲା ଗୋଲକ (ଘ) ସମସ୍ତେ ଏକ ସମୟରେ ପହଞ୍ଚନ୍ତି

6.3 ସମାନ ଉଚ୍ଚତାର ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଅବନତ ପୃଷ୍ଠରୁ ଏକ କଠିନ ଗୋଲକ ଗଡ଼ିଯାଉଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ବଲ୍ ନିମ୍ନରେ ପହଞ୍ଚିବ

(କ) ସମାନ ବେଗ ସହିତ (ଖ) ବିଭିନ୍ନ ବେଗ ସହିତ

(ଗ) ବିଭିନ୍ନ ବେଗ ସହିତ କିନ୍ତୁ ସମାନ ସମୟରେ (ଘ) ତୁରନ୍ତ

6.4 ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁରେ କେତୋଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତା ସଂଖ୍ୟା ଅଛି?

(କ) ଗୋଟିଏ (ଖ) ଦୁଇଟି (ଗ) ତିନୋଟି (ଘ) ଛଅଟି

6.5 2 ମିଟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଏକ ହୁକ୍, ଯାହାର ଓଜନ 100 କିଲୋଗ୍ରାମ, ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର ଚଟାଣରେ ଗଡୁଛି ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଏହାର କେନ୍ଦ୍ରରେ ବସ୍ତୁତ୍ୱର ବେଗ 20 cm/sec । ଏହାକୁ ବନ୍ଦ କରିବାପାଇଁ କେତେ କାମ କରିବାକୁ ପଡିବ?

(କ) 2 J (ଖ) 6 J (ଗ) 5 J (ଘ) 4 J

6.6 ଏକ ଚିକ୍କଣ ଗୋଲକ A, କୋଣୀୟ ବେଗ ω ସହିତ ଏକ ଘର୍ଷଣହୀନ ଭୂସମାନ୍ତର ପୃଷ୍ଠରେ ଗତି କରୁଛି ଏବଂ ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ରର ବେଗ ହେଉଛି u । ଏହା ନମନୀୟ ଭାବରେ ଧକ୍କା ହୁଏ ଏକ ସମାନ ଗୋଲକ B ସହିତ ଯାହାକି ବିଶ୍ରାମରେ ରହିଛି । ସବୁଆଡେ ଘର୍ଷଣକୁ ଅବହେଳା କରିବା । ଧକ୍କା ପରେ, ସେମାନଙ୍କର କୋଣୀୟ ବେଗ ଯଥାକ୍ରମେ ω_A ଏବଂ ω_B । ତେବେ

(କ) $\omega_A < \omega_B$ (ଖ) $\omega_A = \omega_B$ (ଗ) $\omega_A = \omega$ (ଘ) ω_B

6.7 ଗୋଟିଏ କଠିନ ଗୋଲକ A ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଏକ ପୋଲା ଗୋଲକ B ର ସମାନ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ ବାହ୍ୟ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସମାନ। ସେମାନଙ୍କର ବ୍ୟାସ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡ଼ତାର ମୁହୂର୍ତ୍ତ ଯଥାକ୍ରମେ I_A ଏବଂ I_B, ଏପରି

(କ) $I_A = I_B$ (ଖ) $I_A > I_B$ (ଗ) $I_A < I_B$ (ଘ) $I_A/I_B = \rho_A/\rho_B$

6.8 ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନପାଇଁ କୋଣୀୟ ବେଗର ଦିଗ ଏବଂ କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗ।

(କ) ସମାନ (ଖ) ଭିନ୍ନ (ଗ) ଅଭୀଲମ୍ବିତ (ଘ) ସମାନ୍ତରାଳ

6.9 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର (MI) ପ୍ରଦିଶର ପଂକ୍ତି ହେଉଛି

(କ) ଗୋଟିଏ (ଖ) ଦୁଇଟି (ଗ) ତିନୋଟି (ଘ) ଶୂନ

ଏକାଧିକ ପସନ୍ଦ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର

6.1 (ଗ), 6.2 (ଘ), 6.3 (କ), 6.4 (ଡି), 6.5 (ଡି), 6.6 (ସି), 6.7 (ସି), 6.8 (ସି), 6.9 (ଖ)

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରର ପ୍ରଶ୍ନ

ବର୍ଗ *I*

6.1 ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର।

6.2 ସମାନ୍ତରାଳ ଏବଂ ଅଭୀଲମ୍ବିତ ଅକ୍ଷ ପ୍ରମେୟ ତୁଳନା କରଏବଂ ସେଗୁଡିକ ପ୍ରମାଣ କର।

6.3 ନିମ୍ନଲିଖିତ ଶବ୍ଦଗୁଡିକର ଅର୍ଥ କ'ଣ ?

i) ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜ ଜଡତ୍ୱ ଏବଂ ii) ଜଡତ୍ୱର ପ୍ରଦିଶ।

6.4 i) ସମାନ୍ତରାଳ ଏବଂ ii) ଅଭୀଲମ୍ବିତ ଅକ୍ଷ ପ୍ରମେୟ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନାତ୍ମକ ବିବୃତ୍ତି ଦିଅ।

6.5 ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁ ω କୋଣୀୟ ବେଗ ସହିତ ଏକ ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ। ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଗତିଜ ଶକ୍ତି ଗଣନା କର ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର।

6.6 r ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ O ରେ ଉତ୍ପତ୍ତି କେନ୍ଦ୍ର ଥିବା ଏକ କଠିନ ଗୋଲକର ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜର ଜଡତ୍ୱ ଏବଂ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

6.7 ବିନା ଖସଡାରେ ଏବଂ ବିଶ୍ରାମରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଅବନତ ପୃଷ୍ଠ ଉପରୁ ଗଡୁଥିବା ଏକ ଗୋଲକର ରୈଖିକ ତ୍ୱରଣପାଇଁ ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପ୍ରାପ୍ତ କର।

6.8 ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁ, କେନ୍ଦ୍ର O ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ, ଏକ କୋଣୀୟ ବେଗ ω ସହିତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରୁଛି, ଏବଂ ଦିଗ କୋସାଇନ (l, m, n) ଅଛି। ଦେଖାଅ ଯେ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି

$$I_{lmn} = I_{xx}l^2 + I_{yy}m^2 + I_{zz}n^2 + 2I_{xy}lm + 2I_{yz}mn + 2I_{zx}nl$$

6.9 ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁପାଇଁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଗତିଜ ଶକ୍ତିପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ପ୍ରତିଷ୍ଠା କର, ଦିଆଯାଇଛି $\vec{T} = \frac{1}{2}\vec{\omega}.\vec{L}$, ଯେଉଁଠାରେ ପ୍ରତୀକଗୁଡ଼ିକ ସେମାନଙ୍କର ସାଧାରଣ ଅର୍ଥ ଅଟେ।

ବର୍ଗ *II*

6.10 ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁ ଏକ ω କୋଣୀୟ ବେଗ ସହିତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରେ, କେନ୍ଦ୍ର O ଦେଇ ଯାଉଥିବା ଏକ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏବଂ ଦିଗ cosines ଅଛି (l, m, n)।

(a) ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଗତିଜ ଶକ୍ତିପାଇଁ ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ବାହାର କର। ମୁଖ୍ୟ ଅକ୍ଷ ପ୍ରଣାଳୀପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତିକୁ କିପରି ରୂପାନ୍ତରିତ କରାଯାଏ?

(b) (l, m, n) ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ କଠିନ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗପାଇଁ ଏକ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଅନ୍ୱେଷଣ କର। ମୁଖ୍ୟ ଅକ୍ଷ ପ୍ରଣାଳୀପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତିକୁ କିପରି ସଂଶୋଧନ କରାଯିବା ଉଚିତ୍?

6.11 ଯଦି ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ସମ୍ବେଗ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଶୂନ ହୁଏ, ତେବେ ଏହା ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ମଧ୍ୟ ଶୂନ ହେବ- ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରଦାନ କର।

6.12 ଏକ ବସ୍ତୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ଗତିରେ ଏବଂ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତିରେ ରହିପାରେ କି? ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥତା ପ୍ରଦାନ କର।

ଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନ

6.1 ଏକ ଭୂସମାନ୍ତର ଟେବୁଲରେ 100 ଗ୍ରାମ୍ ବସ୍ତୁତ୍ୱ ଏବଂ 2.5 cm ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଏକ କଠିନ ଗୋଲକ ଏକ ସିଧା ରେଖାରେ ସହିତ 10 cm/s ର ସମାନ ବେଗ ସହିତ ବିନା ଖସିକି ଗତି କରୁଛି। ଏହାର ମୋଟ ଶକ୍ତି ଗଣନା କର।

[ଉତ୍ତର: 7000 erg]

ବ୍ୟବହାରିକ

ଏକ ଗାଇରୋସ୍କୋପ୍ (Gyroscope) ର ସାଧାରଣ ଗତିକୁ ଗୁଣାତ୍ମକ ଭାବରେ ଯାଞ୍ଚ କରିବା |

ଲକ୍ଷ୍ୟ

i) ଗୁଣାତ୍ମକ ଭାବରେ ଏକ ଗାଇରୋସ୍କୋପ୍ ର କିଛି ଗତି କୁ ନିରୀକ୍ଷଣ କରିବା

ii) ପାରିମାଣିକ ଭାବରେ ଏକ ସରଳ ଗତି ଯାଞ୍ଚ କରିବା

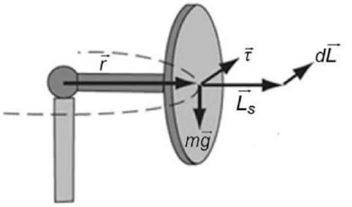
ତତ୍ତ୍ୱ

ଏକ ଗାଇରୋସ୍କୋପ୍ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏକ କଠିନ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କାରୀ ସମାନ ବସ୍ତୁ। କଠିନ ବସ୍ତୁର ସମସ୍ତ କଣିକା ଉପରେ ଏକ ବଳ $\vec{F} = m\vec{a}$ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଗାଇରୋସ୍କୋପିକ୍ ଗତି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରିବ। ଅଧିକାଂଶ ବଳ ଏହାକୁ କଠିନ କରିବାପାଇଁ କଣିକା ମଧ୍ୟରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରନ୍ତି। ମୋଟାମୋଟି ଗତି ନିମ୍ନ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ,

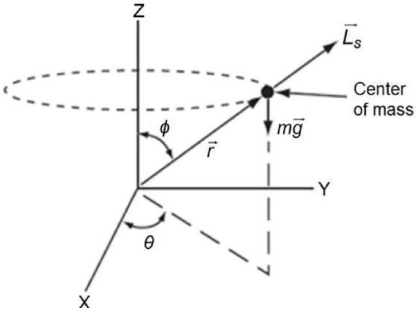
$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad (i)$$

ଯେଉଁଠାରେ, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

ବାହ୍ୟ ବଳ $\vec{F}$ କାରଣରୁ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ। ଫଳାଫଳ ଗତିକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ସମୟରେ ଏହି ସରଳ ସମୀକରଣ ଜଟିଳ ହୋଇପାରେ। ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦେଖାଯାଇଛି [ଚିତ୍ର. (i)]।



ଚିତ୍ର (i)



ଚିତ୍ର (ii)

ଧରାଯାଉ, ଖେଳନା କୋଣୀୟ ବେଗ $\vec{\omega}$ ସହିତ ନିଜ ଅକ୍ଷ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ବୁଲୁଛି, ଯେଉଁଥିରେ ଏକ ଘର୍ଷଣବିହୀନ ବିୟରିଂ ଲଗାଯାଇଛି । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ, ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁରେ ଏକ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ତିଆରି କରିବ କାରଣ ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର (CM) ଅକ୍ଷ (pivot) ଉପରେ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ଏପରି କୌଣସି ବାହ୍ୟ ବଳ ନାହିଁ ଯାହା ଘର୍ଷଣବିହୀନ ଅବସ୍ଥାରେ ଏକ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ତିଆରି କରିପାରିବ । ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଉଭୟ L_z ଏବଂ ω ଅପରିବର୍ତ୍ତୀ ଅଟେ । ପୁନର୍ବାର, ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ସମ୍ଭାବନା ସହିତ ସମୁଦାୟ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତି ଅପରିବର୍ତ୍ତୀ ରହିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଆମେ ସେହି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ବାଛିଥାଉ ଯେଉଁଠାରେ ଶୀର୍ଷ ଏହାର ଭୂସମାନ୍ତର ଅକ୍ଷ ସହିତ ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ ବୁଲୁଛି । ବାହ୍ୟ ଶକ୍ତି ଭୂଲମ୍ବ ଭାବରେ ତଳ ଆଡକୁ ରହିଛି, ତେଣୁ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂସମାନ୍ତର ଅଟେ ।

ସ୍ପିନ୍ (spin) କୋଣୀୟ ସଂବେଗ L_s ଘୂର୍ଣ୍ଣନର ଅକ୍ଷ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଅଟେ । ତେଣୁ ସମୀକରଣ (i) ରୁ ଆମେ କହିପାରିବା dL L_s କୁ ଅଭିଲମ୍ବିତ ଅଟେ । ଏହାସହିତ ପ୍ରଥମ ଅନୁମାନିକତାପାଇଁ L_s+d_L ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ L_s ସହିତ ସମାନ କିନ୍ତୁ ଏକ ଭିନ୍ନ ଦିଗକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରେ । L_s ର ଅଗ୍ରଭାଗ କ୍ରମାଗତ Ω କୋଣୀୟ ବେଗରେ ଏକ ବୃତ୍ତକୁ ଚିହ୍ନଟ କରେ [ଚିତ୍ର (i)] । ଏହି ଗତିକୁ ଅୟନ (precession) କୁହାଯାଏ । ଆସ ଗାଇରୋସ୍କୋପ୍କୁ ଆରମ୍ଭ କରିବାପାଇଁ, ଅକ୍ଷକୁ ସ୍ଥିର ରଖିବା ଏବଂ ଆବଶ୍ୟକ ଅନୁସାରେ ସ୍ପିନ୍ ହାର ସ୍ଥିର କରିବା । ତା'ପରେ ଅକ୍ଷକୁ ଅୟନ (precession) ବେଗରେ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ହୋଇ ମୁକ୍ତ କରାଯାଏ । ଗତିଗୁଡିକ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ସୁଗମ ଅୟନ (precession) ହେବ । ଅପରପକ୍ଷରେ, ଯଦି ବର୍ତ୍ତମାନ ଅକ୍ଷ ବାକି ସ୍ଥାନରୁ ମୁକ୍ତ ହୁଏ ତେବେ ଅଗ୍ରଭାଗ ଛୋଟ ଫାଶପରି ଗତିକୁ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ସକ୍ଷମ ହେବ ସାମଗ୍ରିକ ଅୟନ (precession)ରେ । ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତିସଂରକ୍ଷଣ ହେତୁ ଏହା ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ ଏବଂ ଏହା ନ୍ୟୁଟେସନ୍ (nutation) ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ।

ଅୟନ ଗତି, ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷ ସହିତ ଗତିର ଅତିରିକ୍ତ ଗତିଜଶକ୍ତିକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରୁଛି । ଯେହେତୁ ω ଘର୍ଷଣବିହୀନ ବିଅରିଙ୍ଗ ହେତୁ ଅପରିବର୍ତ୍ତୀ, ତେଣୁ ଏହି ଅତିରିକ୍ତ ଗତିଜଶକ୍ତି ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତିର ହାର ହ୍ରାସରୁ ଆସିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହିପରି ବସ୍ତୁତ୍ୱ ର କେନ୍ଦ୍ର, ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷକୁ ଶୀର୍ଷରୁ ଅଗ୍ରଗମନପାଇଁ ଠେଲି ଠେଲିକା ଖସିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଯେତେବେଳେ ସ୍ପିନ୍ ଦ୍ରୁତ ହୁଏ, ପଡିବା କମ୍ ହୁଏ ଏବଂ ଅୟନ (precession) ସାମାନ୍ୟ ପ୍ରଭାବିତ ହୁଏ । ସାଧାରଣତଃ, ଅକ୍ଷର ଅଗ୍ରଭାଗ ଟିକିଏ ଉପର ଏବଂ ତଳକୁ ପ୍ରତିକ୍ଷେପ ହୁଏ ଏବଂ ଅୟନ (precession) ବେଗ ଧୀରେ ଧୀରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ।

ଯଦି ଏକ ପରିମାଣିକ ତୁଳନା କରାଯାଏ ସମୀକରଣ (i) ସହିତ, ସ୍ଥିର ଅୟନ (precession) ର କୋଣୀୟ ଆବୃତ୍ତି Ω ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇପାରିବ, ଯେତେବେଳେ କି କୌଣସି ନ୍ୟୁଟେସନ୍ ନାହିଁ ବୋଲି ଧରାଯାଏ । ସେହି ଅବସ୍ଥାରେ ଆମେ ସମୁଦାୟ କୋଣୀୟ ସଂବେଗକୁ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା, ସ୍ପିନ୍ ଏବଂ ଅୟନ (precession) ର କୋଣୀୟ ସଂବେଗ ର ସମଷ୍ଟି ଭାବରେ,

$$\vec{L} = \vec{L}_s + \vec{L}_z = I\omega(\cos\theta\sin\varphi\hat{i} + \sin\theta\sin\varphi\hat{j} + \cos\varphi\hat{k}) + I_z\Omega\hat{k} \qquad \text{(ii)}$$

ଯେଉଁଠାରେ I_z ଭୂଲମ୍ବ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ କୋଣ ଦେଖାଯାଇଛି (ଚିତ୍ର (ii)) ରେ । ସ୍ଥିର ଅୟନ (precession)ପାଇଁ, ϕ ଅପରିବର୍ତ୍ତୀ ଏବଂ $d\theta/dt = \Omega$ ତେଣୁ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I\omega(-\Omega\sin\theta\sin\varphi\hat{j} + \Omega\cos\theta\sin\varphi\hat{k}) \quad \text{(iii)}$$

ଅକ୍ଷ (pivot) ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର (CM) ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଦିଶ ଦିଆଯାଇଛି,

$$\vec{r} = r\cos\theta\sin\varphi\hat{i} + r\sin\theta\sin\varphi\hat{j} + r\cos\varphi\hat{k} \quad \text{(iv)}$$

ତେଣୁ, ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ହେଉଛି

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times m\vec{g} = -r\,mg\sin\theta\sin\varphi\hat{i} + rmg\cos\theta\sin\varphi\hat{j} \quad \text{(v)}$$

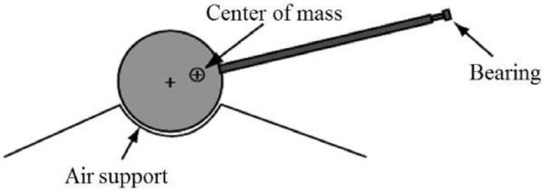
ଏଗୁଡ଼ିକ ସମୀକରଣ (i) କୁ ଠିକ ପ୍ରମାଣିତ କରିବ ଯଦି

$$\Omega = \frac{rmg}{I\omega} \quad \text{(vi)}$$

ଏହା ପ୍ରଦର୍ଶନ କରେ ଯେ ଏକସମାନ ଅୟନ (precession) ଗତି ସମୀକରଣର ଏକ ସମାଧାନ ହୋଇପାରେ ।

ପଦ୍ଧତି

ଭୌତିକ ବ୍ୟବସ୍ଥା: ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ଗାଇରୋସ୍କୋପ୍ ହେଉଛି ଏକ କଠିନ ଧାତୁର ଗୋଲକ ଯାହା ବାୟୁର ଏକ ଗଦିରେ ରହିଅଛି [ଚିତ୍ର (iii)] । ବାୟୁ ଗଦି, ନିଜର ଜ୍ୟାମିତିକ କେନ୍ଦ୍ରର ଅନ୍ତର୍ଗତ ଗୋଲକକୁ ସାହାରା ଦେଇଥାଏ । ଯଦି ଗୋଲକ ତ୍ରୁଟିହୀନ ହୁଏ ତେବେ ତାହା ଉପରେ କୌଣସି ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ରହିବ ନାହିଁ । ବାସ୍ତବରେ, ଗୋଲକରେ ଲାଗିଥିବା ବାଡ଼ି, ବସ୍ତୁତ୍ୱର କେନ୍ଦ୍ର (CM)କୁ ଗୋଲକର ଜ୍ୟାମିତିକ କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ ବିସ୍ଥାପିତ କରୁଅଛି ଏବଂ ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣକୁ ଏଥିରେ ଏକ ଛୋଟ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରୟୋଗ କରିବାକୁ ଅନୁମତି ଦେଉଛି ।



ଚିତ୍ର (iii)

ଏକ ଖସିପାରୁଥିବା ଓଜନ ଦଣ୍ଡରେ ବନ୍ଧା ହୋଇଛି ଯାହାଦ୍ୱାରା ଇଚ୍ଛା ଅନୁଯାୟୀ ବଳାଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରାଯାଇପାରିବ । ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଅକ୍ଷପାଇଁ, ସୁବିଧାଜନକ ଭାବରେ ଦଣ୍ଡ (rod)କୁ ଚିହ୍ନକ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ଏହା ଗାଇରୋସ୍କୋପ୍ କୁ ପରିଚାଳନା ଓ ଘୁଞ୍ଚାଇବାପାଇଁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ଗୋଲକର ଦ୍ରୁତ ସ୍ପିନ୍ପାଇଁ ବାୟୁର ଦ୍ୱିତୀୟ ଜେଟ୍ ଉପଲବ୍ଧ ରହିଥାଏ ।

ଗୁଣାତ୍ମକ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ: ଆସ ବର୍ତ୍ତମାନ ବାୟୁ ଯୋଗାଣକୁ ଚଳନ କରି କାର୍ଯ୍ୟ ଆରମ୍ଭ କରିବା ଯେପରିକି ଗୋଲକ ଭାସିବ । ଏହି ଜରୁରୀ ପ୍ରବାହ ଆରମ୍ଭ କରିବାକୁ ଗୋଲକକୁ ସାମାନ୍ୟ ଉଠାଇବାକୁ ହେବ । ଯଦି ଖସିପାରୁଥିବା ଓଜନ ଦଣ୍ଡ (rod) ଉପରେ ଛାଡି ଦିଆଯାଏ, ତେବେ ଏହାକୁ ଅଲଗା ରଖ, ଯାହା ପରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ । ବିୟରିଂଉପରେ ଦଣ୍ଡକୁ ଭୂଲମ୍ବ ଭାବରେ ଧରି, ଗୋଲକକୁ ସ୍ପିନ୍ କରିବାପାଇଁ ଅନ୍ୟ ହାତର ଆଙ୍ଗୁଠି ମଧ୍ୟରେ ଦଣ୍ଡକୁ ବୁଲାଯାଇପାରେ । ଆମକୁ କିଛି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ କୋଣପାଇଁ ଏହା କରିବାକୁ ପଡିବ ।

ଏହାପରେ ଦଣ୍ଡକୁ ବିଶ୍ରାମରୁ ମୁକ୍ତ କରି ଆୟନ (precession) ବେଗରେ ଯିବା ବେଳର ପ୍ରଭାବ ଦେଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ଏବଂ ବିପରୀତ ଦିଗରେ ଯିବା ବେଳେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଭାବ ଦେଖିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । ଅୟନ (precession) ସ୍ଥିର ଅକ୍ଷାଂଶ ଥିବା ଏକ ବୃତ୍ତକୁ ଅଙ୍କନ କରିବ ଏବଂ ନ୍ୟୁଟେସନ୍ (nutation) ବୃତ୍ତାକାର ପଥରୁ ଅଳ୍ପ ବିଚ୍ୟୁତ ହେବ । ଦଣ୍ଡର ଅଗ୍ରଭାଗର ବିଭିନ୍ନ ଗତିକୁ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ପଡିବ ।ଏକ ଭୂଲମ୍ବ ଦଣ୍ଡ ସହିତ ଗୋଲକକୁ ବୁଲାଇବା ଏବଂ ତା'ପରେ ଏହାକୁ ମୁକ୍ତ କରିବା ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଦର୍ଶନ କରାଯାଇପାରିବ ଯେ, ଧୀର ଶୀର୍ଷ ଗତି ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଗତି । ଦ୍ରୁତ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସହିତ ଆରମ୍ଭ କର, ଗତି ଧୀର ଅୟନ ହୋଇଯାଏ ଯାହା ପରେ ଆଙ୍ଗୁଠି ମଧ୍ୟରେ ଦଣ୍ଡକୁ ଧରି ଘୂର୍ଣ୍ଣନକୁ ମନ୍ଥର କରିଥାଏ । ସ୍ପିନ୍ ହାର ଅନେକ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ହ୍ରାସ ପାଇଥାଏ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ହ୍ରାସ ମୂଲ୍ୟ ପରେପାଇଁ ଦଣ୍ଡକୁ ମୁକ୍ତ କରି ଗତି ଦେଖାଯାଏ । ଏହି ଗତିର ଏକ ବର୍ଣ୍ଣନା ଦିଅ ।

ପରିମାଣିକ ଅଂଶ ପରୀକ୍ଷଣ: ଏହି ପରୀକ୍ଷଣରେ, ପରିମାଣିକ ଅଂଶ ହେଉଛି ସମୀକରଣ (vi)ର ଦୁଇଟି ଆନୁମାନିକ ପରିମାଣ। ଆମେ ବୁଝୁଛୁ ଯେ Ω, rmg ଉପରେ ସିଧାସଳଖ ନିର୍ଭର କରେ ଏବଂ ω ଉପରେ ଏହା ଓଲଟା ନିର୍ଭର କରେ। ଯେହେତୁ ଏହି ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ, ଆମେ ପୂର୍ବାନୁମାନକୁ ଯାଞ୍ଚ କରିପାରିବା। ପରୀକ୍ଷଣପାଇଁ ଆମକୁ ଗୋଲକକୁ ବହୁତ ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ ଘୂରେଇବା ଆବଶ୍ୟକ ଏବଂ ଏଥିପାଇଁ ଆମେ ଏକ ଏୟାର ଜେଟ୍ ବ୍ୟବହାର କରୁ। ଦଣ୍ଡକୁ ଭୂସମାନ୍ତର ଦିଗରେ ଧରି ରଖ, ଏବଂ ତା'ପରେ ଗୋଲକର ବିଷୁବରେଖାରେ ବାୟୁକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କର। କିଛି ମିନିଟ୍ ପରେ ଗୋଲକ ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ ଘୂରିବ। ଯଦି ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଜେଟ୍ କୁ ଅଲଗା କରିଥାଉ ଏବଂ ଏହା ଦ୍ୱାରା ଦଣ୍ଡ ମୁକ୍ତ କରୁ, ଗାଇରୋସ୍କୋପ୍ ଧୀରେ ଧୀରେ ଅଗ୍ରଗତି କରିବ। ଜଣେ ବିରାମ ଘଡି ବ୍ୟବହାର କରି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅୟନପାଇଁ ସମୟ ମାପିପାରିବ। ସମୟ ସହିତ ସ୍ପିନିଂର ହାର ହ୍ରାସ ପାଇବ।

ସ୍ପିନ୍ ବେଗ ମାପିବାପାଇଁ ଆମେ ଏକ ଷ୍ଟ୍ରୋବ୍ ଆଲୋକ (strobe light) ବ୍ୟବହାର କରୁ। ଷ୍ଟ୍ରୋବକୁ ଏପରି ସ୍ଥାନିତ କରାଯାଏ ଯେ, ଏହା ଗୋଲକକୁ ଉଜ୍ଜ୍ୱଳ ଆଲୋକ ଦେଇଥାଏ। ଯଦି ଆଲୋକର ଝଲକ ମଧ୍ୟରେ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନ ଗୋଲକର ଗୋଟିଏ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସମୟ ସହିତ ସମାନ, ତେବେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି ବନ୍ଦ ହୋଇଥିବା ପରି ଦେଖାଯିବ। ଏହାର କାରଣ ହେଉଛି ଗୋଲକର ସମାନ ଅଂଶ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆଲୋକର ଝଲକରେ ସମାନ ସ୍ଥାନରେ ରହିବ। ଏହି ଗୋଲକ, ଦୁଇଟି କଳା ରେଖା ସହିତ ଚିହ୍ନିତ ହୋଇଛି ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଏହାକୁ ବନ୍ଦ କରିବା ସମୟରେ ଧ୍ୟାନ ଦେବା ସହଜ ହୋଇଯାଏ। ଆଲୋକର ଝଲକ ମଧ୍ୟରେ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନ ଖୋଜି, ଜଣେ ସ୍ପିନିଂ ଗତିର ଅବଧି ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିପାରେ।

ଯେତେବେଳେ ଷ୍ଟ୍ରୋବ୍ ବହୁତ ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ ଝଲସୁଛି, ଗୋଲକ ଚମକ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବାକୁ ସକ୍ଷମ ହେବ ନାହିଁ। ତା'ପରେ ଆମେ କଳା ଚିହ୍ନର ଏକାଧିକ ଚିତ୍ର ଦେଖିବୁ। ଅପରପକ୍ଷରେ, ଯେତେବେଳେ ଷ୍ଟ୍ରୋବ୍ ବହୁତ ଧୀରେ ଧୀରେ ଝଲସେ ସେତେବେଳେ ଜଣେ କେବଳ ଗୋଟିଏ ପ୍ରତିଛବି ପାଇପାରେ। ଆଲୋକର ଝଲକର ହାର ପ୍ରତି ମିନିଟ୍ ଝଲକରେ ଷ୍ଟ୍ରୋବ୍ ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୁଏ। ଆମକୁ ଏହାକୁ ଝଲକ ମଧ୍ୟରେ ସମୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ପରିଣତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ, ଝଲକ ପ୍ରତି ସେକେଣ୍ଡ, ଏହାଦ୍ୱାରା ସ୍ପିନ୍ ପ୍ରାପ୍ତ ଅବଧି T_s ମିଳିପାରିବ।

ସମୀକରଣ (vi)କୁ ପରୀକ୍ଷା କରିବାକୁ, ଆମକୁ ଅୟନ ବେଗ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବାକୁ ପଡିବ ସ୍ପିନ୍ ବେଗର କେତୋଟି ମୂଲ୍ୟପାଇଁ। ତଥାପି, ଆମେ ସିଧାସଳଖ ପାଇଥିବା ପରିମାଣ ହେଉଛି T_p ଏବଂ T_s, ଯଥାକ୍ରମେ ଅୟନ ଏବଂ ସ୍ପିନ୍ ଅବଧି। ତା'ପରେ ଆମେ ସମୀକରଣ (vi)କୁ ପୁନଃଲେଖିପାରିବା

$$T_p T_s = \frac{4\pi^2 I}{rmg} \qquad \text{(vii)}$$

ଏଥିରୁ ଆମେ ପାଇଥାଉ ଯେ T_p ଏବଂ T_s ଗୁଣାଙ୍କ ଏକ ସ୍ଥାୟୀ ଅଙ୍କ ।

ଆମେ ଆୟନ ଅବଧିର rmg ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳତା ଯାଞ୍ଚ କରିପାରିବାପାଇଁ, ସ୍ଲାଇଡିଂ ଓଜନ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ । ଦଣ୍ଡ ଉପରେ ଗୋଲକର କେନ୍ଦ୍ରରୁ r' ଦୂରରେ ରଖାଯାଇଥିବା ଏକ ଅତିରିକ୍ତ ଓଜନ m', ସମୀକରଣ (vii)ର ହାରରେ ଏକ ଅତିରିକ୍ତ ଶବ୍ଦ ଯୋଡିବ।

$$T_p T_s = \frac{4\pi^2 l}{rmg + r'm'g} \qquad \text{(viii)}$$

ଯେତେବେଳେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଓଲଟାଇ ଲେଖାହେବ, ଏହା ଅଧିକ ସୂଚନା ଦେବ ।

$$\frac{1}{T_p T_s} = \frac{g}{4\pi^2 I}(rm + r'm') \qquad \text{(ix)}$$

ଏକ $(T_p T_s)^{-1}$ ବନାମ r' ଗ୍ରାଫ୍, ଏକ ସିଧା ରେଖା ହେବ। ଏହାର, ଅତିରିକ୍ତ ଓଜନ ବିନା ମୂଲ୍ୟର ଏକ ଅପରୋଧନ (intercept) ହେବ।

ଡିଗ୍ରୀ କଠିନ ବାସ୍ତୁ ଉପରେ ବାହ୍ୟ ଶକ୍ତିର ପ୍ରଭାବ ଏବଂ ଯୁଗ୍ମ ବସ୍ତୁର ସ୍ୱାତନ୍ତ୍ର୍ୟର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିବିଜ୍ଞାନରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ସତର୍କତା

ଉପକରଣ ସହିତ ଜଡିତ ସମସ୍ୟାକୁ ଏଡାଇବାପାଇଁ କିଛି ସତର୍କତା ଅବଲମ୍ବନ କରିବାକୁ ପଡିବ। ଭୂଲମ୍ବ ସ୍ଥିତିରେ ଭାରୀ ଗୋଲକକୁ ସମର୍ଥନ କରିବାପାଇଁ ଦଣ୍ଡ ଯଥେଷ୍ଟ ଶକ୍ତିଶାଳୀ ହେବା ଉଚିତ୍। ଗୋଲକଟି ନରମ ଧାତୁ ଏବଂ ପରୀକ୍ଷଣର ସଫଳ ପ୍ରଦର୍ଶନପାଇଁ ସଠିକ୍ ଗୋଲାକାର ହେବା ଉଚିତ୍। ଯଦି ଏହା କଠିନ ଚଟାଣରେ ପଡେ ତେବେ ଏହା ନଷ୍ଟ ହୋଇଯିବ। ଏହା ବାହାରକୁ ଚଢିବ ଏବଂ ନିଜକୁ କ୍ଷତି ପହଞ୍ଚାଇବ ଯେତେବେଳେ ସ୍ପିନିଂ ବଲ୍ ସହାୟକ କପ୍ ସହିତ ଯୋଗାଯୋଗ କରେ, ଯାହା ଯେତେବେଳେ ଗୋଲକ ବୁଲୁଛି ଏବଂ ସମର୍ଥନକୁ ଠେଲି ନଦିଏ ସେତେବେଳେ ବାୟୁ ଯୋଗାଣ ଏଡାଇ ଦିଆଯାଇପାରେ। ଯେତେବେଳେ ଗୋଲକଟି ଏହାର ଅବଲମ୍ବନର ଠେଲି ନଦେଇ ଘୁରୁଛି ସେତେବେଳେ ବାୟୁ ଯୋଗାଣ ଛାଡିଦିଆଯାଇପାରେ, ଯାହାଦ୍ୱାରା ଗୋଲକର କ୍ଷତିରୁ ବଞ୍ଚାଇହେବ ।

ଦଣ୍ଡର ଶେଷଭାଗରେ ଏକ ବିୟରିଂ ଅଛି। ଗୋଲକକୁ ମନ୍ଥର ନକରି ନିୟନ୍ତ୍ରଣ କରିବାପାଇଁ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ପାରେ। ଯେତେବେଳେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନକୁ ଧୀର କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ, ଏହାକୁ ବିୟରିଂ ଉପରେ ଧରିରଖିବା ସମୟରେ ଦୁଇ ଆଙ୍ଗୁଠିରେ ଧୀରେ ଧୀରେ ଦଣ୍ଡ ଚିପି ଦିଅ।

ମୌଖିକ ପ୍ରଶ୍ନ

1. ଗାଇରୋସ୍କୋପ୍ ର ଅର୍ଥ କ'ଣ?
2. ଏକ ଗାଇରୋସ୍କୋପ୍ ଗତି ଦ୍ୱାରା କ'ଣ ବୁଝାଯାଏ?
3. ଗାଇରୋସ୍କୋପିକ୍ ଗତିର ଏକ ଆଦର୍ଶଉଦାହରଣ ଦିଅ।
4. ଆୟନ (precession)ର ଅର୍ଥ କ'ଣ?
5. ନ୍ୟୁଟେସନ୍ (nutation) କ'ଣ?
6. ପରୀକ୍ଷଣର ପରିମାଣିକ ଅଂଶ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର।
7. ପରୀକ୍ଷଣ ସମୟରେ କ'ଣ ସତର୍କତା ଅବଲମ୍ବନ କରାଯିବ?
8. ଏହି ପରୀକ୍ଷଣର ଗ୍ରାଫ୍ ରୁ ତୁମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କ'ଣ?

ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ

ବଳ ଏବଂ ବଳର ପ୍ରଭାବର ଅଧ୍ୟୟନ ସହିତ ଗତିବିଜ୍ଞାନ ଜଡିତ, ଗତିବିଜ୍ଞାନ ପୁରାତନ ଯାନ୍ତ୍ରିକର ଏକ ଶାଖା । ନ୍ୟୁଟନ୍ ପ୍ରଥମେ ପୁରାତନ ଓ ଅସାପେକ୍ଷ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନରେ ଗତିଶୀଳତାର ମୌଳିକ ନିୟମ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିଲେ। ଷୋଡଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଶେଷରେ ଗାଲିଲିଓଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଗତିଶୀଳତାର ମୂଳଦୁଆ ପକାଯାଇଥିଲା।

କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିବିଜ୍ଞାନ ବାହ୍ୟ ଶକ୍ତିର ଏହାଉପରେ ପ୍ରଭାବ ଏବଂ ଏହାର ଛଅ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତାର ଭିନ୍ନତା ଯୁଗ୍ମ ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ ନେଇ ଗଠିତ। ବସ୍ତୁର ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁର ଗତିପଥକୁ ଉଦାହରଣ ଭାବରେ ନିଆଗଲେ, ଏଥିରୁ ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତାର ମିଳେ।

କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ

ୟୁଲର୍ (୧୭୨୭) କିଛି ମୌଳିକ ଚିନ୍ତାଧାରାକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ କରିଥିଲେ ଯାହା ୧୭୮୨ ରେ ଜିଓର୍ଡାନୋ ରିକାଟି (Giordano Riccatiଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଆହୁରି ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଇଥିଲା। ସେ ଏହି ପଦ୍ଧତି ବିକଶିତ କରିଥିଲେ ଏବଂ ଥୋମାସ୍ ୟଙ୍ଗଙ୍କ ପରେ କିଛି ସାମଗ୍ରୀର ସ୍ଥିତିସ୍ଥାପକତା ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବାକୁ ସକ୍ଷମ ହୋଇଥିଲେ। ଏହି ଅଧ୍ୟୟନ ପରେ ସାଇମନ ପୋଏଜୋନ (Simeon Poisson)ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପୋଏଜୋନ ଅନୁପାତ (Poisson ratio) ସହିତ ତୃତୀୟ ଦିଗକୁ ବିସ୍ତାର କରାଯାଇଥିଲା। ଗାବ୍ରିଏଲ୍ ଲାମେ (Gabriel Lamé), ଲାମେ

ପାରାମିଟର୍ ପ୍ରବର୍ତ୍ତନ କରୁଥିବା ସଂରଚନାର ସ୍ଥିରତାକୁ ନିଶ୍ଚିତ କରିବାପାଇଁ ଅଧ୍ୟୟନ ଜାରି ରଖିଥିଲେ । ଏହି ଗୁଣାଙ୍କଗୁଡିକ ରୈଖିକ ସ୍ଥିତିସ୍ଥାପକତା ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କଲା ଏବଂ ଏହା ଅଖଣ୍ଡ ଯନ୍ତ୍ରବିଜ୍ଞାନ (continuum mechanics) କ୍ଷେତ୍ର ଆରମ୍ଭ କଲା ।

ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟ

ଲିଓନହାର୍ଡ ୟୁଲର୍, ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ଗତିର ନିୟମ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ନିୟମକୁ କଣିକାର ବିଚାରଠାରୁ କଠିନ ବସ୍ତୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତାର କରିଥିଲେ । ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ପରେ, ଅନେକ ବୈଜ୍ଞାନିକ ଅନେକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନକୁ କ୍ରମାଗତ ଭାବରେ ଉତ୍ତରୋତ୍ତର ପୁନଃନିର୍ମାଣ କରିବାରେ ସକ୍ରିୟ ଭାବରେ ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରିଥିଲେ । ଏଥିମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମଟି 1788 ମସିହାରେ ଇଟାଲୀୟ-ଫରାସୀ ଗଣିତଜ୍ଞ ଜୋସେଫ ଲୁଇସ ଲାଗ୍ରେଞ୍ଜଙ୍କ (Joseph Louis Lagrange) ଦ୍ୱାରା ବିକଶିତ ହୋଇଥିଲା । ଲାଗ୍ରାନଜିଆନ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକରେ ସମାଧାନ ଭିନ୍ନତାର ଗଣନା ସର୍ବନିମ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟର ପଥ ଉପରେ ନିଆଗଲା । ୱିଲିୟମ୍ ରୋୱାନ୍ ହାମିଲଟନ୍ (William Rowan Hamilton) ପୁନର୍ବାର 1833 ରେ ଲାଗ୍ରାନଜିଆନ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ପୁନଃ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିଲେ ।

ଲିଓନହାର୍ଡ ୟୁଲର

ହାମିଲଟନିଆନ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀରେ, ନୀତିଗୁଡିକ ଉପରେ ଅଧିକ ଗଭୀର ଦୃଷ୍ଟି ଦିଆଯାଇପାରିଥିଲା । ବାସ୍ତବରେ, ଅଧିକାଂଶ ହାମିଲଟନିଆନ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀ କ୍ୱାଣ୍ଟମ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀରେ ମିଳିପାରିବ । କମ୍ପ୍ୟୁଟର ସିମୁଲେଟର (simulator)ଗୁଡିକ, ଏକ ବଡ଼ ଚାପରେ ଜଟିଳ ପରିସ୍ଥିତିରେ ବକ୍ର ପଥ ଅନୁସରଣ କରୁଥିବା ଭାରୀ ଉପକରଣ ପରିଚାଳନାପାଇଁ ଲୋକଙ୍କୁ ତାଲିମ ଦେବାପାଇଁ ଏକ ବିପଦମୁକ୍ତ ପଦ୍ଧତି । ଉଦାହରଣ ହେଉଛି ବୃହତ ଜଙ୍ଗଲ ଯନ୍ତ୍ର, ବୁଲଡୋଜରରୁ ନେଇକି ଟଗ୍ ଡଙ୍ଗାରେ କେବୁଲ୍ ଅନୁକୃତିଏବଂ କୌଶଳ ବେଲ୍ଟ ଯାନ । ଡ୍ରାଇଭିଂ ସିମୁଲେଟର୍ ମଧ୍ୟ ଏକ ଭଲ ଉଦାହରଣ । ଆଭାସୀ ଯନ୍ତ୍ରପାତି ପରିଚାଳନାପାଇଁ, ଏକ ଯଥାର୍ଥ ଆକଳନ ଦେବାପାଇଁ ସିମୁଲେଟରଗୁଡିକ ପ୍ରତିକ୍ରିୟାଶୀଳ ଏବଂ ଯଥେଷ୍ଟ ସଠିକ୍ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହା ଆଭାସୀ ଆଦାନ ପ୍ରଦାନ ଆଦିରୂପ (interactive virtual prototyping) ସହିତ ସମାନ । ଡ୍ରାଇଭିଂ ସିମୁଲେଟରଗୁଡିକ ବହୁତ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଏବଂ ବାସ୍ତବରେ ଆଭାସୀର ଅନେକ ଦିଗ ଏଥିରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଅଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ ସବୁଠାରୁ ବଡ ଏବଂ ଜଟିଳ ସିମୁଲେଟର ହେଉଛି ଜାତୀୟ ଉନ୍ନତ ଡ୍ରାଇଭିଂ ସିମୁଲେଟର (NADS) ।

ସାଦୃଶ୍ୟ

ଗତିବିଜ୍ଞାନରେ ଗତିର ଜ୍ୟାମିତି ସହିତ ଜଡିତ ଶୁଦ୍ଧଗତିବିଜ୍ଞାନ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଗତିର ଉତ୍ପତ୍ତିପାଇଁ କୌଣସି ସନ୍ଦର୍ଭ ବିନା ସମୟ କୁ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ କରିବାପାଇଁ ବିସ୍ଥାପନକୁ ବେଗ ସହିତ ଜଡିତ କରିବାପାଇଁ ଶୁଦ୍ଧଗତିବିଜ୍ଞାନକୁ (kinematics) ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ । ଶୁଦ୍ଧଗତିବିଜ୍ଞାନ ଦିଆଯାଇଥିବା ବଳ ଦ୍ୱାରା ଗତିର କିମ୍ବା ଏକ ଦିଆଯାଇଥିବା ଗତି ଉତ୍ପାଦନପାଇଁ ବଳ ଖୋଜିବାପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତାବର ପୂର୍ବାନୁମାନ କରେ । ସାଧାରଣତଃ, ଗତିବିଜ୍ଞାନ ହେଉଛି ଯନ୍ତ୍ରବିଜ୍ଞାନର ଶାଖା ଯାହା ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ଗତି ଉପରେ ପ୍ରଭାବ ସହିତ ଜଡିତ । ଅପରପକ୍ଷେ ସ୍ଥାୟିତୀକୀ, ବିନା ଗତିର ବଳର ଅଧ୍ୟୟନ ସହିତ ଜଡିତ ।

ଗତିବିଜ୍ଞାନର ସଫଳ କାର୍ଯ୍ୟକାରିତା ସହିତ, ଜଣେ ଅପରେଟିଂ ସଂରଚନାରେ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ସଦସ୍ୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ 2 ଏବଂ 3 ଆକାରରେ (2D ଏବଂ 3D) ଗତିଶୀଳ ଓଜନ ଗଣନା କରିବାର କ୍ଷମତା ପାଇପାରିବ । ଏକ ସଂରଚନାର ସଦସ୍ୟମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଟ୍ରାଜେକ୍ଟୋରୀ ଡିଜାଇନ୍ ଏବଂ କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ କରିବାର କ୍ଷମତା ଏବଂ 2 ଏବଂ 3 ଆକାରରେ (2D ଏବଂ 3D) ସଂରଚନାର ଯେକୌଣସି ସମୟରେ ବେଗ ଏବଂ ତ୍ୱରାନ୍ୱିତ ମାପିବାର କ୍ଷମତା ସମ୍ଭବ ହୋଇଯାଏ । ଏହା ବ୍ୟତୀତ, ଅପରେଟିଂ ଆଚ୍ଛାଦନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକ୍ଷେପରେ ଶୁଦ୍ଧଗତିବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ଗତିବିଜ୍ଞାନ ବିଶ୍ଳେଷଣକୁ ମିଶ୍ରଣ କରିବାର କ୍ଷମତା, ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସମସ୍ୟା ଆଭିମୁଖ୍ୟକୁ ଖାତିର ନକରି ଏବଂ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଅନୁମାନ ବ୍ୟବହାର କରି ଗତିଶୀଳ ଓଜନ ଗଣନା କରାଯାଇପାରିବ ବୋଲି ସଚେତନତା ମଧ୍ୟ ସଠିକ୍ ଭାବରେ ପରିମାପ ତିଆରି କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ । ବାସ୍ତବରେ, ଏହି ଜ୍ଞାନ ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଏବଂ ବାୟୁ ବିମାନ ବିଜ୍ଞାନର ଅନେକ ପରବର୍ତ୍ତୀ ପାଠ୍ୟକ୍ରମରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ ।

ଇତିହାସ

ଷୋଡଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଶେଷରେ ଗତିବିଜ୍ଞାନର ମୂଳଦୁଆ ପଡିଥିଲା ଯେତେବେଳେ ଗାଲିଲିଓ ଗାଲିଲି, ଏକ ଅବନତ ଚଟାଣରେ ଗଡୁଥିବା ସହିତ ଏକ ଚିକ୍କଣ ବଲ୍‌କୁ ପରୀକ୍ଷଣ କରି, ବସ୍ତୁ ତଳକୁ ଖସିବାପାଇଁ ଗତିର ନିୟମ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଲା। ସେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଥମେ ଦର୍ଶାଇଥିଲେ ଯେ ବଳ ହେଉଛି ବସ୍ତୁର ବେଗରେ ପରିବର୍ତ୍ତନର କାରଣ। ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ 'ପ୍ରିନସିପିଆ' ('Principia') (1687) ବିଶ୍ୱର ସର୍ବଶ୍ରେଷ୍ଠ ବୈଜ୍ଞାନିକ ଏବଂ ବୌଦ୍ଧିକ ସଫଳତା ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟତମ କିନ୍ତୁ ଏହା ଯନ୍ତ୍ରବିଜ୍ଞାନର ସମସ୍ତ ସାଧାରଣ ନିୟମକୁ ସମାଧାନ କରେ ନାହିଁ। ପୁସ୍ତକରେ କଠିନ ବସ୍ତୁପାଇଁ ସାଧାରଣ ଗତିବିଜ୍ଞାନ ପ୍ରଣାଳୀର କୌଣସି ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ନାହିଁ ଏବଂ ବିକୃତିଯୋଗ୍ୟ କଠିନ ଏବଂ ତରଳ ପଦାର୍ଥର ଯାନ୍ତ୍ରିକତା ଉପରେ ମଧ୍ୟ କିଛି ନାହିଁ। ବସ୍ତୁର କଣିକାପାଇଁ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଏକ ଏକୀକରଣ ପଦ୍ଧତିପାଇଁ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ନୁହେଁ। ସମସ୍ତ ସଂସ୍ଥାପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ଯନ୍ତ୍ରବିଜ୍ଞାନର ସାଧାରଣ ନୀତି ଉପରେ ବିଶେଷ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ସହିତ ଅର୍ଦ୍ଧ ଶତାବ୍ଦୀରୁ ଅଧିକ ଗବେଷଣା 1750 ରେ ୟୁଲର ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସ୍ଥାପିତ ହୋଇଥିଲା।

ସମୟଧାରା

1690: ଜେମ୍ସ ବର୍ନୌଲି ସାଇକ୍ଲୋଇଡ୍ ହେଉଛି ଟାଉଟୋକ୍ରୋନ୍ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ବୋଲି ପ୍ରତିଷ୍ଠିତ କଲେ।

1727: ଲିଓନହାର୍ଡ ୟୁଲର ଦୁଇଟି ଅତିରିକ୍ତ ଆଇନ ସହିତ କଣିକାରୁ କଠିନ ବସ୍ତୁ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ଗତିନିୟମକୁ ବିସ୍ତାର କଲେ।

1747: ଡି'ଆଲେମ୍ବରଟ୍ ଏବଂ ଆଲେକ୍ସିସ୍ କ୍ଲେରାଉଟ୍ ତିନି-ବସ୍ତୁ ସମସ୍ୟାର ପ୍ରଥମ ଆନୁମାନିକ ସମାଧାନ ପ୍ରକାଶ କଲେ।

1782: ଜିଓର୍ଡାନୋ ରିକାଟି କିଛି ସାମଗ୍ରୀର ସ୍ଥିତିସ୍ଥାପକତା ଖୋଜିବା ଆରମ୍ଭ କଲେ; ଏହା ପରେ ଥୋମାସ୍ ୟଙ୍ଗ ଏବଂ ସିମିଅନ୍ ପୋଇସନ୍ ଅଧ୍ୟୟନକୁ ତୃତୀୟ ଦିଗକୁ ବିସ୍ତାର କଲେ; ଗାବ୍ରିଏଲ୍ ଲାମେ ସଂରଚନାର ସ୍ଥିରତା ନିଶ୍ଚିତ କରିବାପାଇଁ ଅଧ୍ୟୟନ ଉପରେ ଦୃଷ୍ଟି ଆକର୍ଷଣ କରିଥିଲେ ଏବଂ ଲାମେ ପାରାମିଟର୍ ପ୍ରବର୍ତ୍ତନ କରିଥିଲେ।

1828: ଗାଉସ୍ (Gauss) ଶାରୀରିକ ଗତିବିଜ୍ଞାନର ନୀତିରେ, ଗତି ଉପରେ ପ୍ରତିବନ୍ଧକ ବିଷୟକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରିବାପାଇଁ ସର୍ବନିମ୍ନ ପ୍ରତିବନ୍ଧକନୀତି ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିଥିଲେ।

1843: ଆର୍ଥର କେଲି n-ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ପାରାମିଟର୍ ଥିବା ସିଷ୍ଟମ୍।

1983: ମୋର୍ଡେହାଇ ମିଲଗ୍ରୋମ୍ ପ୍ରସ୍ତାବିତ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ନ୍ୟୁଟନିଆନ୍ ଗତିଶୀଳତା।

ପ୍ରୟୋଗ (ବାସ୍ତବ ଜୀବନ / ଶିଳ୍ପ)

ହାମିଲଟନିଆନ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀର ସୁବିଧା ଥିଲା ଯେ ଏହାର ଢାଞ୍ଚା ଅଧିକ ଗଭୀର ଅଧ୍ୟୟନପାଇଁ ଅନୁମତି ଦେଇଥିଲା। ହାମିଲଟନିଆନ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀର ଅଧିକାଂଶ ଢାଞ୍ଚା କ୍ୱାଣ୍ଟମ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀରେ ମିଳିପାରିବ। ଉନବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଶେଷ ଭାଗରେ କିଛି ଅସୁବିଧା ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଥିଲା ଯାହା କେବଳ ଆଧୁନିକ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ଦ୍ୱାରା ସମାଧାନ ହୋଇପାରିବ। ଯେତେବେଳେ ଶାସ୍ତ୍ରୀୟ ଥର୍ମୋଡାଇନାମିକ୍ସ ସହିତ ମିଳିତ ହୁଏ, ଶାସ୍ତ୍ରୀୟ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀ ଗିବ୍ସ ବିରୋଧାଭାସକୁ ନେଇଥାଏ ଯେଉଁଠାରେ ଏନଟ୍ରୋପି ଏକ ଭଲ ଭାବରେ ପରିଭାଷିତ ପରିମାଣ ନୁହେଁ। ଏହି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନପାଇଁ ପ୍ରୟାସ କ୍ୱାଣ୍ଟମ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀର ବିକାଶ କୁ ନେଇଗଲା।

ସେହିପରି, ବେଗ ପରିବର୍ତ୍ତନ ଅଧୀନରେ ଚିରସମ୍ମତ ବିଦ୍ୟୁତ ଚୁମ୍ବକତ୍ୱ (classical electromagnetism) ଏବଂ ଚିରସମ୍ମତ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀର (classical mechanics) ବିଭିନ୍ନ ଆଚରଣ ଆପେକ୍ଷିକତା ସିଦ୍ଧାନ୍ତକୁ ନେଇଗଲା। ପ୍ରୟୋଗର କିଛି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଉଦାହରଣ ହେଉଛି: ରୋବୋଟିକ୍ ପ୍ରଣାଳୀର ବିଶ୍ଳେଷଣପାଇଁ, ପଶୁ, ମଣିଷ କିମ୍ବା ହ୍ୟୁମାନଏଡ୍ (humanoid) ପ୍ରଣାଳୀର ବାୟୋମେକାନିକାଲ୍ (biomechanical) ବିଶ୍ଳେଷଣପାଇଁ, ମହାକାଶ ବସ୍ତୁର ବିଶ୍ଳେଷଣପାଇଁ, କଠିନ ବସ୍ତୁର ଅଦ୍ଭୁତ ଗତିକୁ ବୁଝିବାପାଇଁ, ଗତିବିଜ୍ଞାନ-ଆଧାରିତ ସମ୍ବେଦକର ତିଆରି ଏବଂ ବିକାଶପାଇଁ, ଯେପରିକି ଗ୍ୟାଇରୋସ୍କୋପିକ ସମ୍ବେଦକ (gyroscopic sensors), ଅଟୋମୋବାଇଲରେ ବିଭିନ୍ନ ସ୍ଥିରତା ବୃଦ୍ଧି ପ୍ରୟୋଗର ଡିଜାଇନ୍ ଏବଂ ବିକାଶ ଯାହାକି ଭିଡିଓ ଗେମ୍ ର ଗ୍ରାଫିକ୍ସରେ ଉନ୍ନତି ଆଣିପାରିବ ଯେଉଁଥିରେ କଠିନ ବସ୍ତୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଇତ୍ୟାଦି।

ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅଧ୍ୟୟନ (ପରିବେଶ / ସ୍ଥାୟୀତ୍ୱ / ସାମାଜିକ / ନୈତିକ ପ୍ରସଙ୍ଗ)

ପୁରାତନ ଯନ୍ତ୍ରବିଜ୍ଞାନ (Classical Mechanics) ହେଉଛି ବଳର କାର୍ଯ୍ୟ ଅଧୀନରେ ବସ୍ତୁର ବିସ୍ଥାପନ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବାପାଇଁ ଗାଣିତିକ ବିଜ୍ଞାନ। ଶାରୀରିକ ଘଟଣାକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ ନ୍ୟୁଟନ୍ ସେହି ଗାଣିତିକ ଆଭିମୁଖ୍ୟ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କରିଥିଲେ ଯେଉଁଥିରେ ସେ କହିଥିଲେ ଯେ କୌଣସି ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ଆଧାର ନଥିବା ଉପକଳ୍ପନା ପ୍ରବର୍ତ୍ତନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ନୁହେଁ। ଏହାଦ୍ୱାରା ଅନେକ ନୂତନ ସମସ୍ୟାପାଇଁ ନ୍ୟୁଟନିଆନ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀର ନିୟମର ପ୍ରୟୋଗ କରାଗଲା। ଏହା ୟୁଲରଙ୍କୁ ଅନୁପ୍ରେରିତ କଲା ଓ ସେ କଠିନ ବସ୍ତୁର ତ୍ରି-ଆକାରଗତିର ଏକ ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ଅଧ୍ୟୟନ ଆରମ୍ଭ କରିଥିଲେ । ୟୁଲରଙ୍କ ଗତିର ସମୀକରଣ ନାମକ ଗତିବିଜ୍ଞାନ ସମୀକରଣର ଏକ ସଂଚାଳନ ତିଆରି ହେଲା।

ଏହି ସମୟରେ ନ୍ୟୁଟନିଆନ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀର ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ପଦ୍ଧତି ଏବଂ ଗାଣିତିକ ଉପକରଣଗୁଡ଼ିକ ଅନେକ ଅଣ-କଠିନ ପ୍ରଣାଳୀର କଣିକା ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥିଲା ଯାହାଦ୍ୱାରା ଅଖଣ୍ଡ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀର ବିକାଶ ହେଲା। ପ୍ରବହ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀ, ତରଙ୍ଗ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀ ଏବଂ ବିଦ୍ୟୁତ ଚୁମ୍ବକତ୍ୱର ତତ୍ତ୍ୱ ଉଭା ହେଲା ଯାହା ଆଲୋକର ତରଙ୍ଗ ତତ୍ତ୍ୱ କୁ ବିକାଶ କରିଲା। ପୂର୍ଣ୍ଣ ସମୟ ଏବଂ ସ୍ଥାନର ମୌଳିକ ଧାରଣା, ଯେପରି ନ୍ୟୁଟନ୍ ପ୍ରିନସିପିଆରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିଥିଲେ, ଅନେକ ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ଅନୁସନ୍ଧାନକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିବାପାଇଁ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ନଥିଲା। ଆଇନ୍ ଷ୍ଟାଇନ୍, ସ୍ଥାନ ଏବଂ ସମୟର ଧାରଣା ତଥା ଗତିର ଆପେକ୍ଷିକତା ଉପରେ ପୁନର୍ବିଚାର କରି ଅପ୍ଟିକ୍ସ ଏବଂ ନ୍ୟୁଟନିଆନ୍ ଯାନ୍ତ୍ରିକୀ ମଧ୍ୟରେ ସ୍ପଷ୍ଟ ବିବାଦର ସମାଧାନ କରିଥିଲେ।

ଉଦୀୟମାନ ଟେକ୍ନୋଲୋଜି ବୃହତ ପ୍ରଣାଳୀରେ କଠୋର ବସ୍ତୁ ସିମୁଲେଟରକୁ ଉପ-ଅଂଶ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ସମ୍ଭବ କରିଥିଲା। ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ମଣିଷଉପରେ ନଜର ରଖିବା କରିବା କିମ୍ବା ରୋବଟ୍ ଚାଳନା କରିବା ପରି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପରିସ୍ଥିତିରେ, ସିମୁଲେଟରକୁ ପୂର୍ବାନୁମାନ ଉପକରଣ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ। ଏକ ଡିଜିଟାଲ୍ ଡିଜାଇନ୍ ଦୃଷ୍ଟିକୋଣରୁ, ଆମେ ଟେକ୍ନୋଲୋଜିର ସ୍ପେକ୍ଟ୍ରମ୍ କୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିପାରିବା, ଯେଉଁଠାରେ ଗୋଟିଏ ମୁଣ୍ଡରେ ଆମକୁ ଅଫ୍ ଲାଇନ୍ ସିମୁଲେଟର୍ ମିଳେ, ଯାହା ଫଳାଫଳ ଗଣନା କରିବାକୁ କିଛି ଘଣ୍ଟା କିମ୍ବା ଦିନ ନେଇପାରେ, ଯେତେବେଳେକି ଅନ୍ୟ ପଟେ ସେମାନେ ଉଚ୍ଚ ଗୁଣବତ୍ତା ଫଳାଫଳ ପ୍ରଦାନ କରନ୍ତି। ଚଳଚ୍ଚିତ୍ର ଉତ୍ପାଦନପାଇଁ ଅନେକ ସମାନ କମ୍ପ୍ୟୁଟର ଗ୍ରାଫିକ୍ସ ଅନୁକୃତିପଦ୍ଧତି ସୁବିଧାଜନକ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ। ଯଦି ଆମେ ସ୍ପେକ୍ଟ୍ରମକୁ ଦେଖିବା ତେବେ ଆମେ ଦ୍ରୁତ ରନ୍-ଟାଇମ୍ ସିମୁଲେଟରଗୁଡିକ ବହୁତ ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ ପ୍ରଶଂସନୀୟ ଫଳାଫଳ ବିତରଣ କରିବାକୁ ସକ୍ଷମ ହେଓ୍ୱା। ଏହି ପ୍ରକାରର ସିମୁଲେଟର ଖେଳ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି, ଉଦାହରଣ ।, ବୁଲେଟ୍।

ଅନୁସନ୍ଧିତ୍ସା ଏବଂ କୌତୁହଳ ବିଷୟ

ଖେଳ ଏବଂ ଚଳଚ୍ଚିତ୍ରପାଇଁ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଅନୁକୃତି ଭୌତିକ ବାସ୍ତବବାଦୀ ହେବା ଠାରୁ ଅଧିକ ସମ୍ଭବପର । ଖେଳ ଗୁଡିକପାଇଁ ଅନୁକୃତି ପ୍ରକୃତ-ସମୟ ଆବଶ୍ୟକ କରେ କିନ୍ତୁ ଚଳଚ୍ଚିତ୍ରପାଇଁ ପ୍ରକୃତ ସମୟର ପ୍ରତିବନ୍ଧକ ନାହିଁ। ତଥାପି, ଦ୍ରୁତ ଅନୁକୃତି ପଦ୍ଧତିଗୁଡିକ ସର୍ବଦା ପସନ୍ଦ କରାଯାଏ, କାରଣ ଜଟିଳ ଦୃଶ୍ୟଗୁଡିକ ବିଶେଷ ପ୍ରଭାବପାଇଁ ଅନୁକରଣ କରାଯାଏ ଏବଂ ଅନୁକୃତି ସମୟ, ଅଧିକ ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ କରାଏ। ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହା ଏକ ପୁନରାବୃତ୍ତି ସମାଧାନ ପଦ୍ଧତି ବହୁତ ଲୋକପ୍ରିୟ। ଧକ୍କା ଚିହ୍ନଟ ଏବଂ ଧକ୍କା ପ୍ରତିକ୍ରିୟାର ମୁକାବିଲାପାଇଁ 2D ଏବଂ 3D ଗ୍ରାଫିକ୍ସ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ଅନେକ ଖେଳ ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁ ଗତିଶୀଳ ଇଞ୍ଜିନ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ। କେତେକ ପରିସ୍ଥିତିରେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ଗତି କଠିନ ବସ୍ତୁ ଗତିଶୀଳତା ଦ୍ୱାରା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ପରିଚାଳିତ। ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଆମେ ଆଙ୍ଗ୍ରି ବାର୍ଡସ୍ (Angry Birds) ଖେଳ ଯେଉଁଥିରେ ବକ୍ସ 2D (Box2D) ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ଇଞ୍ଜିନ୍ କିମ୍ବା 3D ଜେଙ୍ଗା ଖେଳ (Jenga game) ବ୍ୟବହାର ହୁଏ, ତାହା ଉଲ୍ଲେଖ କରିପାରିବା। ଏହା ଆହୁରି ମଧ୍ୟ କଠିନ ବସ୍ତୁ ଏବଂ ଗତିଜ ଆନିମେଟେଡ୍ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରେ ପାରସ୍ପରିକ ସମ୍ପର୍କର ଏକ ବଡ ଆହ୍ୱାନର ପରିଚୟ ଦେଇଥାଏ।

ସନ୍ଦର୍ଭ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଦିଆଯାଇଥିବା ପାଠ୍ୟ
(References & Suggested Readings)

1. B. Paul, Kinematics and Dynamics of Planar Machinery, Prentice-Hall, NJ, 1979.
2. K. J. Waldron and G. L. Kinzel, Kinematics and Dynamics, and Design of Machinery, 2nd Edition, John Wiley and Sons, 2004.
3. L. W. Tsai, Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators, John-Wiley, NY, 1999.
4. B. J. Torby, Energy Methods, Advanced Dynamics for Engineers, HRW Series in Mechanical Engineering, United States of America: CBS College Publishing, 1984.
5. J. B. Marion and S. T. Thornton, Classical Dynamics of Systems and Particles, 4th Edition, Thomson, 1995.
6. T. R. Kane and D. A. Levinson, Dynamics, Theory and Applications, McGraw-Hill, NY, 2005.
7. K. R. Symon, Mechanics, 3rd Edition, Addison-Wesley, 1971.
8. R. A. Tenenbaum, Fundamentals of Applied Dynamics, Springer, 2004.
9. R. W. Gomez, J. J. Hernandez-Gomez and V. Marquina, A Jumping Cylinder on an Inclined Plane, Eur. J. Phys, IOP, vol. 33 (5): pp. 1359–1365, 2012. doi:10.1088/0143-0807/33/5/1359.
10. https://ndigitalonline.com/video/vip/1/myvideo/module_1_lecture_1_rigid_body_motion
11. https://nptel.ac.in/content/storage2/courses/112101096/Mod%201/Lec1/1.1_1.html
12. https://www.physics.rutgers.edu/~shapiro/507/book5.pdf
13. https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-09-classical-mechanics-iii-fall-2014/lecture-notes/MIT8_09F14_Chapter_2.pdf
14. https://nios.ac.in/media/documents/SrSec312NEW/312_Physics_Eng/312_Physics_Eng_Lesson7.pdf

ଭୌତିକ ସ୍ଥାୟୀ ଅଙ୍କର ସାରଣୀ

ଟେବୁଲ୍ I: ଏକକ ଏବଂ ପରିମାପ

ଭୌତିକ ପରିମାଣ		ପରିମାପQ		CGS ପ୍ରଣାଳୀ		SI ପ୍ରଣାଳୀ	
		ପରିମାପ	ଏକକ	ନାମ	ଏକକ ପ୍ରତୀକ	ନାମ	ଏକକ ପ୍ରତୀକ
ମୌଳିକ ପରିମାଣ	ଦୈର୍ଘ୍ୟ	[L]	l	ସେଣ୍ଟିମିଟର	cm	ମିଟର	m
	ବସ୍ତୁତ୍ୱ	[M]	m	ଗ୍ରାମ	g	କିଲୋଗ୍ରାମ	kg
	ସମୟ	[T]	t	ସେକେଣ୍ଡ	s	ଦ୍ୱିତୀୟ	s
ଉତ୍ପନ୍ନ ପରିମାଣ	କ୍ଷେତ୍ର	$[L^2]$	S, A	ବର୍ଗ ସେଣ୍ଟିମିଟର	cm^2	ବର୍ଗ ମିଟର	m^2
	ଆୟତନ	$[L^3]$	V	ଘନ ସେଣ୍ଟିମିଟର	cm^3	ଘନ ମିଟର	m^3
	ବେଗ	[L]/[T]	v	ସେଣ୍ଟିମିଟର/ ସେକେଣ୍ଡ	cm/s	ମିଟର/ ସେକେଣ୍ଡ	m/s
	ତ୍ୱରଣ	$[L]/[T^2]$	a	ସେଣ୍ଟିମିଟର/ ବର୍ଗ ସେକେଣ୍ଡ	cm/s^2	ମିଟର/ ବର୍ଗ ସେକେଣ୍ଡ	m/s^2
	ବଳ	$[M][L]/[T^2]$	F	ଡାଇନ୍	$dyn = g.cm/s^2$	ନ୍ୟୁଟନ୍	$N = kg.m/s^2$
	ଶକ୍ତି	$[M][L^2]/[T^2]$	E	ଏର୍ଗ	$erg = g.cm^2/s^2$	ଜୁଲ୍	$J = kg.m^2/s^2$

ଟେବୁଲ୍ ଦ୍ୱିତୀୟ: ଦଶର ସାମର୍ଥ୍ୟ

ଉପଶମ	ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ନାମ	ସାମର୍ଥ୍ୟ	ଉପଶମ	ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ନାମ	ସାମର୍ଥ୍ୟ
ଡେକା	dek	10^1	ଡେସି	d	10^{-1}
ହେକ୍ଟୋ	h	10^2	ସେଣ୍ଟି	c	10^{-2}
କିଲୋ	k	10^3	ମିଲି	m	10^{-3}
ମେଗା	M	10^6	ମାଇକ୍ରୋ	μ	10^{-6}
ଗିଗା	G	10^9	ନାନୋ	n	10^{-9}

ଟେରା	T	10^{12}	ପିକୋ	p	10^{-12}
ପେଟା	P	10^{15}	ଫେମ୍ଟୋ	f	10^{-15}
ଏକ୍ସା	E	10^{18}	ଆଟୋ	a	10^{-18}

ଟେବୁଲ୍ ତୃତୀୟ: ଶୁଖିଲା ଇଣ୍ଟରଫେସ୍ ପାଇଁ ସ୍ଥିର ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ

ସାମଗ୍ରୀ ସଂଯୋଗ	ସ୍ଥିର ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ
କଂକ୍ରିଟରେ ରବର	0.60 – 0.90
ପଥର ଉପରେ ପଥର	0.40 – 0.70
ଧାତୁ ଉପରେ ଧାତୁ	0.15 – 0.60
କାଠ ଉପରେ ଧାତୁ	0.20 – 0.60
କାଠ ଉପରେ କାଠ	0.25 – 0.50
ପଥର ଉପରେ ଧାତୁ	0.30 – 0.70
ଚମଡା ଉପରେ କାଠ	0.25 – 0.50
ଚମଡା ଉପରେ ଧାତୁ	0.30 – 0.60

ପରିଶିଷ୍ଟ

ପରିଶିଷ୍ଟ-A: ବ୍ୟବହାରିକ ପାଇଁ ଟେମ୍ପଲେଟ୍ ସୂଚକ

ଲକ୍ଷ୍ୟ

ପରୀକ୍ଷଣର ଲକ୍ଷ୍ୟ ବିଷୟରେ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରନ୍ତୁ ।

ପ୍ରାସଙ୍ଗିକତା

ତୁମର ନିଜ ଶବ୍ଦରେ ପରୀକ୍ଷଣର ପ୍ରାସଙ୍ଗିକତା ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

ଆବଶ୍ୟକତା

ସେମାନଙ୍କର ଉପଯୁକ୍ତ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟତା ସହିତ ସମସ୍ତ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ଉପକରଣର ତାଲିକା କର ।

ପଦ୍ଧତି, ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଏବଂ ଅନୁମାନ

ପରୀକ୍ଷଣର ପଦ୍ଧତିକୁ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ଏବଂ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ ଠିକ୍ ଭାବରେ ଧ୍ୟାନ ଦିଅ । ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଆଧାରରେ କିଛି ଅନୁମାନ କରାଯିବା ଉଚିତ୍ । ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଟେବୁଲ୍ ପରି ଏକ ଟେବୁଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ:

ସୋପାନ ନମ୍ବର୍	ପଦ୍ଧତି	ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ	ଅନୁମାନ
1			
2			
3			

ଭିଡିଓ / ଆନିମେସନ୍

ଯଦି ସମ୍ଭବ, ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ଭୌତିକ ଭାବରେ କଳ୍ପନା କରିବା ପାଇଁ କିଛି ଭିଡିଓ/ଆନିମେସନ୍ ଦେଇ ପାରିବେ।

ଗଣନା

ପରୀକ୍ଷଣ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ସମସ୍ତ ଭୌତିକ ପରିମାଣ ଠିକ୍ ଭାବରେ ଗଣନା କର ।

ଫଳାଫଳ ଏବଂ ଆଲୋଚନା (ତ୍ରୁଟି ପରିମାପ)

ଅନ୍ତିମ ଫଳାଫଳ ପ୍ରାପ୍ତ କର ଏବଂ ତ୍ରୁଟିଗୁଡିକର ଉପଯୁକ୍ତ ବିଚାର ସହିତ ଏହା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କର । ଏହା ଆପଣଙ୍କ ପରୀକ୍ଷଣ ସମୟରେ ଆରମ୍ଭ କରାଯାଇପାରିବ ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ

ଶେଷରେ ପ୍ରାପ୍ତ ଫଳାଫଳ ଉପରେ ଆଧାର କରି ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଦିଅ ।

ପରୀକ୍ଷଣରେ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ବୈଧତା

ବାସ୍ତବ ଜୀବନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ପରୀକ୍ଷଣର ଫଳାଫଳକୁ ବୈଧ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର।

ICTର ବ୍ୟବହାର

ଉପଲବ୍ଧ ଅନଲାଇନ୍ ଉତ୍ସ ବ୍ୟବହାର କରି ମଧ୍ୟ ଅଧ୍ୟୟନ କରିପାରିବ । ଏଗୁଡ଼ିକ ଉପଯୋଗୀ କାରଣ ଏଥିରେ ସମୟ ଏକ ପ୍ରତିବନ୍ଧକ ନୁହେଁ । ତାହା ମଧ୍ୟରୁ କିଛି ନିମ୍ନରେ ତାଲିକାଭୁକ୍ତ ହୋଇଛି (ସୀମିତ ନୁହେଁ) :

https://swayam.gov.in/

https://nptel.ac.in/

https://www.swayamprabha.gov.in/

ଧ୍ୟାନ ଦିଅ - ପ୍ରଶିକ୍ଷକ ଏବଂ ପ୍ରୟୋଗଶାଳା- ପ୍ରାଯୁକ୍ତିକ ମାନଙ୍କ ପାଇଁ

କିଛି ସାଧାରଣ ଏବଂ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ ପରୀକ୍ଷାଗାର ପ୍ରସ୍ତୁତି, ରକ୍ଷଣାବେକ୍ଷଣ, ନିରାପତ୍ତା ଦିଗ ଇତ୍ୟାଦି ପାଇଁ ପୃଥକ ଭାବରେ ତାଲିକାଭୁକ୍ତ ହୋଇଛି [ସଂଲଗ୍ନ V ଦେଖ] । ପ୍ରୟୋଗଶାଳା ଅନୁଦେଷ୍ଟା ଏବଂ ପ୍ରୟୋଗଶାଳା- ପ୍ରାଯୁକ୍ତିକମାନେ କୌଣସି ବିପଦ ବିନା ପରୀକ୍ଷାଗାରକୁ ସୁରୁଖୁରୁରେ ଚଳାଇବା ପାଇଁ ସେହି ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀକୁ ଠିକ୍ ଭାବରେ ଅନୁସରଣ କରିପାରିବେ ।

ପରିଶିଷ୍ଟ-B: ଗୋଷ୍ଠୀରେ ବ୍ୟବହାରିକ / ପ୍ରୋଜେକ୍ଟ / କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ ପାଇଁ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ ସୂଚକ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ

ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଦକ୍ଷତା

ମାନଦଣ୍ଡ ଏବଂ ସ୍ତର	ବିକାଶଶୀଳ	ଦକ୍ଷ	ପ୍ରବୀଣ
ସେଟ୍-ଅପ୍ ପରିଚାଳନା କରୁଛି			
ତଥ୍ୟରେକର୍ଡିଂ			
ସମୟ ପରିଚାଳନା			
ଦଳ କାର୍ଯ୍ୟ			
ବ୍ୟକ୍ତିଗତ କାର୍ଯ୍ୟ			
ନିରାପତ୍ତା ସତର୍କତା			

ଉତ୍ପାଦ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଦକ୍ଷତା

ମାନଦଣ୍ଡ ଏବଂ ସ୍ତର	ବିକାଶଶୀଳ	ଦକ୍ଷ	ପ୍ରବୀଣ
ବିଷୟବସ୍ତୁ			
ଗବେଷଣା/ସର୍ବେକ୍ଷଣ			
ଅତ୍ୟାଧୁନିକ ପ୍ରଯୁକ୍ତିବିଦ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର			
ପ୍ରସଙ୍ଗରେ ରହୁଛନ୍ତି			
ପ୍ରସ୍ତୁତି			
ଉପସ୍ଥାପନାର ଆତ୍ମବିଶ୍ୱାସ			
PPT ତିଆରି କରିବାର କୌଶଳ ସହିତ ଆଇସିଟି ବ୍ୟବହାର			
ସମୟ ପରିଚାଳନା			
ଗୋଷ୍ଠୀ ପ୍ରୟାସ			
ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ପ୍ରୟାସ			

ପରିଶିଷ୍ଟ-C: ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ ବ୍ଲୁମର ବର୍ଗୀକରଣ ସହିତ ସଂଯୁକ୍ତ

ବ୍ଲୁମର ବର୍ଗୀକରଣ –ଏହି ପୁସ୍ତକ ପାଇଁ ପ୍ରଶ୍ନର ବିକାଶ ପାଇଁ ଏହାକୁ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ବର୍ଗ କରି ଯୋଡି କରାଯାଇଛି:

ବର୍ଗ 1 ପ୍ରଶ୍ନ	ବର୍ଗ 2 ପ୍ରଶ୍ନ *- ଉଚ୍ଚ କ୍ରମ ଚିନ୍ତାକୌଶଳ*
ବ୍ଲୁମର ସ୍ତର 1: ମନେ ରଖ	ବ୍ଲୁମର ସ୍ତର 4: ବିଶ୍ଳେଷଣ କର
ବ୍ଲୁମର ସ୍ତର 2: ବୁଝ	ବ୍ଲୁମର ସ୍ତର 5: ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କର
ବ୍ଲୁମର ସ୍ତର 3: ପ୍ରୟୋଗ କର	ବ୍ଲୁମର ସ୍ତର 6: ସୃଷ୍ଟି କର

ପରିଶିଷ୍ଟ-D: ପ୍ରାକ୍ଟିକାଲ୍ ପାଇଁ ରେକର୍ଡଗୁଡିକ

କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା	ପୃଷ୍ଠା ସଂଖ୍ୟା	ପରୀକ୍ଷଣର ନାମ	ତାରିଖ			ପ୍ରାପ୍ତାଙ୍କ	ଦସ୍ତଖତ
			ପ୍ରକୃତ	ପୁନରାବୃତ୍ତି	ମନ୍ତବ୍ୟ		
1-		ଏକ ଏୟାର-ଟ୍ରାକରେ ପରୀକ୍ଷଣ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର					
2-		ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଦୋଳନକାରୀରେ ଅନୁବାଦ ଘଟଣାର ଅନୁସନ୍ଧାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର					
3-		ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁ ଯୋଡି ହୋଇଥିବା ଦୋଳନରେ ସାଧାରଣ ରୀତି ଅନୁସନ୍ଧାନ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର					
4-		ଏକ ଗତିପାଳକ ଚକ୍ର (flywheel)ର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର					
5-		ଏକ ଆୟତାକାର ବାର୍ ର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର					
6-		ଏକ ଗାଇରୋସ୍କୋପ୍ ର ସାଧାରଣ ଗତିକୁ ଗୁଣାତ୍ମକ ଭାବରେ ଯାଞ୍ଚ କର					

ସଂଲଗ୍ନ ତାଲିକା

ସଂଲଗ୍ନ - I: ସଦିଶ ଅବକଳ ଅପରେଟର ସହିତ ଜଡିତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସୂତ୍ର

(i) $\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{F}=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.\vec{F}\right)-\nabla^2\vec{F}$

(ii) $\vec{\nabla}.\left(\vec{\nabla}\times\vec{F}\right)=0$ ଅର୍ଥାତ୍, ଏକ ସଦିଶର କର୍ଲ ର ଡାଇଭରଜେନ୍ସ ସର୍ବଦା ଶୂନ ଅଟେ ।

(iii) $\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\phi\right)=0$ ଅର୍ଥାତ୍, ଏକ ଆଦିଶର ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟର କର୍ଲ ସର୍ବଦା ଶୂନ ଅଟେ ।

(iv) $\vec{\nabla}\times\left(\vec{F}\times\vec{G}\right)=\left(\vec{G}.\vec{\nabla}\right)\vec{F}-\left(\vec{F}.\vec{\nabla}\right)\vec{G}+\left(\vec{\nabla}.\vec{G}\right)\vec{F}-\left(\vec{\nabla}.\vec{F}\right)\vec{G}$

(v) $\vec{\nabla}\left(\vec{F}.\vec{G}\right)=\left(\vec{F}.\vec{\nabla}\right)\vec{G}+\left(\vec{G}.\vec{\nabla}\right)\vec{F}+\vec{F}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{G}\right)+\vec{G}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{F}\right)$

(vi) $\vec{\nabla}.\left(\vec{F}\times\vec{G}\right)=\vec{G}.\left(\vec{\nabla}\times\vec{F}\right)-\vec{F}.\left(\vec{\nabla}\times\vec{G}\right)$

(vii) $\vec{\nabla}.\left(\phi\vec{F}\right)=\left(\vec{\nabla}\phi\right).\vec{F}+\phi\left(\vec{\nabla}.\vec{F}\right)$

(xiii) $\nabla^2 V=\vec{\nabla}.\vec{\nabla}V\neq\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.V\right)$

(ix) $\vec{\nabla}\left(U+V\right)=\vec{\nabla}U+\vec{\nabla}V$

(x) $\vec{\nabla}\,(UV) = V\vec{\nabla}\,U + U\vec{\nabla}\,V$

(xi) $\vec{\nabla}\left(\frac{U}{V}\right)=\frac{V\vec{\nabla}U-U\vec{\nabla}V}{V^2}$

(xii) $\vec{\nabla}V^n=nV^{n-1}\vec{\nabla}V$

(xiii) $\vec{\nabla}\left(f\vec{A}\right)=f\left(\vec{\nabla}.\vec{A}\right)+\vec{A}.\left(\vec{\nabla}f\right)$

(xiv) $\vec{\nabla}\times\left(f\vec{A}\right)=f\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)-\vec{A}\times\left(\vec{\nabla}f\right)$

ସଂଲଗ୍ନ - II: ସଦିଶ ତ୍ରି-ଗୁଣନ (VECTOR TRIPLE PRODUCT)

ତିନୋଟି ସଦିଶର ତ୍ରି-ଗୁଣନକୁ ଶ୍ରେଣୀଭୁକ୍ତ କରାଯାଇପାରେ: i) ଆଦିଶ ଏବଂ ii) ସଦିଶ ତ୍ରି-ଗୁଣନ

ଆଦିଶ ତ୍ରି-ଗୁଣନ (Scalar triple product): ତିନୋଟି ସଦିଶର ଆଦିଶ ତ୍ରି-ଗୁଣନ $\vec{A}$, $\vec{B}$ ଏବଂ $\vec{C}$, ଏହିପରି ପରିଭାଷିତ ହୋଇପାରେ:

$$\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}.(\vec{C}\times\vec{A})=\vec{C}.(\vec{A}\times\vec{B})$$

ତିନୋଟି ଆଦିଶର ତ୍ରି-ଗୁଣନ $\vec{A}$, $\vec{B}$ ଏବଂ $\vec{C}$, ମୂଳତଃ ଏକ ସମାନ୍ତରାଳ ଆୟତନର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ଯାହାର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି $\vec{A}$, $\vec{B}$ ଏବଂ $\vec{C}$, ଏବଂ ଏବଂ ଏହା ନିମ୍ନରୂପେ ଦିଆଯାଇପାରିବ,

$$V = \left|\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})\right| = \left|\vec{B}.(\vec{C}\times\vec{A})\right| = \left|\vec{C}.(\vec{A}\times\vec{B})\right| = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$

ଏହା ସକରାତ୍ମକ କିମ୍ବା ନକାରାତ୍ମକ ହୋଇପାରେ

ସଦିଶ ତ୍ରି-ଗୁଣନ (Vector triple product): ତିନୋଟି ସଦିଶର ତ୍ରି-ଗୁଣନ $\vec{A}$, $\vec{B}$ ଏବଂ $\vec{C}$, ପରିଭାଷିତ ହୋଇପାରେ:

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}(\vec{B}.\vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}.\vec{B})$$

ଏହା ସହିତ ଏକ ସଦିଶ ସହ-ସମତଳ(coplanar)କୋପ୍ଲାନର $\vec{B}$ ଏବଂ $\vec{C}$ । ସାଧାରଣତଃ, $\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C}) \neq (\vec{A}\times\vec{B})\times\vec{C}$

ନିମ୍ନଲିଖିତ ନିୟମଗୁଡିକ ଦୁଇଟି ସଦିଶର ବିନ୍ଦୁ ଗୁଣନ ପାଇଁ ବୈଧ ଅଟେ:

1. $\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$ ବିନ୍ଦୁ ଗୁଣନ ପାଇଁ କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ

2. $\vec{A}.(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}.\vec{B} + \vec{A}.\vec{C}$ ବିତରଣ ନିୟମ

3. $m(\vec{A}.\vec{B}) = (m\vec{A}).\vec{B} = \vec{A}.(m\vec{B}) = (\vec{A}.\vec{B})m;$ ଯେଉଁଠାରେ m ଏକ ଆଦିଶ ।

4. $\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1, \hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{i} = \hat{i}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{j} = 0$

5. ଯଦି $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ ଏବଂ $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ ତା'ପରେ $\vec{A}.\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$

ଯଦି $\vec{A}.\vec{B} = 0$ ଏବଂ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ତେବେ ଶୂନ୍ୟ ସଦିଶ ନୁହେଁ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ଅଭୀଲମ୍ବିତ ।

ନିମ୍ନଲିଖିତ ନିୟମଗୁଡିକ ଦୁଇଟି ସଦିଶର କ୍ରସ୍ ଗୁଣନ ପାଇଁ ବୈଧ ଅଟେ:

1. $\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\times\vec{B} + \vec{A}\times\vec{C}$ ବିତରଣ ନିୟମ

2. $m(\vec{A}\times\vec{B}) = (m\vec{A})\times\vec{B} = \vec{A}\times(m\vec{B}) = (\vec{A}\times\vec{B})m;$ କେଉଁଠାରେ m ଏକ ଆଦିଶ ।

3. $\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = 0, \hat{i}\times\hat{j} = -\hat{j}\times\hat{i} = \hat{k};\ \hat{j}\times\hat{k} = -\hat{k}\times\hat{j} = \hat{i}$ और $\hat{k}\times\hat{i} = -\hat{i}\times\hat{k} = \hat{j}$

5. यदि $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ और $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ है, तब

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \hat{i}(A_yB_z - A_zB_y) + \hat{j}(A_zB_x - A_xB_z) + \hat{k}(A_xB_y - A_yB_z)$$

ଯଦି $\vec{A}\times\vec{B} = 0$ ଏବଂ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ଶୂନ୍ୟ ସଦିଶ ନୁହେଁ, ତେବେ $\vec{A}$ ଏବଂ $\vec{B}$ ପରସ୍ପର ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଅଟେ ।

ପରିଶିଷ୍ଟ- III: କାର୍ଟେସିଆନ୍, ସ୍ତମ୍ଭାକାର ଏବଂ ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ କୋର୍ଡିନେଟ୍ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ, ଡାଇଭରଜେନ୍ସ ଏବଂ କର୍ଲ୍

ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ: ସାଧାରଣ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି

$$\vec{\nabla}V = \frac{1}{h_1}\frac{\partial V}{\partial u}\hat{a}_u + \frac{1}{h_2}\frac{\partial V}{\partial v}\hat{a}_v + \frac{1}{h_3}\frac{\partial V}{\partial w}\hat{a}_w$$

କାର୍ଟେସିଆନ୍, ସ୍ତମ୍ଭାକାର ଏବଂ ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ କୋର୍ଡିନେଟ୍ ପ୍ରଣାଳୀ ପାଇଁ, ଗ୍ରେଡିଏଣ୍ଟ ପାଇଁ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଗୁଡ଼ିକ ନିମ୍ନରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ:

କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ:

$$\vec{\nabla}V = \frac{\partial V}{\partial x}\hat{a}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{a}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{a}_z$$

ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ:

$$\vec{\nabla}V = \frac{\partial V}{\partial \rho}\hat{a}_\rho + \frac{\partial V}{\varphi\partial \varphi}\hat{a}_\varphi + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{a}_z$$

ଏବଂ ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ:

$$\vec{\nabla}V = \frac{\partial V}{\partial r}\hat{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\hat{a}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\hat{a}_\varphi$$

ବିଚ୍ଛିନ୍ନତା: ସାଧାରଣ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି

$$\vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{1}{h_1h_2h_3}\left[\frac{\partial(h_2h_3A_u)}{\partial u} + \frac{\partial(h_1h_3A_v)}{\partial v} + \frac{\partial(h_1h_2A_w)}{\partial w}\right]$$

କାର୍ଟେସିଆନ୍, ସ୍ତମ୍ଭାକାର ଏବଂ ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ପୋଲାର କୋର୍ଡିନେଟ୍ ପ୍ରଣାଳୀ ପାଇଁ, ବିଚ୍ଛିନ୍ନତାର ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି ଲେଖାଯାଇପାରିବ:

ନିମ୍ନମତେ କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ:

$$\vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

ସ୍ତମ୍ଭାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ:

$$\vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

ଗୋଲାକାର ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ:

$$\vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta A_0)}{\partial \theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$

କର୍ଲ: ସାଧାରଣ ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \frac{1}{h_1h_2h_3}\begin{vmatrix} h_1\hat{a}_u & h_2\hat{a}_v & h_3\hat{a}_w \\ \frac{\partial}{\partial u} & \frac{\partial}{\partial v} & \frac{\partial}{\partial w} \\ h_1A_u & h_2A_v & h_3A_w \end{vmatrix}$$

କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ:

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \frac{1}{h_1h_2h_3}\begin{vmatrix} \hat{a}_u & \hat{a}_v & \hat{a}_w \\ \frac{\partial}{\partial u} & \frac{\partial}{\partial v} & \frac{\partial}{\partial w} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

ସ୍ତମ୍ଭାକାର ସମନ୍ୱୟରେ,

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \frac{1}{\rho}\begin{vmatrix} \hat{a}_\rho & \rho\hat{a}_\varphi & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial_z} \\ A_\rho & \rho A_\varphi & A_z \end{vmatrix}$$

ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ଗୋଲାକାର ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କରେ,

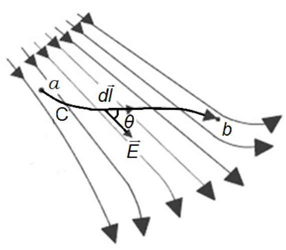
$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \frac{1}{r^2\sin\theta}\begin{vmatrix} \hat{a}_r & r\hat{a}_\theta & r\sin\theta\hat{a}_\varphi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ A_r & rA_\theta & r\sin\theta A_\varphi \end{vmatrix}$$

ସଂଲଗ୍ନ - IV: ସଦିଶ ଏକୀକରଣ - ରେଖା, ପୃଷ୍ଠ ଏବଂ ଆୟତନ ସମାକଳ

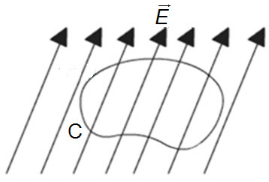
ରେଖା ସମାକଳ: ରେଖା ସମାକଳ $\int_C \vec{E}.\vec{dl}$ ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ C ସହିତ ଏକ ସଦିଶର ବିନ୍ଦୁ ଗୁଣନ। ଅନ୍ୟ ଶବ୍ଦରେ ଏହା ସ୍ପର୍ଶକ ଉପାଦାନର $\vec{E}$ ର, C ବକ୍ର ସହିତ ସମାକଳ।

ଚିତ୍ର A.1. ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି, C ର ଚାରିପାଖରେ ଏକ ସଦିଶ $\vec{E}$, ସମାକଳକୁ ଆମେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିପାରିବ। $\int_C \vec{E}.\vec{dl} = \int_a^b Edl\cos\theta$, E ସହିତ ବକ୍ର C ର ରେଖା ସମାକଳ ଭାବରେ।

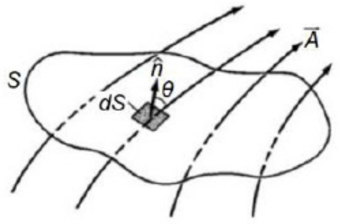
ଯଦି ଏକୀକରଣର ପଥ ଏକ ବନ୍ଦ ପଥ ହୁଏ, ଯେପରି ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ତେବେ ରେଖା ସମାକଳ ଏକ ବନ୍ଦ ରେଖା ସମାକଳ ହୋଇଯାଏ ଏବଂ ଏହାକୁ $\vec{E}$ ଚାରିପାଖରେ C ପରିସଞ୍ଚରଣ କୁହାଯାଏ। ଏହା ନିମ୍ନମତେ ଦିଆଯାଇପାରିବ $\oint_C \vec{E}.\vec{dl}$, ଯେପରି ଚିତ୍ର A.2. ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି।



ଚିତ୍ର **A.1:** ରେଖା ସମାକଳ



ଚିତ୍ର **A.2:** ବନ୍ଦ ରେଖା ସମାକଳ



ଚିତ୍ର **A.3:** ଭୂପୃଷ୍ଠ ସମାକଳ

ଭୂପୃଷ୍ଠ ସମାକଳ: ଏକ ସଦିଶ କ୍ଷେତ୍ର ଦିଆଯାଇଛି $\vec{A}$, ଯାହାକି ଚିକ୍କଣ ପୃଷ୍ଠ ଅଞ୍ଚଳରେ କ୍ରମାଗତ S, ଆମେ ପୃଷ୍ଠ ସମାକଳ କିମ୍ବା S ମାଧ୍ୟମରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିପାରିବା

$$\varphi = \int_S A\cos\theta dS = \int_S \vec{A}.\hat{n}\,dS = \int_S \vec{A}.d\vec{S}$$

S ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ପୃଷ୍ଠ ସମାକଳ। ଯଦି ପୃଷ୍ଠ ସମାକଳ ଏକ ବନ୍ଦ ପୃଷ୍ଠଉପରେ କରାଯାଏ, ତେବେ ଆମେ ଲେଖିବା

$$\varphi = \int_S \vec{A}.d\vec{S}$$

ଆୟତନ ସମାକଳ: । $\iiint_V fdV$ ଆୟତନକୁ ଆମେ V ଉପରେ ଆଦିଶ ପ୍ରକାର୍ଯ୍ୟ f (ସ୍ଥାନିକ ସମନ୍ୱୟର କାର୍ଯ୍ୟ) ର ଆୟତନ ସମାକଳ ଭାବରେ ରୂପେ ବାଖ୍ୟା କର । ଆୟତନ ସମାକଳ $\iiint_V fdV$ ର ଆୟତନ ସମାକଳ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ ତିନୋଟି ଆଦିଶ ଆୟତନ ସମାକଳର ଯୋଗଫଳ ଭାବରେ ଦିଆଯାଇପାରିବ, ଯେଉଁଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆଦିଶ ଆୟତନ ସମାକଳ, ସଦିଶ $\vec{f}$ ର ଏକ ଉପାଦାନ।

ସଂଲଗ୍ନ - V: ପରିମାପରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ତ୍ରୁଟି

ବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ପ୍ରଯୁକ୍ତିବିଦ୍ୟାରେ ପରିମାପ ଏବଂ ଏହାର ଗୁରୁତ୍ୱ

ପରିମାପ ସଂଖ୍ୟାଗତ ମୂଲ୍ୟର ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ପ୍ରକୃତ ସମୟ ପ୍ରଣାଳୀ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପରିମାଣକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ। ସଠିକ୍ ପରିମାପ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକତାଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି:

i) ଉପକରଣ ଠିକ୍ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ,

ii) ବ୍ୟବହୃତ ପଦ୍ଧତି ପ୍ରମାଣିତ ହୋଇପାରୁଥିବା ଉଚିତ୍

iii) ବ୍ୟବହୃତ ମାନକ ସଠିକ୍ ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯିବା ଉଚିତ୍।

ବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ ପ୍ରଯୁକ୍ତିବିଦ୍ୟାରେ, ବ୍ୟବହାରିକ ପ୍ରମାଣ ସହିତ ପ୍ରକୃତ ମାପ ମୂଲ୍ୟର ଉପଲବ୍ଧତା ବିନା ଅଗ୍ରଗତି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇପାରିବନାହିଁ। ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବାକୁ ଯନ୍ତ୍ର ଏକ ଉପକରଣ ଭାବରେ ଗଣା। ଅଜ୍ଞାତ ପରିମାଣର ମୂଲ୍ୟ ମାପିବା ପାଇଁ ଏହା ମଣିଷ ପାଇଁ ଏକ ସହାୟତା ପ୍ରଦାନ କରେ। ଏକ ଉପକରଣ ଇଲେକ୍ଟ୍ରୋନିକ୍, ଯାନ୍ତ୍ରିକ କିମ୍ବା ବୈଦ୍ୟୁତିକ ହୋଇପାରେ। ସମୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ମାପ ପରିମାଣର ଭିନ୍ନତାର ଡିଗ୍ରୀ ଉପରେ ଆଧାର କରି, ଏକ ଉପକରଣରେ ସ୍ଥିର କିମ୍ବା ଗତିଶୀଳ ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ ଥାଇପାରେ।

ପରିମାପରେ ତ୍ରୁଟି

ଯଦି କୌଣସି ପାରାମିଟର୍ ମାପିବା ପାଇଁ ଆଦର୍ଶ ଅବସ୍ଥା ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ, ତେବେ ବିଭିନ୍ନ କାରଣର ହାରାହାରି ବିଚ୍ୟୁତି ଶୂନ ହୋଇଥାଏ। ଏହି ଅସୀମ ପରିମାପର ହାରାହାରି ମୂଲ୍ୟକୁ , ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ କୁହାଯାଏ। କିନ୍ତୁ ଏହା କାଳ୍ପନିକ କାରଣ ନକାରାତ୍ମକ ଏବଂ ସକରାତ୍ମକ ବିଚ୍ୟୁତି ପରସ୍ପରକୁ ବାତିଲ କରେ ନାହିଁ। ଆଦର୍ଶ ଅବସ୍ଥାରେ ପ୍ରାପ୍ତ ହୋଇଥିବା ମୂଲ୍ୟକୁ ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ କିମ୍ବା ସର୍ବୋତ୍ତମ-ମାପ ମୂଲ୍ୟ ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ। ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ ଏବଂ ସର୍ବୋତ୍ତମ-ମାପ ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ଏକ ତ୍ରୁଟି କୁହାଯାଏ।

ତ୍ରୁଟିର ପ୍ରକାର

ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ତ୍ରୁଟିଗୁଡ଼ିକ ମୋଟାମୋଟି ଭାବରେ ତିନୋଟି ବର୍ଗର;

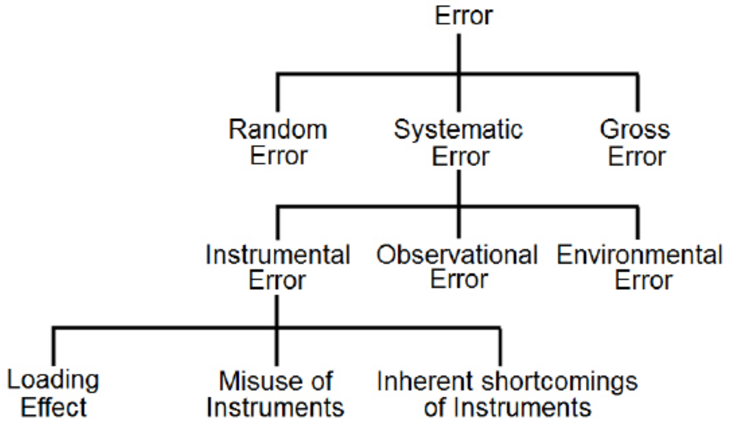
i) ଯନ୍ତ୍ରତ୍ରୁଟି,

ii) ପରିବେଶ ତ୍ରୁଟି ଏବଂ

iii) ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ତ୍ରୁଟି।

ଯନ୍ତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ ତ୍ରୁଟି, ଯନ୍ତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ଅନୁପଯୁକ୍ତ ବ୍ୟବହାର କିମ୍ବା ଉପକରଣର ଲୋଡିଂ ପ୍ରଭାବ ହେତୁ ଯନ୍ତ୍ରତ୍ରୁଟି ଘଟେ । ଏକ ଉପକରଣର ଅନୁପଯୁକ୍ତ ନିର୍ମାଣ, ଅଂଶାଙ୍କିତ(calibration) କିମ୍ବା ସଞ୍ଚାଳନ କିଛି ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ତ୍ରୁଟି ରେ ପରିଣତ ହୋଇପାରେ। ଉପକରଣର ବାହ୍ୟ ପାରିପାର୍ଶ୍ୱିକ ଅବସ୍ଥା ହେତୁ ପରିବେଶ ତ୍ରୁଟି ଘଟେ ଯେଉଁଥିରେ ତାପମାତ୍ରା, ଆର୍ଦ୍ରତା, ଧୂଳିର ଉପଲବ୍ଧତା, କମ୍ପନ କିମ୍ବା ବାହ୍ୟ ଚୁମ୍ବକୀୟ କିମ୍ବା ସ୍ଥିର ବୈଦ୍ୟୁତିକ (electrostatic) କ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରଭାବ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଅନିୟମିତ ତ୍ରୁଟି ତିଆରୋ ହୋଇଯିବା ପଦାର୍ଥ ହଇ କିଛି ଛୋଟ କାରଣ ହେତୁ ହୋଇଥାଏ ଯାହା ଗୋଟିଏ ପରିମାପରୁ ଅନ୍ୟ ପରିମାପକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ।

ଯେକୌଣସି ଉପକରଣର ନିର୍ମାତା ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅବିକଳତା (Accuray) ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରନ୍ତି ଯାହା ସାମଗ୍ରୀ ଏବଂ ଉପକରଣ ଉତ୍ପାଦନ କରିବାର ପ୍ରୟାସ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ଏହି ସଠିକତା ନାମମାତ୍ର ମୂଲ୍ୟରୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିଚ୍ୟୁତି ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି । ଏହି ବିଚ୍ୟୁତିର ସୀମାକୁ ତ୍ରୁଟି ସୀମିତ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ନାମମାତ୍ର ମୂଲ୍ୟସହିତ ତ୍ରୁଟିର ଅନୁପାତକୁ ଆପେକ୍ଷିକ ସୀମିତ ତ୍ରୁଟି କୁହାଯାଏ । ଏକ ଉପକରଣ ପଢିବା କିମ୍ବା କୌଣସି ପରିମାପ ରେକର୍ଡ କରିବାରେ ମାନୁଆଲ୍ ତ୍ରୁଟିଗୁଡିକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା ଯାହା ପରୀକ୍ଷଣ ସମୟରେ ଘଟେ । ଯେକୌଣସି ବୈଜ୍ଞାନିକ ପରିମାପରେ ତ୍ରୁଟି ବିଭିନ୍ନ ଉତ୍ସରୁ ହୋଇପାରେ ଯାହା ଚିତ୍ର A.4ରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯାଇଛି। ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉପକରଣର ତ୍ରୁଟିପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଧ୍ୟୟନ ହେତୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ତ୍ରୁଟି ହୋଇପାରେ। ଅପରପକ୍ଷରେ, ମାପ ଯନ୍ତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ବାହ୍ୟ ପରିସ୍ଥିତି ହେତୁ ପରିବେଶ ତ୍ରୁଟି ଘଟେ, ମୁଖ୍ୟତଃ ତାପମାତ୍ରା ଫଳାଫଳ, ବଳ, ଆର୍ଦ୍ରତା, ମଇଳା, କମ୍ପନ ତ୍ରୁଟି ହୋଇଥାଏ ।



ଚିତ୍ର A.4: ପରିମାପରେ ତ୍ରୁଟି

ଯନ୍ତ୍ରର, ସେମାନଙ୍କର ଯାନ୍ତ୍ରିକ ବ୍ୟବସ୍ଥା ହେତୁ ଯନ୍ତ୍ରର ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ସୀମିତତା ଅଛି ।

ଗଣନା ପରିମାପରେ ତ୍ରୁଟି

ଏହି ତ୍ରୁଟିଗୁଡିକ ତିନି ପ୍ରକାରରେ ବର୍ଗୀକୃତ ହୋଇଛି:

i) ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି,

ii) ଆପେକ୍ଷିକ ତ୍ରୁଟି, ଏବଂ

iii) ଶତକଡା ତ୍ରୁଟି।

ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି, ପ୍ରକୃତ ଏବଂ ମାପ ପରିମାଣର ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ଭିନ୍ନତା ଭାବରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଛି ।

ଯଦି ଆମେ ପରିମାପିତ ମୂଲ୍ୟକୁ ସୂଚିତ କରୁ V_A, ରେ ଏବଂ ସଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ V_E, ନେଉ ତେବେ

ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି = $= | V_A - V_E |$

ଆପେକ୍ଷିକ ତ୍ରୁଟି = (ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି)/(ପରିମାପିତ ମୂଲ୍ୟ) = $\dfrac{| V_A - V_E |}{V_E}$

ଶତକଡା ତ୍ରୁଟି (%) $= \dfrac{| V_A - V_E |}{V_E} \times 100$

ଉଦାହରଣ: ଏକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6.8 cm ହିସାବ କରାଯାଇଥିଲା କିନ୍ତୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6.74 cm ଥିଲା । ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ, ଆପେକ୍ଷିକ ଏବଂ ଶତକଡା ତ୍ରୁଟି ଖୋଜନ୍ତୁ।

ଉତ୍ତର: ଏଠାରେ ଦିଆଯାଇଛି $V_A = 6.8$ cm ଏବଂ $V_E = 6.74$ cm

ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି $= | V_A - V_E | = | 6.8 - 6.74 | = 0.06$ cm

ଆପେକ୍ଷିକ ତ୍ରୁଟି $= \dfrac{| V_A - V_E |}{V_E} = \dfrac{0.06}{6.74} = 0.0089$

ଶତକଡା ତ୍ରୁଟି (%) $= \dfrac{| V_A - V_E |}{V_E} \times 100 = \dfrac{0.06}{6.74} \times 100 = 0.89\%$

ସମାନ୍ତରମଧ୍ୟକ ମୂଲ୍ୟ

ଅନିୟମିତ ତ୍ରୁଟିକୁ କମ୍ କରିବା ପାଇଁ, ପରିମାପଗୁଡିକର ପୁନରାବୃତ୍ତି କରାହୁଏ ଏବଂ ହାରାହାରି ମୂଲ୍ୟ ମାପ ପରିମାଣର ସଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ ଭାବରେ ନିଆଯାଏ। ସମାନ୍ତରମଧ୍ୟକ ମୂଲ୍ୟ, ସବୁଠାରୁ ସଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟର ଅତି ନିକଟତର ହେବ । ଯଦି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ 'n' ଥର ନିଆଯାଏ, ତେବେ ଅନିୟମିତ ତ୍ରୁଟି $\dfrac{1}{n}$ ସମୟ ହ୍ରାସ ପାଇଥାଏ ।

ଧରାଯାଉ a_1, a_2, a_3... , an ଏକ ଭୌତିକ ପରିମାଣ n ର ବିଭିନ୍ନ ପରିମାପ । ସବୁଠାରୁ ସଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି ଏହାର ସମାନ୍ତରମଧ୍ୟକ ମୂଲ୍ୟ ଯାହା, ନିମ୍ନ ମତେ ମିଳିବ ।

$$a_{\text{mean}} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i} a_i$$

ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି

ପରିମାଣର ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ ଏବଂ ମାପ ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟର ପରିମାଣ, ପରିମାପରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ଯେହେତୁ ପରିମାଣର ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ ଜଣାପଡିନାହିଁ, ମାପ ମୂଲ୍ୟର ସମାନ୍ତରମଧ୍ୟକ ମୂଲ୍ୟକୁ ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ ଭାବରେ ନିଆଯାଏ ।

ଯଦି a_1, a_2, ... ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣର ମାପ ମୂଲ୍ୟ, ତ୍ରୁଟିଗୁଡିକ Δa_1, Δa_2, ... ପରିମାପରେ ଅଛି

$\Delta a_1 = a_{\text{mean}} - a_1$

$\Delta a_2 = a_{\text{mean}} - a_2$

$\Delta a_3 = a_{\text{mean}} - a_3$

$\Delta a_4 = a_{\text{mean}} - a_4$ ଏବଂ ଏହିପରି ନିଆଯାଏ

ସମସ୍ତ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟିର ସମାନ୍ତରମଧ୍ୟକ ମୂଲ୍ୟ, ଅନ୍ତିମ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି ଭାବରେ ବିବେଚନା କରାଯାଏ ଏବଂ ଏହାକୁ ମଧ୍ୟକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି କୁହାଯାଏ । ଗୋଟିଏ ପରିମାପରେ ପ୍ରାପ୍ତ ହୋଇଥିବା ମୂଲ୍ୟ, $a_{\text{mean}} \pm \Delta a_{\text{mean}}$ ପରିସର ମଧ୍ୟରେ ହୋଇପାରେ ।

ଆପେକ୍ଷିକ ତ୍ରୁଟି (Relative Error)

ମାପ ପରିମାଣର ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ ସହିତ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟିର ଅନୁପାତ, ଆପେକ୍ଷିକ ତ୍ରୁଟି କିମ୍ବା ଭଗ୍ନାଂଶ ତ୍ରୁଟି ଭାବରେ ଜଣାଶୁଣା । ଯେହେତୁ ସମାନ୍ତରମଧ୍ୟକ ମୂଲ୍ୟକୁ ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ ଭାବରେ ନିଆଯାଏ, ଆପେକ୍ଷିକ ତ୍ରୁଟି ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ,

ଆପେକ୍ଷିକ ତ୍ରୁଟି, $\delta a = \dfrac{\Delta a_{\text{mean}}}{a_{\text{mean}}}$

ଶତକଡା ତ୍ରୁଟି (Percentage Error)

ଆପେକ୍ଷିକ ତ୍ରୁଟି ଶତକଡା ରେ ପ୍ରକାଶିତ ହେଲେ ଏହା ଶତକଡା ତ୍ରୁଟି ଅଟେ। ଏହିପରି, ଆମର ଅଛି,

ଶତକଡା ତ୍ରୁଟି $= \dfrac{\Delta a_{\text{mean}}}{a_{\text{mean}}} \times 100\%$

ଉଦାହରଣ: ସ୍କ୍ରୁଗଜ (screw gauge) ଦ୍ୱାରା ଏକ ତାରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର କ୍ରମାଗତ ମାପ ଯଥାକ୍ରମେ 1.21 mm, 1.19 mm, 1.20 mm, 1.18 mm ଏବଂ 1.17 mm । ପରିମାପରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି ଏବଂ ଆପେକ୍ଷିକ ତ୍ରୁଟି ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରନ୍ତୁ।

ଉତ୍ତର: ଗଣିତର ଅର୍ଥ ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି, $a_{\text{mean}} = \dfrac{1.21+1.19+1.20+1.18+1.17}{5} = 1.19 \text{ mm}$

ଟେବୁଲ୍ A.1: ପରିମାପରେ ତ୍ରୁଟି

a_{mean}ଏବଂ ମାପ ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ (mm)	ତ୍ରୁଟିର ପରିମାଣ (mm)
1.21–1.19 = 0.02	0.02
1.19–1.19 = 0.00	0.00
1.20–1.19 = 0.01	0.01
1.18–1.19 = –0.01	0.01
1.17–1.19 = –0.02	0.02

ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟିର ସମାନ୍ତରମଧ୍ୟକ ହେଉଛି, $\Delta a_{\text{mean}} = \dfrac{0.02+0.00+0.01+0.01+0.02}{5} = 0.016 \text{ mm}$

ଆପେକ୍ଷିକ ତ୍ରୁଟି, $\delta a = \dfrac{\Delta a_{\text{mean}}}{a_{\text{mean}}} = \dfrac{0.016}{1.19} = 0.0134$

ଶତକଡା ତ୍ରୁଟି $= \dfrac{\Delta a_{\text{mean}}}{a_{\text{mean}}} \times 100\% = \pm 1.34\%$

ତ୍ରୁଟିର ମିଶ୍ରଣ (Combination of errors)

ଯଦି କିଛି ପରିମାପ ମିଶ୍ରଣ କରି ଏକ ପରିମାଣ ପ୍ରାପ୍ତ କରାଯାଏ, ତେବେ ସେହି ପରିମାପରେ ତ୍ରୁଟିଗୁଡିକ କୌଣସି ନା କୌଣସି ଉପାୟରେ ମିଶ୍ରଣ କରାଯାଇପାରିବ।

ପରିମାଣର ରାଶିରେ ତ୍ରୁଟି

ଆମେ ଦୁଇଟି ପରିମାଣ ବିଚାର କରୁ A ଏବଂ B ଯାହାର ମୂଲ୍ୟମାପ ହେଉଛି ଯଥାକ୍ରମେ $A \pm \Delta A$ ଏବଂ $B \pm \Delta B$ ଏବଂ ΔB ପରିମାପରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି ।

ତ୍ରୁଟି ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବାକୁ ΔZ ଯାହା ହୋଇପାରେ Z= A + B, ଆମେ କରିପାରିବା

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) + (B \pm \Delta B) = A + B \pm \Delta A \pm \Delta B$$

Z ର ମୂଲ୍ୟରେ ସର୍ବାଧିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ତ୍ରୁଟି,

$$\Delta Z = \Delta A + \Delta B$$

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ପରିମାଣ ଯୋଡାଯାଏ, ଫଳାଫଳରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି ହେଉଛି ମାପ ପରିମାଣରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟିର ସମଷ୍ଟି ।

ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗରେ ପରିମାପ ତ୍ରୁଟି

ଦୁଇଟି ପରିମାଣକୁ ଧରାଯାଉ, A ଏବଂ B ଯାହା ମୂଲ୍ୟମାପ କରିଛି $A \pm \Delta A$ ଏବଂ $B \pm \Delta B$ ଯଥାକ୍ରମେ; ΔA ଏବଂ ΔB ସେମାନଙ୍କର ପରିମାପରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି ଅଛି ।

ତ୍ରୁଟି ΔZ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିବାକୁ ଯାହା ପାର୍ଥକ୍ୟରେ ହୋଇପାରେ Z = A – B, ଆମେ କରିପାରିବା

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) - (B \pm \Delta B) = A - B \pm \Delta A \pm \Delta B$$

ତେଣୁ Z ମୂଲ୍ୟରେ ସର୍ବାଧିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ତ୍ରୁଟି ଦିଆଯାଇଛି

$$\Delta Z = \Delta A + \Delta B$$

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ପରିମାଣ ବିୟୋଗ କରାଯାଏ, ଫଳାଫଳରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି ହେଉଛି ମାପ ହୋଇଥିବା ପରିମାଣରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟିର ସମଷ୍ଟି ।

ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନରେ ପରିମାପ ତ୍ରୁଟି

ଆମେ ଦୁଇଟି ପରିମାଣ, A ଏବଂ B ବିଚାର କରୁ ଯାହା ଯଥାକ୍ରମେ ମୂଲ୍ୟ ମାପ କରାଯାଇଛି$A \pm \Delta A$ ଏବଂ $B \pm \Delta B$ ଏବଂ ΔB ହେଉଛି ସେମାନଙ୍କ ପରିମାପରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି ।

ତ୍ରୁଟି ପ୍ରାପ୍ତ କରିବାକୁ ΔZ ଯାହା ହୋଇପାରେ Z = AB, ଆମେ କରିପାରିବା

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A)\ (B \pm \Delta B) = AB \pm A\Delta B \pm B\Delta A \pm \Delta A\Delta B$$

ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ Z ରେ ବିଭାଜିତ କରିବା ଏବଂ ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ AB ଦ୍ୱାରା ଆମେ ପାଇପାରିବା

$$1 \pm \frac{\Delta Z}{Z} = 1 \pm \frac{\Delta A}{A} \pm \frac{\Delta B}{B} \pm \frac{\Delta A\Delta B}{AB}$$

Z ରେ ସର୍ବାଧିକ ଭଗ୍ନାଂଶ ତ୍ରୁଟି ଲେଖାଯାଇପାରିବ,

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta A}{A} \pm \frac{\Delta B}{B}$$

ଯେପରି ΔA ଏବଂ ΔB ଛୋଟ, ସେମାନଙ୍କର ଉତ୍ପାଦ   ବହୁତ ଛୋଟ ଏବଂ ଅଣଦେଖା କରାଯାଇପାରିବ)

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ପରିମାଣ ଗୁଣିତ ହୁଏ, ଫଳାଫଳରେ ଭଗ୍ନାଂଶ ତ୍ରୁଟି ହେଉଛି ମାପ ପରିମାଣରେ ଭଗ୍ନାଂଶ ତ୍ରୁଟିଗୁଡିକର ସମଷ୍ଟି ।

ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ବିଭାଜନରେ ପରିମାପ ତ୍ରୁଟି

ଆମେ ଦୁଇ ପରିମାଣର ବିଚାର କରୁ, A ଏବଂ B ଯାହା ମୂଲ୍ୟମାପ ଯଥାକ୍ରମେ $A \pm \Delta A$ ଏବଂ $B \pm \Delta B$ ଏବଂ ΔA ଏବଂ ΔB ସେମାନଙ୍କର ପରିମାପରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ତ୍ରୁଟି ।

$Z = \frac{A}{B}$ ଅନୁଯାୟୀ, ତ୍ରୁଟି ΔZ ପାଇବାକୁ, ଆମେ ଲେଖିପାରିବା

$$Z \pm \Delta Z = \frac{A \pm \Delta A}{B \pm \Delta B}$$

ସମାନ ଉପାୟରେ ସମାଧାନ କରି, ସର୍ବାଧିକ ଭଗ୍ନାଂଶ ତ୍ରୁଟି Z ନିମ୍ନରୂପେ ପାଇପାରିବା

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta A}{A} \pm \frac{\Delta B}{B}$$

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ପରିମାଣ ବିଭାଜିତ ହୁଏ, ଫଳାଫଳରେ ଭଗ୍ନାଂଶ ତ୍ରୁଟି ହେଉଛି ମାପ ହୋଇଥିବା ପରିମାଣରେ ଭଗ୍ନାଂଶ ତ୍ରୁଟିଗୁଡିକର ସମଷ୍ଟି ।

ଏହା ଦର୍ଶାଏ ଯେ Z ର ସର୍ବାଧିକ ଶତକଡା ତ୍ରୁଟି ହେଉଛି, A ର ସର୍ବାଧିକ ଶତକଡା ତ୍ରୁଟି ଏବଂ B ର ସର୍ବାଧିକ ଶତକଡା ତ୍ରୁଟିର ସମଷ୍ଟି ଅର୍ଥାତ୍,

$$\frac{\Delta Z}{Z} \times 100 = \frac{\Delta A}{A} \times 100 + \frac{\Delta B}{B} \times 100$$

ପରିମାପ ତ୍ରୁଟି ଯେବେ ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ଘାତ(power)କୁ ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ:

ΔZ ଏକ ତ୍ରୁଟି, ଯାହା ଏକ ପରିମାଣ nth ଘାତ ବୃଦ୍ଧି ହେଲେ ହୋଇପାରେ, ତେବେ ଏହା ଭଗ୍ନାଂଶ ତ୍ରୁଟିର n^{th} ଗୁଣ ସହିତ ସମାନ ହେବ, ଅର୍ଥାତ୍, ଯଦି $Z = A^n$

$$\frac{\Delta Z}{Z} = n\frac{\Delta A}{A}$$

Z ରେ ସର୍ବାଧିକ ଶତକଡା ତ୍ରୁଟି ଲେଖାଯାଇପାରିବ,

ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ତ୍ରୁଟି

ମାପ କରୁଥିବା ଯନ୍ତ୍ରରେ ତ୍ରୁଟି ହେତୁ ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ତ୍ରୁଟି ଘଟେ । ସେମାନଙ୍କୁ ଶୂନ୍ୟ ତ୍ରୁଟି ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ - ଏକ ସକରାତ୍ମକ କିମ୍ବା ନକାରାତ୍ମକ ତ୍ରୁଟି । ମାପ କରୁଥିବା ଯନ୍ତ୍ରର ସଂଶୋଧନ ପରେ ଏହି ତ୍ରୁଟିଗୁଡିକ ଅଲଗା ହୋଇପାରିବ। ଏହି ତ୍ରୁଟିଗୁଡିକ ବିଭିନ୍ନ ବର୍ଗରେ ଶ୍ରେଣୀଭୁକ୍ତ ।

ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ତ୍ରୁଟିଗୁଡିକ ବର୍ଗୀକୃତ ହୋଇଛି:

- ଯାନ୍ତ୍ରିକତ୍ରୁଟି
- ପରିବେଶ ତ୍ରୁଟି
- ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ତ୍ରୁଟି
- ତାତ୍ତ୍ୱିକ ତ୍ରୁଟି

ସମାନ୍ତରାଳ ତ୍ରୁଟି (Parallax Error)

ଯନ୍ତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ ପଢିବାର ଭୁଲ୍ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ହେତୁ ଏହି ତ୍ରୁଟି ଘଟେ। ଭୁଲ୍ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ସମାନ୍ତରାଳ ହେତୁ ହୋଇପାରେ। ସମାନ୍ତରାଳ ତ୍ରୁଟିକୁ କମ୍ କରିବା ପାଇଁ, ସର୍ବାଧିକ ସଠିକ୍ ମିଟର୍, ଦର୍ପଣ ସ୍କେଲ୍ ସହିତ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଥିବା ଜରୁରୀ।

ଅନିୟମିତ ତ୍ରୁଟିଗୁଡିକ ଆକଳନ କରିବା

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାପରେ ଅନିୟମିତ ତ୍ରୁଟିର ଆକଳନ କରିବାର ଅନେକ ଉପାୟ ଅଛି। ସରଳ ଉପାୟ ହେଉଛି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣର (କୁହନ୍ତୁ, x) ବହୁତ ଗୁଡିଏ ପରିମାପ କରିବା ଏବଂ ଏଥିରୁ ମାଧ୍ୟମାନ ଓ ମାନକ ବିଚ୍ୟୁତି ଗଣନା କରିବା (ଏବଂ)।

ଏହାର ମାଧ୍ୟମାନ ବିଚ୍ୟୁତି ପରିଭାଷିତ ହୋଇଛି,

$$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

ଯେଉଁଠାରେ, x_i, ଏହାର i^{th} ପରିମାପର ଫଳାଫଳ, N ପରିମାପର ସଂଖ୍ୟା।

ମାନକ ବିଚ୍ୟୁତି ନିମ୍ନ ରୂପରେ ଦିଆଯାଇଛି,

$$\sigma_x = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2$$

ସଂଲଗ୍ନ-VI : ପରୀକ୍ଷାଗାରରେ କାମ କରିବା ସମୟରେ କିଛି ସାଧାରଣ ଏବଂ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ

ସାଧାରଣ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ

1. ପରୀକ୍ଷାଗାରରେ, ଚୁପ୍ ଚାପ୍ ଏବଂ ସତର୍କତାର ସହ କାମ କରନ୍ତୁ। ମନେ ରଖନ୍ତୁ ଯେ କୌଣସି ପରୀକ୍ଷଣ କରିବାର ମୁଖ୍ୟ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହେଉଛି ବିଶ୍ୱସ୍ତ ପରିମାପ କରିବା।
2. ସର୍ବଦା ତୁମର ସାଥୀ ସହ, ସମସ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟରେ, ସମାନ ଭାବରେ ଅଂଶୀଦାର ହୁଅନ୍ତୁ।
3. ତଥ୍ୟକୁ ଟେବୁଲ ରୂପରେ ଉପସ୍ଥାପନା, ଗ୍ରାଫ୍ ଏବଂ ଗଣନା ସଠିକ୍ ଏବଂ ଆନ୍ତରିକତାର ସହିତ କରିବା ଉଚିତ୍।
4. ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ତଥ୍ୟ ରେକର୍ଡିଂ ଏବଂ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରିବା ସମୟରେ ସର୍ବଦା ସଚ୍ଚୋଟ ରୁହନ୍ତୁ।
5. ମନେ ରଖିବା ଅତ୍ୟନ୍ତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଯେ କେବେ ବି ତଥ୍ୟକୁ ଗଠନ କରନ୍ତୁ ନାହିଁ କିମ୍ବା ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଅନୁଯାୟୀ ଗ୍ରାଫ୍ ର ଏକ ଭଲ ଫିଟ୍ ପାଇବା ପାଇଁ ସେମାନଙ୍କୁ ବଦଳାଇ ଦିଅନ୍ତୁ ନାହିଁ। ଯଦି କୌଣସି ପଠନ ଭୁଲ୍ ଦେଖାଯାଏ, ତେବେ ଆପଣଙ୍କୁ ପରିମାପ ବାରମ୍ବାର ପୁନରାବୃତ୍ତି କରିବାକୁ ପଡିବ ତ୍ରୁଟିର ଉତ୍ସ ଖୋଜିବା ପାଇଁ।
6. ରେଖାଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବା ସମୟରେ ପରୀକ୍ଷଣରୁ ପ୍ରାପ୍ତ ସମସ୍ତ ତଥ୍ୟ ସଠିକ୍ ଭାବରେ ଅଙ୍କନ କରାଯିବ।
7. ଏହା ସତ୍ୟ ଯେ ପରୀକ୍ଷାଗାରର ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ହେଲା ଶିଖିବା ଏବଂ ଆପଣ ସଂଗ୍ରହ କରିଥିବା ଜ୍ଞାନର ଯାଞ୍ଚ କରିବା। ପରୀକ୍ଷଣଗୁଡିକ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନର ସମସ୍ତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭିନ୍ନ ଚିତ୍ରଣ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ ସଠିକ୍ ଭାବରେ ଡିଜାଇନ୍ କରାଯାଇଛି।
8. ତୁମର ନିଜ ସ୍ୱାର୍ଥ ସହିତ ପରୀକ୍ଷଣ କରି କେବଳ ସମସ୍ତ ସୂକ୍ଷ୍ମ ପଏଣ୍ଟ ସହିତ ପରିଚିତ ହେବା ଏବଂ ତୁମକୁ ଯନ୍ତ୍ର ମାପିବା ପାଇଁ ପ୍ରକାଶ କରିବା ସମ୍ଭବ।
9. ସର୍ବଦା ଏକ ଶିଖିବା ମନୋଭାବ ସହିତ ପରୀକ୍ଷଣ କରନ୍ତୁ ଏବଂ ଆପଣ ସଂଗ୍ରହ କରିଥିବା ତାତ୍ତ୍ୱିକ ଜ୍ଞାନଯାଞ୍ଚ କରିବାକୁ ଆଗ୍ରହ ରଖନ୍ତୁ।
10. ପରୀକ୍ଷାଗାରରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସମୟରେ ପହଞ୍ଚନ୍ତୁ ଏବଂ ସର୍ବଦା ଏକ ସ୍ୱଚ୍ଛ ଜ୍ଞାନ ଓ ଉପଯୁକ୍ତ ପ୍ରସ୍ତୁତି ସହିତ ପହଞ୍ଚନ୍ତୁ।

ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ

1. ଆପଣଙ୍କ ପରୀକ୍ଷଣର ତଥ୍ୟସଂଗ୍ରହ କରିବା ପାଇଁ ପରୀକ୍ଷାଗାରରେ କାମ କରିବା ସମୟରେ, ଖାତାରେ ସମସ୍ତ ମାପ ହୋଇଥିବା ତଥ୍ୟକୁ ସୁନ୍ଦର ଭାବରେ ଲେଖି ରଖିବା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ।
2. ଖାତାରେ ପ୍ରବେଶ କରାଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟପରୀକ୍ଷାଗାର ଛାଡିବା ପୂର୍ବରୁ ଆପଣଙ୍କ ପ୍ରଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ନିଶ୍ଚିତ କରିବାକୁ ପଡିବ ।
3. ସମାନ ପରୀକ୍ଷଣ କରୁଥିବା ସମସ୍ତ ଛାତ୍ରଙ୍କୁ ରେକର୍ଡ ହୋଇଥିବା ତଥ୍ୟର ବ୍ୟକ୍ତିଗତ ଖାତା ରଖିବାକୁ ପଡିବ। ଯେତେବେଳେ ଆପଣ ପରୀକ୍ଷଣ କରିବାକୁ ଆସନ୍ତି ସେତେବେଳେ ପରୀକ୍ଷାଗାର ଖାତା ନିୟମିତ ଭାବରେ ପରୀକ୍ଷାଗାର ଆଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ।
4. ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରୀକ୍ଷଣ ଶେଷରେ ରେଖାଚିତ୍ର ସଠିକ୍ ଭାବରେ ଅଙ୍କନ କରାଯିବ ।
5. ଏଥିପାଇଁ ଆପଣଙ୍କୁ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜ ବ୍ୟବହାର ଉପରେ କିପରି ଇଷ୍ଟତମିକରଣ (optimize) କରାଯିବ ତାହା ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ । ମନେରଖନ୍ତୁ ସମସ୍ତ ପୁନରାବୃତ୍ତି ତଥ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ସ୍ଥାନିତ କରିବାକୁ ହେବ ।
6. ଅନୁରୂପ ୟୁନିଟ୍ ଦେଖାଯାଉଥିବା କୁରାଢ଼ୀ ସହିତ ଗ୍ରାଫ୍ ସଠିକ୍ ଭାବରେ ଲେବଲ୍ କରାଯିବ ।
7. ପରୀକ୍ଷାଗାରରେ କାର୍ଯ୍ୟ ସମୟରେ ଆପଣ ଅବଧିକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଉଚିତ ଏବଂ କାର୍ଯ୍ୟ ଅବଧି ସମାପ୍ତ ହେବା ପୂର୍ବରୁ ପରୀକ୍ଷାଗାର ଛାଡିବେ ନାହିଁ । ଯଦି ଆପଣ ଶୀଘ୍ର ସମାପ୍ତ କରନ୍ତି, ତେବେ ଆପଣ ଗଣନା ଏବଂ ଗ୍ରାଫ୍ ଚିତ୍ରାଙ୍କନ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବାକୁ ଅବଶିଷ୍ଟ ସମୟ ବିତାଇପାରନ୍ତି ଏବଂ ଏଥିପାଇଁ ପରୀକ୍ଷାଗାରରେ ଆପଣ କାଲକୁଲେଟର୍, ପେନସିଲ୍ ଏବଂ ସ୍କେଲ୍ ପାଖରେ ରଖିବା ଉଚିତ ।

ଅଧିକ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ସନ୍ଦର୍ଭ (References)

ନିମ୍ନରେ କିଛି ପୁସ୍ତକର ତାଲିକା ଦିଆଯାଇଛି ଯାହା ଅଧିକ ଶିଖିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ (ଉଭୟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଏବଂ ବ୍ୟବହାରିକ):

1. C. H. Bernard and C. D. Epp, Laboratory Experiments in College Physics, John Wiely and Sons Inc., New York, 1995.
2. D. C. Lay, Linear Algebra and Its Applications, 3rd Edition, Addison–Wesley, 2006.
3. G. Strang, Linear Algebra and Its Applications, 4th Edition, Brooks Cole, 2006.
4. S. Axler, Linear Algebra Done Right, 2nd Edition, Springer, 2002.
5. F. Vieta (1591), In rates analyticem isagoge seorsim excussa ab Opere restitutae mathematicae analyseos, seu Algebra noua or new algebra (in Latin), Tours: apud Iametium Mettayer typographum regium, Retrieved 2015-06-24.
6. http://math.ucdenver.edu/~wcherowi/courses/m4010/s08/lcviete, Lincoln Collins. Biography Paper: Francois Viete.
7. G. Arfken, Mathematical Methods for Physicists, 3rd Edition, Academic press, 1985.
8. G. L. Squiers, Practical Physics, Cambridge University Press, Cambridge, 1985.
9. M. H. Shamos, Great Experiments in Physics, Holt Rinehrt and Winston Inc., 1959. 10.
10. A. C. Melissions, Experiments in Modern Physics, Academic Press, New York, 1978.
11. J. Ziman, Reliable Knowledge, Cambridge University Press, Cambridge, 1978.
12. "Introductory Readings in the Philosophy of Science", Edited by E.D. Klenke,R. Hollinger and A.D. Kline, Prometheous Books, Bufallo, New York, 1988.
13. D. Haliday, R. Resnick and J. Walker, Fundamentals of Physics, John Wiley and Sons, Inc. New York, 2001.
14. M. Alanso and E.J. Finn, Physics, Addison Wesley, 1992.
15. R. P. Feymann, R. B. Leighton and M. Sands, The Feynman Lectures in Physics, Vol. I, II and III, Addison Wesley, 1963.
16. A. P. French, Vibration and Waves, Arnold-Heineman, New Delhi, 1972.
17. S. E. Wolf and R. F. M. Smith, Students Reference Manual for Electronic Instrumentation Laboratories, PHI, 1990.
18. R. Dugas, A History of Classical Mechanics, New York, NY: Dover Publications Inc, 1988.
19. T. Apostol, Calculus, Vol. 1: One-Variable Calculus with an Introduction to Linear Algebra, Wiley, 1967.
20. T. Apostol, Calculus, Vol. 2: Multi-Variable Calculus and Linear Algebra with Applications,

Wiley, 1969.

21. J. H. Heinbockel, Introduction to Tensor Calculus and Continuum Mechanics, Trafford Publishing, 2001.
22. I. Kiyosi, Encyclopedic Dictionary of Mathematics, 2nd Edition, MIT Press, 1993.
23. R. S. Ball, Experimental Mechanics from Google books, 1871.
24. M. Ben-Chaim, Experimental Philosophy and the Birth of Empirical Science: Boyle, Locke and Newton, Aldershot: Ashgate, 2004.
25. J. M. Knudsen and P. Hjorth, Elements of Newtonian Mechanics (illustrated ed.), Springer Science and Business Media, 2012.
26. J. Agar, Science in the Twentieth Century and Beyond, Cambridge: Polity Press, 2012.
27. S. T. Thornton and J. B. Marion, Classical Dynamics of Particles and Systems, 5th Edition, Belmont, CA: Brooks/Cole, 2004.
28. D. M. Jesseph, Douglas M. (1998), Leibniz on the Foundations of the Calculus: The Question of the Reality of Infinitesimal Magnitudes, Perspectives on Science, 6.1 and 2: 6–40, Retrieved 31 December 2011.
29. T. W. B. Kibble and F. H. Berkshire, Classical Mechanics, 5th Edition, Imperial College Press, 2004.
30. D. Morin, Introduction to Classical Mechanics: With Problems and Solutions, 1st Edition, Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
31. A. B. Ivanov, Vector, Encyclopedia of Mathematics, EMS Press, 2001.
32. T. R. Kane and D. A. Levinson, Dynamics Online, Sunnyvale, California, 1996.
33. S. Lang, Introduction to Linear Algebra, 2nd Edition, Springer, 1986.
34. D. Pedoe, Geometry: A comprehensive course, Dover, 1988.
35. P. J. O'Donnell, Essential Dynamics and Relativity, CRC Press, 2015.

CO ଏବଂ PO ପ୍ରାପ୍ତି ଟେବୁଲ୍

ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ସମାପ୍ତ ହେବା ପରେ ଏହି ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ପାଇଁ, ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଫଳାଫଳ (CO) କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଫଳାଫଳ (PO) ସହିତ ମ୍ୟାପ୍ କରାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ବ୍ୟବଧାନକୁ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରିବା ପାଇଁ PO ହାସଲ ପାଇଁ ଏକ ପାରସ୍ପରିକ ସମ୍ପର୍କ କରାଯାଇପାରିବ | PO ହାସଲରେ ବ୍ୟବଧାନର ଉପଯୁକ୍ତ ବିଶ୍ଳେଷଣ ପରେ ବ୍ୟବଧାନକୁ ଦୂର କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ପଦକ୍ଷେପ ନିଆଯାଇପାରିବ |

CO ଏବଂ PO ପ୍ରାପ୍ତି ପାଇଁ ଟେବୁଲ୍

ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଫଳାଫଳ	କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଫଳାଫଳ ହାସଲ କରିବା *(1- ଦୁର୍ବଳ ସହବନ୍ଧନ; 2- ମଧ୍ୟମ ସମ୍ପର୍କ; 3- ଦୃଢ ସହବନ୍ଧନ)*											
	PO-1	**PO-2**	**PO-3**	**PO-4**	**PO-5**	**PO-6**	**PO-7**	**PO-8**	**PO-9**	**PO-10**	**PO-11**	**PO-12**
CO-1												
CO-2												
CO-3												
CO-4												
CO-5												
CO-6												

ଉପରୋକ୍ତ ଟେବୁଲରେ ପୂରଣ ହୋଇଥିବା ତଥ୍ୟ, ବ୍ୟବଧାନ ବିଶ୍ଳେଷଣ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇପାରିବ |

ସୂଚକାଙ୍କ

ବିସ୍ତାର ଅନୁନାଦ, 110
SHMର ସାଦୃଶ୍ୟ, 98
ଘର୍ଷଣର କୋଣ, 24
କୋଣୀୟ ତ୍ୱରଣ, 131
କୋଣୀୟ ବିସ୍ଥାପନ, 131
କଠିନ ବସ୍ତୁର କୋଣୀୟ ଗତି, 168
କୋଣୀୟ ଗତି, 137
କୋଣୀୟ ବେଗ, 131
କୋରିଓଲିସ୍ ବଳର ପ୍ରୟୋଗ, 84
କ୍ଷତ୍ରିୟ ବେଗ, 55
ଏକ ଆନତ ସମତଳରୁ ମୃତଦେହ ଖସିପଡୁଛି, 23
ବସ୍ତୁ ତଳକୁ ଗଡୁଛି, 163
କାର୍ଟେସିଆନ୍ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ, 13, 27
କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ବଳ, 54
କେନ୍ଦ୍ରପ୍ରସାରୀ ବଳ, 134
କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ତ୍ୱରଣ, 77, 132
କୋରିଓଲିସ୍ ତ୍ୱରଣ, 77
କେନ୍ଦ୍ରାଭିମୁଖୀ ବଳ, 133
କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଗତିର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ, 54
SHMର ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ, 98
ସ୍ଥିର ଘର୍ଷଣର ଗୁଣାଙ୍କ, 184
ଏକ ସଦିଶର ଉପାଦାନ, 3
କୋଣୀୟ ଗତିର ସଂରକ୍ଷଣ, 54, 138
ଶକ୍ତି ସଂରକ୍ଷଣ, 57
ଯାନ୍ତ୍ରିକ ଶକ୍ତିର ସଂରକ୍ଷଣ, 22
ସଂରକ୍ଷଣ ନୀତି, 41
ରକ୍ଷଣଶୀଳ ଶକ୍ତି, 47
ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପଣାଳୀ, 12
ପୃଥିବୀର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ହେତୁ କୋରିଓଲିସ୍ ବଳ, 80
କୋରିଓଲିସ୍ ଏକ ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ଖସିଯାଉଥିବା ବସ୍ତୁ ଉପରେ ବାଧ କରନ୍ତି, 81
ବଳଯୁଗ୍ମ, 135
ସ୍ତମ୍ଭାକାର କୋର୍ଡିନେଟ୍ ସିଷ୍ଟମ୍, 14
ଅବମନ୍ଦନ କମ୍ପନ, 102
SHMର ଭିନ୍ନ ସମୀକରଣ, 100
ଅବମନ୍ଦନ କମ୍ପନର ଅବକଳନ ସମୀକରଣ, 102
ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନର ଅବକଳ ସମୀକରଣ, 109
ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ପରିମାପ, 135
ଅପସରଣ ଏବଂ କର୍ଲ୍, 191
ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିଶୀଳତା, 147
କଣିକାଗୁଡ଼ିକର ଗତିଶୀଳତା, 71
ମାଧ୍ୟାକର୍ଷଣ ଉପରେ କେନ୍ଦ୍ରପ୍ରସାରୀ ଶକ୍ତିର ପ୍ରଭାବ, 82
ଜଡତ୍ୱର ଦୀର୍ଘ ବୃତ୍ତଜ, 165
ଶକ୍ତି ଏବଂ କୋଣୀୟ ଗତି, 60
ଘର୍ଷଣ ହେତୁ ଶକ୍ତି ବିଚ୍ଛିନ୍ନତା, 25
କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କକ୍ଷପଥରେ ଶକ୍ତି ସମୀକରଣ, 63
ଶକ୍ତି ଚିତ୍ର, 63
ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଶକ୍ତି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଶକ୍ତି, 56
ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନରେ ଶକ୍ତି ଅନୁନାଦ, 111
ୟୁଲରଙ୍କ ଗତିର ସମୀକରଣ, 170
ୟୁଲରଙ୍କ ଗତିନିୟମ, 144
ବଳ ଏବଂ ବିଭବ ସମ୍ପର୍କ, 51
ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନ, 107
ଫୌକଲ୍ଟ ଦୋଳକ, 84
ମୁକ୍ତ ଭାବରେ ପଡୁଥିବା ବସ୍ତୁ, 22
ଘର୍ଷଣ, 24
ପ୍ରକୃତିର ମୌଳିକ ଶକ୍ତି, 18
ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କକ୍ଷପଥର ସାଧାରଣ ସମୀକରଣ, 55
ଆବର୍ତ୍ତୀ ଦୋଳକ, 102
ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଭୂସମାନ୍ତର ଗତି, 21
ଅତିପରିବଳୟ କକ୍ଷ, 64
ଜଡତ୍ୱ ପ୍ରଦିଶ, 170
ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍, 26
କେପଲରଙ୍କ ପ୍ରଥମ ଆଇନ, 66

କେପଲରଙ୍କ ଦ୍ୱିତୀୟ ଆଇନ, 66
କେପଲରଙ୍କ ତୃତୀୟ ଆଇନ, 67
କଠିନ ବସ୍ତୁର ଗତିଶୀଳ ଶକ୍ତି, 169
ଘର୍ଷଣର ନିୟମ, 24
ଗ୍ରହ ଗତିର ନିୟମ, 66
ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ନିୟମର ସୀମିତତା, 26
ବଳର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ, 134
ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ , 135, 137, 166
ଏକ ବୃତ୍ତାକାର ଲାମିନାର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ,167
ଏକ ସ୍ତମ୍ଭାକାର ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ , 167
ଏକ ଆୟତାକାର ଲାମିନାର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ, 166
ସମମିତ ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ, 139
ଏକ ବଳଯୁଗ୍ମର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ , 135
ସମ୍ବେଗ, 19
ଦୁଇଟି ସଂଯୋଜିତ ବସ୍ତୁର ଗତି, 21
କେନ୍ଦ୍ରୀୟ କକ୍ଷପଥର ପ୍ରକୃତି, 54
ନ୍ୟୁଟନ୍ ଙ୍କ ଗତିନିୟମ, 19
ଅଣ-ରକ୍ଷଣଶୀଳ ଶକ୍ତି, 47, 50
ଅଣ-ଜଡତ୍ୱୀୟ ସନ୍ଦର୍ଭ ଫ୍ରେମ୍, 77
ହ୍ରାସ ହୋଇଥିବା ବସ୍ତୁର କକ୍ଷପଥ, 61
ଦୋଳନ, 89
ପରିବଳୟ କକ୍ଷପଥ, 64
ସମାନ୍ତରାଳ ଅକ୍ଷ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ, 138
ଅଭିଲମ୍ବ ଅକ୍ଷ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ, 138
ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ, 27
ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଫ୍ରେମରେ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ, 28
ସ୍ଥିତିଜ ଶକ୍ତି, 50
ବିଭିନ୍ନ ଆକାରର ବସ୍ତୁର ଜଡତ୍ୱ , 166
ବିଘୂର୍ଣ୍ଣର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, 139
ବନ୍ଧୁକର ପଛୁଆ ଗତି, 21
ଦୁଇ-ବସ୍ତୁର ସମସ୍ୟାର ପରିବର୍ତ୍ତନ, 58
ଗଡୁଥିବା ଚକ, 162
ଏକ କଠିନ ବସ୍ତୁର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ, 161
ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଗତି, 119
ଉପଗ୍ରହ ମାନୁଭର୍ସ, 67
ଅନୁନାଦର ତୀକ୍ଷ୍ଣତା, 112
ସରଳ ଆବର୍ତ୍ତୀ ଗତି, 97
FVର ଭିନ୍ନ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ, 109
ଗୋଲୀୟ ଧ୍ରୁବୀୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଙ୍କ ପ୍ରଣାଳୀ, 15
ପ୍ରଣୋଦିତ କମ୍ପନରେ ସ୍ଥିର ଅବସ୍ଥା, 110
ଜଡତ୍ୱର ଆଘୂର୍ଣ୍ଣର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ, 138
ପତଳା ସମାନତା ଛଡ, 166
ଆଘୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ କୋଣୀୟ ଗତି, 138
ଆଦିଶ ଗୁଣନର ରୂପାନ୍ତରଣ , 17
ସଦିଶ ଗୁଣନର ରୂପାନ୍ତରଣ , 17
ସଦିଶ ଉପାଦାନର ରୂପାନ୍ତରଣ , 16
ରୂପାନ୍ତରଣ ଗୁଣ, 16
ସଦିଶ ତ୍ରି-ଗୁଣନ, 190
ଏକକ ଏବଂ ବିସ୍ତାର, 183
ଅଘୂର୍ଣ୍ଣର ଏକକ, 135
ସଦିଶ ବୀଜଗଣିତ, 5
ସଦିଶ ଅବକଳ ଅପରେଟର, 190
ସଦିଶ ଅବକଳନ, 9
ସଦିଶ ମୌଳିକତା, 3
ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁର ଭୂଲମ୍ବ ଗତି, 22
ଏକ ସଦିଶର ଆୟତନ ସମାକଳନ, 193

ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ

ଯନ୍ତ୍ର ବିଜ୍ଞାନର ପରିଚୟ

ପ୍ରୟୋଗଶାଳା ନିୟମାବଳି ସହିତ

ଡକ୍ଟର ପଦ୍ମଜା ପଟ୍ଟନାୟକ ରେଭେନ୍ସା ମହାବିଦ୍ୟାଳୟରୁ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନରେ M.Sc. ଓ M. Phil. କରିବା ପରେ IITB, ମୁମ୍ବାଇରୁ Ph.D. କରିଛନ୍ତି । ସେ ବର୍ତ୍ତମାନ ସେଞ୍ଚୁରୀୟନ ୟୁନିଭର୍ସିଟି ଅଫ ଟେକ୍ନୋଲୋଜି ଏବଂ ମ୍ୟାନେଜମେଣ୍ଟ, ଭୁବନେଶ୍ୱର, ଓଡ଼ିଶାର ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ବିଭାଗରେ ସହଯୋଗୀ ପ୍ରାଧ୍ୟାପକ ଭାବେ କାର୍ଯ୍ୟରତ । ତାଙ୍କର ଅନେକ ଗବେଷଣାମୂଳକ ସନ୍ଦର୍ଭ ଓ ଦୁଇଟି ପୁସ୍ତକ ("Study of Defect States in Silicon Carbide" ଓ "Laser modelling using principles of Design Thinking") ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇଛି।

ଡକ୍ଟର ତପନ କୁମାର ପଟ୍ଟନାୟକ, ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୁଣୁପୁର ସ୍ଥିତ ଜି.ଆ.ଇ.ଟି ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ବିଭାଗରେ ବରିଷ୍ଠ ପ୍ରାଧ୍ୟାପକ ଭାବେ କାର୍ଯରତ । ସେ ବ୍ରହ୍ମପୁର ସ୍ଥିତ ଖଲିକୋଟ୍ ମହାବିଦ୍ୟାଳୟରୁ ସ୍ନାତକ ଡିଗ୍ରୀ ହାସଲ କଲାପରେ, ବ୍ରହ୍ମପୁର ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରୁ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନରେ ଏମ୍.ଏସ୍.ସି, ଏମ୍.ଫିଲ ଏବଂ ପିଜିଡିସିଏ ଡିଗ୍ରୀ ସହିତ ପଲିମର କମ୍ପୋଜାଇଟରେ ପିଏଚଡି ଡିଗ୍ରୀ ଲାଭ କରିଛନ୍ତି । ସେ ଜୟପୁର ସ୍ଥିତ ବିକ୍ରମଦେବ ସରକାରୀ ମହାବିଦ୍ୟାଳୟରୁ ଅଧ୍ୟାପନା ଆରମ୍ଭ କରି ଦୀର୍ଘ ୨୫ ବର୍ଷରୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଓ ଗବେଷଣା କାର୍ଯ୍ୟରେ ନିୟୋଜିତ ଅଛନ୍ତି। ତାଙ୍କର ଅନେକ ଗବେଷଣା ସନ୍ଦର୍ଭ ଜାତୀୟ ଓ ଅର୍ନ୍ତଜାତୀୟ ପତ୍ରିକାରେ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇଛି ।

ଡକ୍ଟର ସୁସ୍ମିତା କର ମହାରାଜା ଶ୍ରୀରାମ ଚନ୍ଦ୍ର ଭଞ୍ଜଦେଓ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟର ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ବିଭାଗରେ ପ୍ରଫେସର ଭାବେ ୨୦୦୪ ମସିହାରୁ ଅଧ୍ୟାପନା ସହ ଗବେଷଣା ବ୍ୟତୀତ ବିଭାଗୀୟ ମୁଖ୍ୟ, ଛାତ୍ରାବାସ ମାନଙ୍କର ୱାର୍ଡେନ, ପରୀକ୍ଷା ନିୟନ୍ତ୍ରକ, ସ୍ନାତକୋତ୍ତର ପରିଷଦର ଅଧ୍ୟକ୍ଷା ଆଦି ବହୁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ ପ୍ରଶାସନିକ ପଦବୀରେ ରହି ଦକ୍ଷତାର ସହ କାର୍ଯ୍ୟ ସଂପାଦନା କରିଆସିଛନ୍ତି। ୧୯୮୮ ମସିହାରେ ଉତ୍କଳ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟରୁ ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନରେ ସ୍ନାତକୋତ୍ତର ଶିକ୍ଷା ଓ ଏମ.ଫିଲ ଓ ଡକ୍ଟର ଡିଗ୍ରୀ ଲାଭ କରି ୧୯୯୦ରୁ ୧୪ ବର୍ଷ କାଳ ଓଡିଶାର ବିଭିନ୍ନ ମହାବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଅଧ୍ୟାପନା କରିଥିଲେ। ତାଙ୍କର ୩୦ରୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ଗବେଷଣାତ୍ମକ ନିବନ୍ଧ ଜାତୀୟ ଓ ଆନ୍ତର୍ଜାତିକ ଖ୍ୟାତି ସମ୍ପନ୍ନ ପତ୍ରିକାମାନଙ୍କରେ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇ ତାଙ୍କୁ ସମ୍ମାନ ଓ ସ୍ୱୀକୃତି ଆଣିଦେଇଛି।

ସୁପ୍ରିୟା ମଲ୍ଲିକ ଓଡିଶା ସରକାରଙ୍କ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗରୁ ଜିଲ୍ଲା ଶିକ୍ଷା ଅଧିକାରୀ ଭାବରେ ସ୍ୱେଚ୍ଛାକୃତ ଅବସର ନେବା ପରେ ନିଜର ସମସ୍ତ ସମୟ ଗବେଷଣା ଓ ଓଡିଆ ସାହିତ୍ୟ ଆରାଧନାରେ ନିୟୋଜିତ କରିଛନ୍ତି। ଓଡିଶାର ଜଣେ ଆଗ ଧାଡିର ସାହିତ୍ୟିକା ଭାବରେ ପରିଚିତ ଶ୍ରୀମତୀ ମଲ୍ଲିକଙ୍କର ଦଶଟି ପୁସ୍ତକ ପ୍ରକାଶିତ, ଯେଉଁଥିରେ ଗୋଟିଏ ଜୀବନୀ, ଦୁଇଟି ପ୍ରବନ୍ଧ ସଙ୍କଳନ ଓ ଅବଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରଗଳ୍ପ ସଂକଳନ। ସାମ୍ପ୍ରତିକ ସାମାଜିକ ସମସ୍ୟା, ଓଡିଶାର ପ୍ରାଚୀନ ଇତିହାସ ଓ ବୌଦ୍ଧଦର୍ଶନ ଆଦି ବିଷୟରେ ତାଙ୍କର ଗବେଷଣା କାର୍ଯ୍ୟ ବହୁ ଅନାଲୋଚିତ ଦିଗକୁ ଲୋକଲୋଚନକୁ ଆଣିପାରିଛି।

ପୁସ୍ତକର ମୁଖ୍ୟ ବିଶେଷତ୍ୱ

- ଇଂଜିନିୟରିଂ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଙ୍କ ପଦାର୍ଥ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ମୌଳିକ ବିଜ୍ଞାନ ସହିତ ପରିଚିତ କରାଇବା ଏବଂ ସେମାନଙ୍କୁ ଏହି ବିଷୟର ମୌଳିକ ତତ୍ତ୍ୱ ପ୍ରାପ୍ତ ନିମିତ୍ତ ସକ୍ଷମ କରାଇବା।
- ସମସ୍ତ ପ୍ରକାର ମାଧ୍ୟମ ଏବଂ ଉଚ୍ଚସ୍ତରୀୟ ମହତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରଶ୍ନ, ଏହାର ସମାଧାନ ଏବଂ ଏହା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଦୃଷ୍ଟାନ୍ତଯୁକ୍ତ ଜ୍ଞାନକୁ ବହୁତାର୍କିକ ଏବଂ ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ଢଙ୍ଗରେ ବିକଶିତ କରିବା।
- ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଙ୍କ ଜିଜ୍ଞାସୁ ଭାବନାର ପୂର୍ଣ୍ଣତାପାଇଁ "ଅଧିକ ଜାଣନ୍ତୁ" ଶୀର୍ଷକ କେତେକ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ପାରମ୍ପରିକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ସ୍ପଷ୍ଟ କରିବା ସହିତ ଶୀଘ୍ର ମନେ ରଖିବାପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ସୂତ୍ରର ବ୍ୟାପକ ସାରାଂଶ ପ୍ରଦାନ କରିବା।
- ଇଂଜିନିୟରିଂ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀଙ୍କ ବୈଷୟିକ ଜ୍ଞାନକୁ ରଚନାତ୍ମକ ଶୈଳୀରେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା, ଯାହା ଫଳରେ ଭବିଷ୍ୟତରେ ସେମାନେ ପ୍ରଯୁକ୍ତିବିଦ୍ୟାର ରାଷ୍ଟ୍ରିୟ ବିଜ୍ଞାନଗାରଗୁଡିକରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାପାଇଁ ଦକ୍ଷ ହୋଇପାରିବେ।

Also available as an ebook

Published by: **Institute of Odia Studies and Research.**
3R9, BJB Nagar, Bhubaneswar, Odisha

ISBN 978-93-91638-15-3
9 789391 638153